



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Investește în oameni !

Proiect cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Sectorial pentru Dezvoltarea Resurselor Umane 2007 – 2013

Axa prioritară 1: „Educația și formarea profesională în sprijinul creșterii economice și dezvoltării societății bazate pe cunoaștere”

Domeniul major de intervenție: 1.3 „Dezvoltarea resurselor umane din educație și formare”

Titlul proiectului: „Calitate, inovare, comunicare în sistemul de formare continuă a didacticienilor din învățământul superior”

Cod Contract: POSDRU/87/1.3/S/63709

Beneficiar: Ministerul Educației Naționale

A 13. Elaborarea și multiplicarea ghidurilor de bune practici rezultate în urma programului de formare din proiect

Ghid de bune practici

DIDACTICA MATEMATICII

Autor:

PURCARU MONICA ANA PARASCHIVA



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Această lucrare a fost elaborată în cadrul Proiectului „Calitate, inovare, comunicare în sistemul de formare continuă a didacticienilor din învățământul superior”, proiect cofinanțat din Fondul Social European.

Conținutul acestui material nu reprezintă în mod necesar poziția oficială a Uniunii Europene.

Nici o parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă fără acordul scris al Ministerului Educației Naționale.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Cuprins

Introducere.....	7
Chestionar evaluare prerechizite	11
Unitatea de învățare 1. Obiectul și principiile didacticii matematicii	
1.1. Introducere.....	12
1.2. Competențe.....	12
1.3. Aspecte istorice	12
1.4. Obiectul metodicii/didacticii matematicii	14
1.5. Sarcinile metodicii predării matematicii.....	16
1.6. Principiile didacticii.....	16
1.6.1 Principiul psihogenetic al stimulării și accelerării dezvoltării stadiale a inteligenței.....	17
1.6.2. Principiul învățării prin acțiune.....	19
1.6.2.1. Activizarea elevilor - condiție a creșterii randamentului școlar la matematică	19
1.6.2.2. Exigențe ale activizării elevilor la matematică	20
1.6.2.3. Alte aspecte ale activizării elevilor la matematică.....	21
1.6.3. Principiul construcției componentiale și ierarhice ale structurilor inteligenței.....	21
1.6.4. Principiul stimulării și dezvoltării motivației elevilor pentru învățarea matematicii.....	22
1.6.5. Principiul formării și dezvoltării capacității de creație a elevilor prin învățarea matematicii.....	23
1.7. Rezumat	24
1.8. Test de autoevaluare	24
1.9. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	24
Unitatea de învățare 2. Metodologia rezolvării și compunerii de probleme	
2.1. Introducere.....	25
2.2. Competențe.....	25
2.3. Noțiunea de problemă matematică	26
2.4. Valențele formative ale activităților rezolutive	27
2.5. Etapele rezolvării problemelor de matematică	28
2.6. Metode specifice de predare - învățare a matematicii în școală	31
2.7. Strategii și tehnici de predare - învățare a matematicii în școală	43
2.8. Exemple de strategii rezolutive.....	59
2.9. Cultivarea creativității elevilor prin rezolvarea și compunerea de probleme	64
2.10. Rezumat	72
2.11. Test de autoevaluare	72
2.12. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	72
Unitatea de învățare 3. Metode de predare-învățare a matematicii în școală	
3.1. Introducere.....	74
3.2. Competențe.....	74
3.3. Precizări conceptuale.....	75
3.4. Metode de predare – învățare specifice matematicii	77
3.4.1. Demonstrația matematică	77
3.5. Metode pedagogice tradiționale de predare – învățare a matematicii în școală.....	80
3.5.1. Expunerea sistematică a cunoștințelor	80
3.5.2. Metoda conversației	81
3.5.3. Metoda exercițiului	81
3.5.4. Metoda muncii cu manualul și cu alte auxiliare matematice	82



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

3.6. Metode pedagogice moderne de predare – învățare a matematicii în școală	82
3.6.1. Problematizarea.....	82
3.6.2. Învățarea prin descoperire.....	84
3.6.3. Modelarea matematică	87
3.6.4. Metoda învățării pe grupe	87
3.6.5. Algoritmizarea	88
3.6.6. Instruirea programată	88
3.6.7. Softuri educaționale	89
3.7. Metode activ-participative utilizate în lecția de matematică	89
3.7.1. Investigația	89
3.7.2. Proiectul	90
3.8. Metode active și interactive utilizate în lecția de matematică.....	90
3.8.1. Metoda cubului	91
3.8.2. Metoda R.A.I. (ROUND ASSOCIATED IDEAS).....	96
3.8.3. Metoda JIGSAW (MOZAICUL).....	98
3.8.4. Metoda PIRAMIDEI.....	107
3.8.5. Metoda BRAINSTORMING	109
3.8.6. Metoda STARBURSTING (EXPLOZIA STELARĂ).....	111
3.8.7. Metoda „CIORCHINELUI”	113
3.8.8. Tehnica DIAGramei VENN.....	116
3.8.9. Metoda CADRANELOR.....	118
3.8.10. Metoda ȘTIU/VREAU SĂ ȘTIU/AM ÎNVĂȚAT	120
3.8.11. Metoda TURUL GALERIEI.....	123
3.8.12. Metoda CVINTETUL	125
3.8.13. Metoda TEHNICA LOTUS (FLOAREA DE NUFĂR) (LOTUS BLOSSOM TECHNIQUE).....	126
3.8.14. Metoda PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII RECIPROCE.....	128
3.8.15. Metoda “SCHIMBĂ PERECHEA” (SHARE- PAIR CIRCLES)	130
3.8.16. Materiale didactice necesare utilizării metodelor interactive de grup	132
3.9. Rezumat	133
3.10. Test de autoevaluare	133
3.11. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	133

Unitatea de învățare 4. Mijloace didactice utilizate în lecția de matematică

4.1. Introducere.....	135
4.2. Competențe	135
4.3. Mijloace didactice	135
4.4. Locul și rolul mijloacelor didactice în conștientizarea noțiunilor matematice.....	138
4.5. Listă de mijloace didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică.....	142
4.6. Rezumat	156
4.7. Test de autoevaluare	156
4.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	156
Temă de control 1	156

Unitatea de învățare 5. Evaluarea în cadrul lecțiilor de matematică din învățământul preuniversitar

5.1. Introducere.....	157
5.2. Competențe.....	157
5.3. Precizări conceptuale.....	158
5.4. Tipuri (forme) de evaluare.....	158



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5.5 Evaluarea performanțelor în învățământul preuniversitar	167
5.6. Metode și tehnici de evaluare a randamentului elevilor la matematică.....	168
5.7. Metodologia elaborării itemilor.....	202
5.7.1. Clasificarea itemilor.....	202
5.7.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor.....	203
5.8. Rezumat.....	213
5.9. Test de autoevaluare	213
5.10. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	213
Unitatea de învățare 6. Elemente de proiectare didactică la matematică	
6.1. Introducere.....	215
6.2. Competențe.....	215
6.3. Conceptul de proiectare pedagogică.....	215
6.4. Elemente de proiectare didactică.....	216
6.4.1. Manualele școlare alternative	216
6.4.2. Lectura personalizată a programelor școlare de matematică.....	223
6.4.3. Planificarea calendaristică	226
6.4.4. Proiectarea unităților de învățare	233
6.4.5. Proiectul de lecție.....	244
6.5. Rezumat.....	264
6.6. Test de autoevaluare	265
6.7. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	265
Temă de control 2.....	265
Unitatea de învățare 7. Abordarea interdisciplinară a lecțiilor de matematică în învățământul preuniversitar	
7.1. Introducere.....	266
7.2. Competențe.....	266
7.3. Precizări conceptuale.....	267
7.4. Abordarea interdisciplinară la matematică în învățământul preuniversitar.....	269
7.5. Probleme de matematică al căror conținut vizează cunoștințe ale altor disciplin	280
7.6. Discipline opționale intercurriculare	282
7.7. Utilizarea interdisciplinarității la matematică – premisă a cultivării creativității elevilor.....	292
7.8. Rezumat.....	293
7.9. Test de autoevaluare	294
7.10. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	294
Unitatea de învățare 8. Succesul și insuccesul școlar. Activitatea suplimentară la matematică	
8.1. Introducere.....	295
8.2. Competențe.....	295
8.3. Delimitări coceptuale.....	296
8.4. Insuccesul școlar.....	297
8.4.1. Factorii insuccesului școlar.....	297
8.4.2. Prevenirea/înlăturarea insuccesului școlar	299
8.5. Activitatea suplimentară la matematică.....	307
8.5.1. Activitatea ajutoare și recuperatoare.....	307
8.5.2. Performanța în matematică. Cercul de matematică. Concursurile școlare.....	308
8.5.3. Bibliografia suplimentară	318
8.6. Rezumat	320
8.7. Test de autoevaluare	320



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

8.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	320
--	-----

Unitatea de învățare 9. Diferențiere și individualizare la matematică

9.1. Introducere.....	321
9.2. Competențe.....	322
9.3. Problematika elevilor integrați	322
9.4. Modalități de diferențiere și individualizare în munca cu elevii în cadrul lecțiilor de matematică	323
9.4.1. Educația diferențiată și individualizată – alternativă strategică pentru îmbunătățirea performanțelor școlare	323
9.4.2. Valențe pedagogice ale muncii independente în activitatea frontală, individuală și pe grupe.....	328
9.5. Rezumat.....	343
9.6. Test de autoevaluare	343
9.7. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	343
Temă de control 3	343

Unitatea de învățare 10. Probleme specifice ale predării-învățării matematicii în condițiile muncii simultane

10.1. Introducere.....	344
10.2. Competențe.....	344
10.3. Elemente de planificare, proiectare și organizare a activității simultane	345
10.3.1. Particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan	345
10.3.2. Alcătuirea orarului .Gruparea claselor	346
10.3.3. Planificarea activității didactice	349
10.4. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecție	353
10.5. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor	357
10.5.1. Importanța activității independente	357
10.5.2. Cerințe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor	357
10.5.3. Forme de activitate independentă	359
10.5.4. Controlul și evaluarea activității independente	363
10.6. Rezumat.....	364
10.7. Test de autoevaluare	364
10.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	364

Bibliografie.....	365
-------------------	-----



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Introducere

Lucrarea este destinată în principal studenților din anul II de la Facultatea de Psihologie și Științele Educației- Modulul Pedagogic, care se pregătesc să devină profesori pentru învățământul preuniversitar, atât la forma învățământ-zi, cât și la cea la distanță. Volumul are și un caracter post-universitar, dorind să fie util profesorilor ce își pregătesc examene de definitivat sau de grad II, precum și tuturor acelor care doresc să-și confrunte propria experiență cu ideile vehiculate în text sau celor interesați de învățământul preuniversitar. Parcurgerea lucrării poate avea ca rezultat și modelarea unor lucrări de grad I.

Acest curs reprezintă un ghid practic, care include noțiunile, rezultatele teoretice de bază, precum și tipurile de probleme care apar în cadrul disciplinei: **DIDACTICA MATEMATICII**. Scopul lucrării de față este să-i familiarizeze pe cei interesați cu cele mai importante probleme legate de predarea-învățarea-evaluarea matematicii în învățământul preuniversitar.

Cunoștințele prezentate în acest curs sunt fundamentale pentru pregătirea studenților atât prin contribuția adusă la definirea unei gândiri riguroase a fiecărui student, dar și prin aceea că ele își găsesc în întregime aplicabilitate în practică.

Lucrarea a fost scrisă astfel ca limbajul, noțiunile și unitățile de învățare să fie în concordanță cu programa analitică actuală a cursului de: **DIDACTICA SPECIALITĂȚII**.

Materialul lucrării este scris în format ID, fiind structurat în 10 unități de învățare aflate în succesiune logică.

Paragrafele teoretice sunt susținute de numeroase exemple, de probleme rezolvate prezentate și organizate în conformitate cu programele școlare pentru clasele V-VIII, respectiv IX-XII, planuri de lecție, fișe de lucru, probe de evaluare, matrice de evaluare, exemple de metode interactive, etc., care dau posibilitatea aprofundării noțiunilor cuprinse în paragraful respectiv.

Deoarece unele dintre paragrafele teoretice au necesitat o mai bogată exemplificare, s-au obținut câteva unități de învățare cu un număr mai mare de pagini.



Obiectivele cursului

Obiectivul general

Explicarea cunoștințelor de bază din domeniul DIDACTICII MATEMATICII și aplicarea cunoștințelor dobândite în rezolvarea unor probleme bine definite.

Obiectivele specifice

Selectarea și explicarea din matematica-știință a conceptelor, rezultatelor și ideilor fundamentale care vor fi predate elevilor, cu indicarea tiparelor de gândire matematică accesibile acestora.

Explicarea, exemplificarea și aplicarea metodologiei predării-învățării principalelor conținuturi matematice elevilor.

Identificarea problemelor specifice ale predării - învățării matematicii în condițiile muncii simultane.

Analizarea locului și rolului mijloacelor de învățământ în conștientizarea noțiunilor matematice.

Prezentarea și exemplificarea metodelor și tehnicilor de evaluare a activității matematice a elevilor.

Precizarea și exemplificarea elementelor de proiectare didactică la matematică.

Investigarea modului în care cunoștințele matematice devin utile altor discipline și reciproc.

Descrierea și exemplificarea metodelor utilizate la matematică.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Identificarea succesului și insuccesului școlar, prevenirea și combaterea dificultăților de învățare la matematică.

Stabilirea modului de organizare a studiului individual al elevilor, cu referire la folosirea manualelor, a revistelor de matematică, a culegerilor de probleme.

Stabilirea modului de organizare a unor activități din afara clasei, cercuri de matematică, olimpiade.

Întocmirea de fișe de lucru diferențiate și individualizate la matematică.



Competențe conferite

După parcurgerea și asimilarea materialului studentul va fi capabil:

Competențe cognitive:

- să-și formeze capacitatea de a selecta din matematica-știință a conceptelor, rezultatelor și ideilor fundamentale care vor fi predate elevilor și preșcolarilor, urmată de organizarea lor pe anumite trepte de activitate și prin anumite grade de rigoare și complexitate;
- să-și formeze capacitatea de a indica tiparele de gândire matematică accesibile elevilor;
- să-și formeze capacitatea de a explica, exemplifica și de a aplica metodologia predării-învățării principalelor conținuturi matematice elevilor;
- să-și formeze capacitatea de a stabili locul și rolul mijloacelor didactice specifice lecțiilor de matematică din învățământul preuniversitar;
- să-și formeze capacitatea de a stabili mijloacele specifice de control a activității matematice a elevilor, a mijloacelor specifice de evaluare a progresului la învățatură;
- să-și formeze capacitatea de a folosi creator cunoștințele expuse în această carte, în activitatea de proiectare, organizare și desfășurare a unei lecții de matematică în învățământul simultan și în cel normal;
- să-și formeze capacitatea de a investiga modul în care cunoștințele matematice devin utile altor discipline și reciproc;
- să-și formeze capacitatea de a descrie și exemplifica metodele utilizate la matematică;
- să-și formeze capacitatea de a identifica succesul și insuccesul școlar, de a preveni și combate dificultățile de învățare la matematică;
- să-și formeze capacitatea de a stabili modul de organizare a studiului individual, cu referire la folosirea manualelor, a revistelor de matematică, a culegerilor de probleme;
- să-și formeze capacitatea de a stabili modul de organizare a unor activități din afara clasei, cercuri de matematică, olimpiade;
- să-și formeze capacitatea de a întocmi fișe de lucru diferențiate și individualizate la matematică.

Competențe practic aplicative:

- să-și formeze capacitatea de a opera și de a pune în practică cunoștințele acumulate, atât la disciplinele de specialitate utilizatoare ale noțiunilor cât și în exemple simple.

Competențe de comunicare și relaționare:

- să-și formeze o gândire logică;
- să-și formeze un limbaj matematic adecvat;
- să-și dezvolte capacitatea de analiză și sinteză;
- să-și formeze capacitatea de analiză / autoanaliză a activităților metodice asistate/ realizate.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Resurse și mijloace de lucru

Vom insista asupra modului de parcurgere eficientă a acestui curs.

Conținutul fiecărui paragraf al unei unități de învățare este întrerupt de diverse sarcini de lucru. Acestea sunt anunțate printr-o imagine sugestivă și au titlul „**TO DO**”. Este indicat rezolvarea cu consecvență a cerințelor formulate în sarcinile de lucru, imediat după parcurgerea conținuturilor tematice și a exemplelor sau a exercițiilor rezolvate, intitulate sugestiv „**Exemple**”. În finalul fiecărui paragraf al unei unități de învățare se găsește rubrica : “**Să ne reamintim...**”.

Fiecare unitate de învățare conține un **test de autoevaluare**, care permite cititorului să verifice singur calitatea însușirii cunoștințelor studiate. În cazul apariției unor neclarități în legătură cu rezolvarea testelor de autoevaluare se pot folosi răspunsurile și sugestiile de rezolvare ale acestora, care se află la sfârșitul fiecărui test de autoevaluare. Dacă neclaritățile persistă este indicat a se lua legătura cu tutorele, la una dintre întâlnirile prevăzute prin calendarul disciplinei.

În scopul parcurgerii eficiente a materialului este necesară existența unor mijloace sau instrumente de lucru. Astfel sunt necesare:

ca mijloc informatic:

- calculator având acces la internet;

ca instrumente de lucru:

- manuale școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele V-XII

- Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare. Matematică, București, 2009(V-VIII), 2009(IX), 2004(X), 2006(XI-XII).- culegere de fișe de evaluare la matematică;

- culegere de probleme de matematică;

-calculator de buzunar, riglă, compas, echer, carton, hârtie colorată, creioane colorate, etc.



Structura cursului

Principiul care a stat la baza structurării lucrării constă în prezentarea problemelor metodice care se pot conecta la conținuturile esențiale ale lecțiilor de matematică ale școlărilor din clasele V-XII, astfel încât în conținutul cărții se regăsească următoarele unități de învățare:

UI.1. Obiectul și principiile didacticii matematice.

UI.2. Metodologia rezolvării și compunerii de probleme.

UI.3. Metode de predare-învățare a matematicii în școală.

UI.4 Mijloace didactice utilizate în lecția de matematică.

UI.5. Evaluarea în cadrul lecțiilor de matematică din învățământul preuniversitar

UI.6. Elemente de proiectare didactică la matematică.

UI.7. Abordarea interdisciplinară a lecțiilor de matematică în învățământul preuniversitar.

UI.8. Succesul și insuccesul școlar. Activitatea suplimentară la matematică.

UI.9. Diferențiere și individualizare la matematică.

UI.10. Probleme specifice ale predării - învățării matematicii în condițiile muncii simultane.

Fiecare unitate de învățare are ca elemente constitutive: **titlul unității, cuprinsul unității, o introducere, competențele unității de învățare, durata medie de parcurgere a unității de învățare, conținutul unității de învățare, rezumatul,**



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

testul de autoevaluare cu răspunsuri și indicații.

Unitățile de învățare numărul: 4, 6, 9 conțin în plus câte o **temă de control**.

Punctajul propus pentru evaluarea fiecărei teme de control se află menționat după enunțul subiectelor.

Cele trei teme de control, rezolvate, vor fi transmise tutorelui.

Rezultatele obținute de către studenți la temele de control, vor fi încărcate pe platforma eLearning a Universității “Transilvania” Brașov, până la o dată prestabilită.



Cerințe preliminare

Teoria și metodologia curriculumului.

Pedagogie.

Matematică-clasele I-IV.

Teoria și metodologia instruirii.

Teoria și metodologia evaluării.

Psihopedagogia copiilor cu dificultăți de învățare.

Discipline deservite

Matematică.

Practică de specialitate.

Cercetare pentru licență.

Pregătire lucrare licență.

Durata medie de studiu individual

Parcursul de către studenți a aspectelor teoretice și a exemplelor unităților de învățare ale lucrării intitulate: **DIDACTICA MATEMATICII** se poate face în 2 sau 3 ore pentru fiecare unitate.



Evaluarea

Pentru disciplina **DIDACTICA MATEMATICII**, evaluarea are două componente: **evaluarea continuă și evaluarea finală**.

Evaluarea continuă va fi făcută pe baza celor trei teme de control (notate de tutore). Punctajul propus pentru notarea fiecărei teme se află menționat după enunțul subiectelor.

Nota obținută la fiecare temă de control, reprezintă câte **15 %** din nota finală.

Evaluarea finală pentru acest curs este examenul scris.

Nota obținută la examenul scris, reprezintă **55%** din nota finală.

NU EZITAȚI SĂ LUAȚI LEGĂTURA CU TUTORELE PENTRU A OBTINE ALTE INDICAȚII SAU PRECIZĂRI, SAU PENTRU A DEPĂȘI EVENTUALELE BLOCAJE ÎN ÎNVĂȚARE !

Lucrarea: DIDACTICA MATEMATICII reprezintă portofoliul de evaluare al autorului, în cadrul PROIECTULUI: POSDRU 87/13/S/63709 “Calitate, inovare, comunicare în sistemul de formare continuă a didacticienilor din învățământul superior”.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Chestionar evaluare prerechizite

1. Ce calități ar trebui să aibe profesorul desăvârșit?
2. Cum ar trebui organizat și ce ar trebui să conțină manualul de matematică ideal?
3. Care este importanța întocmirii cu seriozitate a proiectelor de lecție, în scopul reușitei lecțiilor de matematică din învățământul preuniversitar?
4. Consideri utilă proiectarea unităților de învățare? Dar întocmirea planificării anuale?
5. Enumeră și explică etapele unei lecții.
6. Consideri necesară utilizarea materialului didactic în cadrul lecției de matematică? De ce?
7. Prezintă cinci modalități de cultivare a creativității elevilor în cadrul lecțiilor de matematică.
8. Enumeră cel puțin trei valențe formative ale activităților rezolutive.
9. Rezolvă prin două metode aritmetice speciale următoarea problemă:
În vederea organizării unei conferințe, se lucrează la așezarea scaunelor într-o sală pentru a acoperi numărul invitaților. În acest scop s-a făcut calculul că dacă se pun câte 24 de scaune pe rând, nu vor mai avea loc 36 de spectatori. Dacă se pun câte 28 de scaune pe rând, numărul rândurilor rămânând același, atunci ultimul rând va rămâne neocupat, iar în penultimul se vor așeza numai 8 persoane. Pentru câți spectatori s-au pregătit locuri? Pe câte rânduri se proiectează așezarea scaunelor?
10. Precizează locul și rolul evaluării performanțelor școlare în cadrul procesului instructiv-educativ.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare 1. Obiectul și principiile didacticii matematicii

Cuprins

1.1. Introducere.....	12
1.2. Competențe.....	12
1.3. Aspecte istorice	12
1.4. Obiectul metodicii/didacticii matematicii	14
1.5. Sarcinile metodicii predării matematicii.....	16
1.6. Principiile didacticii.....	16
1.6.1 Principiul psihogenetic al stimulării și accelerării dezvoltării stadiale a inteligenței.....	17
1.6.2. Principiul învățării prin acțiune.....	19
1.6.2.1. Activizarea elevilor - condiție a creșterii randamentului școlar la matematică	19
1.6.2.2. Exigențe ale activizării elevilor la matematică	20
1.6.2.3. Alte aspecte ale activizării elevilor la matematică.....	21
1.6.3. Principiul construcției componentiale și ierarhice ale structurilor inteligenței.....	21
1.6.4. Principiul stimulării și dezvoltării motivației elevilor pentru învățarea matematicii.....	22
1.6.5. Principiul formării și dezvoltării capacității de creație a elevilor prin învățarea matematicii.....	23
1.7. Rezumat.....	24
1.8. Test de autoevaluare	24
1.9. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	24



1.1. Introducere

În studiul disciplinelor care contribuie la formarea viitorului profesor pentru învățământul preuniversitar, un rol aparte este jucat de disciplina: Didactica matematicii. Această unitate de învățare are ca scop familiarizarea cu obiectul de studiu al acestei discipline și cu principiile didacticii.



1.2. Competențele unității de învățare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să prezinte aspecte istorice referitoare la metodică/didactica matematicii;
- să definească obiectul metodicii/didacticii predării matematicii;
- să explice importanța studierii acesteia;
- să enumere sarcinile metodicii predării matematicii.



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 2 ore.

1.3. Aspecte istorice

Termenul de didactica provine din limba greacă ("didaske-didaskein" - a învăța pe alții, "didactikos" – instrucție, instruire, "didactike" – arta învățării).

J. A. Comenius (1592-1670) este considerat fondatorul didacticii, părintele didacticii moderne. În lucrarea sa "Didactica Magna" (1657), Comenius a definit didactica ca fiind "arta



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

universală de a învăța pe toți totul", elaborând de asemenea un plan de învățământ, programe școlare, introducând vacanțele, expresia de: an școlar, fixând data începerii școlii la 1 septembrie, din preocupările sale făcând parte și: obiectivele principiile, conținutul, metodele și formele de organizare ale activității instructiv-educative.

Fondatorul pedagogiei ca știință, **J. F. Herbart** (1776-1841), psiholog și filozof german, a continuat ideile pedagogice ale lui Comenius, elaborând o teorie a interesului, considerând învățământul veriga cea mai importantă a educației și elaborând un algoritm procedural folositor procesului de predare-învățare a cunoștințelor.

Un alt mare pedagog: **I. G. Prestalozzi** (1746-1827), autor și al lucrării: Studierea intuitivă a numărului, a dat prin lucrările sale o deschidere dezvoltării pedagogiei.

Termenul de "metodica matematicii" a fost propus de **F. Diesterveg** (1790-1866) în anul 1836.

Datând de la apariția matematicii, papirusurile egiptene rămase constituiau un fel de manuale pentru școlile de scribi. Astfel din cele două fragmente de papirusuri (papirusul Rhind la Londra și papirusul de la Moscova) se pot trage unele concluzii de natură metodică: (Banea, H., 1998, p.13-14)

1. Există o sistematizare a conținutului. De exemplu în papirusul Rhind problemele sunt grupate după conținut în: probleme de aritmetică, de calculul ariilor și volumelor, cu caracter aplicativ.
2. Nu figurează formule generale ci toate procedeele sunt date pe cazuri concrete sub forma unui rețetar, de exemplu: "modul de calcul al piramidei fără vârf (adică un trunchi de piramidă căruia i se cere volumul)".
3. Apar primele elemente ale stilului "școlar", adică probleme artificiale cu rol de antrenament.

Considerații analoage s-ar putea face și despre matematica babiloniană. Din cele vreo 20000 de tăblițe de lut ars scrise cu cuneiforme și având conținut matematic s-au descifrat doar o mică parte. Există și aici o școală numită: "casa tăblițelor" în care principala preocupare era calculul, socotitul și evidența. Elevul transcria pe tăblițe modele de exerciții și apoi tăblițele erau aruncate.

Repere din matematica hindusă: existența manualelor ca Suliva-sutra (regulile funiei), conținând reguli de calcul date în strofe scurte care se învățau pe de rost. În "demonstrațiile" geometrice, figurează foarte des pe lângă desen doar indicația : privește! (Banea, H., 1998, p.14)

Repere ale "metodicii" din Grecia Antică ar fi:

1. Promotorul principal al dialogului euristic a fost **Socrate**.
2. Se apreciază că: colecția de rezultate (formule, rezultate empirice, procedee) din toată Antichitatea, s-a transformat în știință atunci când s-a introdus demonstrația.
3. **Elementele** lui **Euclid** stau până în ziua de azi la baza manualelor de geometrie din învățământul preuniversitar.

În țara noastră, preocupări didactice au avut majoritatea matematicienilor români. Astfel:

1. **G. Țițeica** a scris în 1904 renumita **Culegere de probleme de geometrie**, din care lucrează elevii și în ziua de azi.
2. **T. Lalescu** a publicat cartea de geometrie elementară **Geometria triunghiului**.

Gazeta matematică (după 1948) conține numeroase articole metodice.

Pe plan mondial, didacticile disciplinelor de învățământ au apărut după anul 1970.

În România, primul curs de Didactica matematicii a fost scris de **F. Cârjan** în 2002.

Găsește o altă informație referitoare la istoria metodicii predării matematicii.

R: Resurse - Internetul.





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Să ne reamintim...

Termenul de didactică provine din limba greacă ("didaske-didaskein"

- a învăța pe alții, "didaktikos" – instrucție, instruire, "didaktike" – arta învățării).

J. A. Comenius (1592-1670) este considerat fondatorul Didacticii. În lucrarea sa "Didactica Magna" (1657), Comenius a definit didactică ca fiind "arta universală de a învăța pe toți totul."

1.4. Obiectul metodicii/didacticii matematicii

Prin *metodică* se înțelege acea parte a didacticii generale care tratează despre principiile și regulile de predare proprii fiecărui obiect de studiu.

Metodica predării matematicii este o disciplină de graniță între matematică, pedagogie și psihologie. Obiectul ei de studiu se conturează din analiza relațiilor ei cu matematica și pedagogia. **Metodica predării matematicii studiază învățământul matematic sub toate aspectele: conținut, metode, forme de organizare** etc.

Metodica predării matematicii trebuie să indice cum să se organizeze predarea-învățarea eficientă a noțiunilor de aritmetică, algebră, geometrie și analiză din învățământul preuniversitar. Matematica constituie conținutul asupra căruia metodica predării își exersează metodele. Ea devine specifică acestui conținut. Astfel ea devine o disciplină matematică.

Se încetățenește tot mai mult și termenul de *metodologie didactică*, înțelesă ca știință a metodelor utilizate în procesul de învățământ, ca teorie a naturii, locului și a strategiilor, metodelor, tehnicilor și procedeelelor întrebuintate în predare și învățare.

Metodologia învățământului matematic are ca obiect analizarea legităților procesului studierii matematicii în școală, cu toate implicațiile informative și formative ale acestei activități. Ea are o triplă valență: *teoretică*, de fundamentare prin cercetare și explicare logico-științifică și didactică a procesului învățării matematicii; *practică-aplicativă*, de fundamentare a bazelor elaborării normelor privind organizarea și conducerea științifică a activității de învățare a matematicii; *de dezvoltare, creare și ameliorare continuă* a demersurilor și soluțiilor metodice specifice acestei activități, în vederea obținerii unei eficiențe tot mai înalte.

Pe baza cunoașterii celor doi factori principali, matematica și copilul, **metodica predării-învățării matematicii analizează** metodele și procedeele: *obiectivele, conținuturile, strategiile didactice, mijloacele de învățământ folosite, formele de activitate și de organizare a elevilor, modalitățile de evaluare a randamentului și progresului școlar, bazele cultivării unor repertorii motivaționale favorabile învățării matematicii*. Ea își propune totodată, să ofere alternative teoretico-metodologice, norme și modele posibile de lucru, care să asigure optimizarea învățământului matematic. (Lupu, C., Săvulescu, D., 2000)

Didactica matematicii sau, cum mai este cunoscută, **didactica învățământului matematic**, reprezintă acea disciplină care se ocupă cu modelarea temelor predării - învățării matematicii, la toate nivelurile de învățământ, din perspectiva cercetărilor: *matematice, pedagogice, psihologice, sociologice, filosofice, epistemologice*, dar și a experienței muncii de la catedră. În consecință, **didactica matematicii** se înfățișează ca o știință interdisciplinară, care reprezintă, în plan teoretic și practic, pe de o parte, aplicarea didacticii la predarea - învățarea matematicii ca obiect de învățământ, și, pe de altă parte, care studiază acest proces cu tot ceea ce implică el, analizând toate aspectele calitative și cantitative ale lui, aspecte generate de structura specifică a conținutului noțional matematic ce se dorește a fi predat în școală. Ea are ca sferă de cuprindere ansamblul componentelor actului predării - învățării matematicii, cu scopul transmiterii și dobândirii cunoștințelor de matematică, ca adevăruri certe, consemnate de matematica - știință, precum și a priceperilor



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

și deprinderilor de a le aplica în diverse situații practice (matematizarea unor situații cotidiene sau rezolvarea de exerciții și / sau probleme aplicative - atât la matematică, cât și la alte discipline școlare). Din această perspectivă, **didactica matematicii** apare ca un ansamblu de pârghii prin care se lărgeste orizontul de cunoaștere al elevilor, formându-le capacități, priceperi, deprinderi și cultivându-le convingeri, atitudini și sentimente la / față de matematică. (Vălcan, D., T., 2012, II, p. 3)

Materialele Ministerului Educației și Cercetării (Iucu, R., Pânișoară, I., Gliga, L., (coord.), 1999, apud Vălcan, D., T., 2012, II, p. 3.) propun schimbarea denumirii de **metodică** în cea de **didactică** a disciplinei de învățământ. Justificarea acestei schimbări o găsim în următoarele considerații:

-Prin fundamentele sale o metodică este preponderent o pedagogie aplicată la disciplina de învățământ care se predă în școală, ea preocupându-se mai mult de organizarea situațiilor de învățare și de relația profesor - elev;

-Fundamentele didacticii specialității sunt însă epistemologice și psihologice, aceasta preocupându-se prioritar de relația elevului și a profesorului cu cunoștințele care fac obiectul învățării și mai puțin de organizarea situațiilor de învățare.

Exemplu: **Metodica predării matematicii** se preocupă de:

- inventarierea și structurarea conținutului noțional matematic;
- obiectivele predării - învățării matematicii în școală;
- strategiile și modurile de evaluare a rezultatelor școlare la matematică;
- structurarea unui proiect didactic.

Toate aspectele menționate sunt abordate cu referire la conținutul științific al matematicii. **Didactica matematicii** se preocupă însă, în primul rând, de modul științific de gândire, de metoda științifică de investigare a realității - pentru a urmări felul în care elevii, la o anumită vârstă școlară, sunt capabili să înțeleagă raționamentele matematicianului și să utilizeze metoda științifică în construirea propriului sistem de cunoștințe. Ea se centrează, de asemenea, asupra analizei unui conținut științific studiat, pentru identificarea unui registru optim de abordare a acestuia, ținând seama de:

- vârsta școlară,
- cunoștințele anterioare,
- interesele elevului, etc.

În condițiile în care **didactica matematicii** are ca obiect de studiu perfecționarea procesului de predare - învățare a acestei discipline școlare de către viitorii și actualii profesori, tematica sa evidențiază și următoarele aspecte:

- dificultățile specifice de învățare a unui conținut științific;
- tehnicile de investigare a acestor dificultăți;
- strategiile punctuale, eficiente în depășirea dificultăților.

Reforma învățământului, înregistrată pe plan mondial, impune reconsiderarea raportului predare - învățare. Se subliniază astfel că rolul profesorului nu este acela de a comunica elevului cunoștințe, ci de a-l asista în procesul învățării. La această paradigmă se aliniază și învățământul românesc. (Vălcan, D., T., 2012, II, p. 4)

Motivează de ce metodică predării matematicii devine o disciplină matematică.

R: Deoarece matematica constituie conținutul asupra căruia metodică predării își exersează metodele, atunci aceasta se adaptează și devine specifică acestui conținut.





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Să ne reamintim...

- **Metodica predării matematicii** studiază învățământul matematic sub toate aspectele: conținut, metode, forme de organizare etc.
- **Metodica predării-învățării matematicii** analizează în spiritul logicii științelor moderne: obiectivele, conținuturile, metodele și procedeele și mijloacele de învățământ folosite, formele de activitate și de organizare a elevilor, modalitățile de evaluare a randamentului și progresului școlar, bazele cultivării unor repertorii motivaționale favorabile învățării matematicii.
- **Didactica matematicii** sau, cum mai este cunoscută, **Didactica învățământului matematic**, reprezintă acea disciplină care se ocupă cu modelarea temelor predării - învățării matematicii, la toate nivelurile de învățământ, din perspectiva cercetărilor: **matematice, pedagogice, psihologice, sociologice, filosofice, epistemologice**, dar și a experienței muncii de la catedră.

1.5. Sarcinile metodicii predării matematicii

Principalele sarcini ale metodicii predării matematicii sunt:

- selectarea din matematica-știință a conceptelor, rezultatelor și ideilor fundamentale care vor fi predate elevilor, urmată de organizarea lor pe anumite trepte de atractivitate și prin anumite grade de rigoare și complexitate;
- identificarea principalelor trăsături, instrumente, metode și aplicații, caracteristice diferitelor discipline matematice și indicarea tiparelor de gândire matematică accesibile elevilor la diferite vârste;
- investigarea modului în care cunoștințele matematice devin utile altor discipline;
- detalierea metodologică a fiecărei teme de studiu indicând căile potrivite pentru explicarea ei cât mai accesibilă;
- stabilirea mijloacelor specifice de control a activității matematice a elevilor, a mijloacelor specifice de evaluare a progresului de învățare;
- indicarea modului de organizare a studiului individual cu referire la folosirea manualelor, a revistelor de matematică, a culegerilor de probleme, a unor activități din afara clasei, cercuri de matematică, olimpiade;
- stabilirea liniilor directoare în organizarea procesului predării-învățării matematicii. (Lupu, C., Săvulescu, D., 2000)



Explică zicala: ” Este o profesoară înnăscută, nu făcută! ”

R: Prezintă cel puțin cinci idei.

1.6. Principiile didacticii matematicii (Vălcan, D., T., 2012)

Principiile didacticii matematicii, într-un fel, desprinse din principiile didacticii generale și încorporate în învățământul matematic, sunt idei fundamentale, norme generale, care stau la baza proiectării, organizării, desfășurării și evaluării tuturor activităților de predare - învățare a matematicii în școală, în vederea atingerii optime a obiectivelor impuse de societate sau propuse de profesor.

Fiind științific fundamentate, pe date experimentale psihopedagogice și gnoseologice, principiile didacticii matematicii servesc drept îndrumar în proiectarea, organizarea, realizarea și evaluarea întregului proces de predare - învățare a matematicii în școală.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Ca și principiile didacticii generale, și principiile didacticii matematicii au un caracter general - normativ, sistemic - interacționist și dinamic - deschis.

a) Caracterul general - normativ al acestor principii rezultă din bazele lor logice, explicative, fundamentate epistemologic, psihologic și psihosocial, precum și din esențializarea lor. Astfel, ele vizează toate componentele funcționale ale învățământului matematic, și sunt aplicabile în procesul de predare - învățare a matematicii la toate subramurile acesteia predate în școală (algebră; analiză matematică; geometrie plană, în spațiu sau analitică; trigonometrie), în toate activitățile didactice (lecții, cercuri, consultații, meditații, concursuri, olimpiade, ș.a.), și la toate nivelurile de școlarizare.

Caracterul normativ al principiilor didacticii matematicii rezidă în funcția lor orientativă și reglatoare, care își găsește ecou în stabilirea obiectivelor, în structura conținutului noțional matematic ce trebuie predat în școală, în alegerea formelor de realizare a procesului de predare - învățare, în stabilirea și aplicarea strategiilor didactice (prin îngemănarea optimă a unor seturi de metode de predare - învățare cu cele mai moderne mijloacele tehnice de instruire), precum și în realizarea verificării și evaluării randamentului școlar al elevilor la matematică. Astfel, se poate spune că proiectarea optimă a unei lecții de matematică este un act de creație (al profesorului de matematică), act direcționat de principiile didacticii matematicii, principii care exprimă cerințele și condițiile interne și externe ale învățării matematicii, care sintetizează cele mai recente date științifice implicate în explicarea procesului de predare - învățare a acestei discipline școlare.

b) Caracterul sistemic - interacționist al principiilor didacticii matematicii rezultă din faptul că ele exprimă cerințele fundamentale - de nuanță normativă - ale predării - învățării matematicii, din potențialul interdisciplinar, caracterul deschis și aplicațiile în școală ale conținutului noțional matematic. Astfel, principiile didacticii matematicii reprezintă un sistem de norme între care există strânse interrelații. Încălcarea unui anumit principiu poate duce la anularea sau atenuarea efectelor celorlalte. De asemenea, aplicarea adecvată a principiilor didacticii matematicii trebuie văzută în interrelație cu toate componentele procesului de predare - învățare a matematicii, pe baza unei abordări sistemice.

Înțelegând caracterul sistemic - interacționist al principiilor didacticii matematicii, profesorii de matematică își pot conștientiza faptul că aceste principii au și un caracter dinamic și deschis, deci ele nu sunt rigide și nu împiedică manifestarea creativității lor în proiectarea, organizarea, desfășurarea și evaluarea procesului de predare - învățare a matematicii în școală.

c) Caracterul dinamic - deschis al principiilor didacticii matematicii este determinat de cerințele noi ale dezvoltării societății, de progresele realizate în didactica matematicii, toate acestea fiind raportate la scopul general al procesului instructiv - educativ prin matematică:

-formarea și dezvoltarea gândirii matematice și trecerea treptată de la gândirea matematică spre o matematică a gândirii.

Numărul acestor principii nu este fix, el depinzând de restructurarea conținutului noțional matematic la un moment dat.

În continuare se trec în revistă cele mai importante cinci principii ale didacticii matematicii, relevând importanța acestora pentru formarea și dezvoltarea culturii matematice școlare.

1.6.1. Principiul psihogenetic al stimulării și accelerării dezvoltării stadiale a inteligenței

Se știe că inteligența se formează și se dezvoltă stadial, datorită schimburilor sistematice pe care le are omul cu mediul socio - cultural, educațional, prin procesul de asimilare - acomodare - echilibrare de nuanță progresivă. Conform lui Piaget, inteligența este un concept operațional utilizat pentru desemnarea formelor superioare de organizare a structurilor cognitive, structuri care se formează și se succed după o lege de dezvoltare, proprie fiecărei persoane, astfel încât fiecare dintre ele să asigure un echilibru cât mai larg și cât mai stabil, proceselor și operațiilor mintale care au



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

apărut în stadiile anterioare.

Așadar, inteligența este o calitate a personalității în care se reflectă particularitățile pozitive ale gândirii și ale celorlalte procese psihice.

Principiul psihogenetic al stimulării și accelerării dezvoltării stadiale a inteligenței este într-o legătură strânsă, și permanentă, cu principiul ipotezei optimiste în activitatea instructiv - educativă, precum și cu principiul abordării diferențiate și individualizate a elevilor, în această activitate.

Pentru optimizarea procesului de predare – învățare a matematicii, profesorii (de matematică) trebuie să cunoască trăsăturile esențiale ale structurii și funcționalității inteligenței în cadrul diferitelor stadii psihogenetice (de dezvoltare), și că apelând la metodele didacticii activizante, se poate grăbi trecerea de la un stadiu psihogenetic de dezvoltare la cel următor. De asemenea este bine să se știe că modificarea structurilor mintale ale elevului se face într-un timp optim, apelându-se la metodele activ - participative și la tipurile de învățare care predomină la o anumită vârstă școlară, și care au o maximă funcționalitate și eficiență, prin realizarea unor activități diferențiate.

Acest principiu determină modul de predare - învățare a matematicii: intuitiv, intuitivo - deductiv, deductiv, la o anumită vârstă școlară. Astfel, învățarea intuitivă, prin acțiuni concrete, prin manipularea obiectelor, prin sprijinirea operațiilor mintale pe operarea cu reprezentări, este caracteristică elevilor a căror gândire se află în stadiul operațiilor concrete (6/7 - 11/12 ani). Învățarea intuitivo - deductivă, prin problematizare, îndeosebi pe căi predominant euristice, prin implicarea reflexiei personale, pe baza analizei și sintezei, îngemănate cu abstractizarea și generalizarea, caracterizează elevii a căror gândire se află în stadiul operațiilor formale, logico - matematice (după vârsta de 12 ani). Învățarea pur deductivă a Matematicii, în școală, caracterizată printr-un înalt grad de abstractizare și generalizare se pretează elevilor afași în stadiul consolidării gândirii abstracte (după vârsta de 16 ani).

Desigur că realizarea unei corespondențe între stadiile psihogenetice de dezvoltare a inteligenței și tipurile de învățare a matematicii, nu implică imposibilitatea folosirii unui anumit tip de învățare la o vârstă mai mică, dacă se apelează la o metodologie adecvată și se ține cont de principiul accesibilității cunoștințelor și deprinderilor (principiu care realizează diferențierea și individualizarea procesului de predare - învățare). Respectarea acestui principiu presupune o selecționare și o gradare a cunoștințelor predate și a exercițiilor și problemelor aplicative care conduc la formarea unor priceperi și deprinderi intelectuale sau psihomotorii, astfel încât acestea să fie accesibile elevilor unei clase (desigur printr-un efort gradat, sub îndrumarea profesorului și prin activarea potențialului intelectual și creativ al elevilor).

Profesorul nu trebuie să aștepte pasiv momentul apariției capacităților intelectuale de asimilare a unor cunoștințe matematice, ci acest moment trebuie provocat, trebuie creat. Se apreciază, astăzi, că orice temă din programa de matematică poate fi predată efectiv într-o formă intelectuală corectă, oricărui copil, la orice vârstă, dar prezentată în forme care să pună accent fie pe acțiuni obiectuale, fie pe imagini, fie pe mijloace verbale. În același timp, după cum se știe, elevii pot avea ritmuri diferite de dezvoltare fizică și / sau intelectuală, funcție atât față de potențialitățile înnăscute, cât și de calitatea condițiilor instructiv - educative, de gradul adecvării activităților formative desfășurate de ei. Se impune, deci, individualizarea predării - învățării Matematicii în școală, creându-se astfel condițiile ca fiecare elev să se dezvolte, pe cât posibil, în ritm propriu, activându-i însă potențialitățile reale și valorificându-le la maxim. Pe fondul luării în considerare a particularităților de vârstă și a celor individuale, se pot îngemăna activitățile și strategiile didactice realizate cu întreaga clasă de elevi, cu activități și strategii diferențiate - pe grupe de nivel și cu cele individualizate, toate vizând, mai ales, aspectul formativ al învățământului matematic.

Condițiile optime de mediu socio - cultural, de instrucție și educație familiară și școlară, utilizarea unor metode activizante, precum și a instruirii diferențiate, pot accelera mersul dezvoltării intelectuale a elevilor, pot grăbi trecerea gândirii acestora în următorul stadiu psihogenetic de dezvoltare, și reciproc.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

1.6.2. Principiul învățării prin acțiune

Didactica matematicii are drept cadru de referință esențial principiul învățării prin acțiune. Se știe că personalitatea unui elev se formează, se dezvoltă și se exprimă în și prin acțiune, iar structura funcțională a conștiinței individuale cuprinde elemente de natură acțională și reflexivă (internă și externă). Prin acțiune se formează, capătă o formă și se consolidează toate structurile și procesele psihice particulare ale elevilor (de la percepție până la gândire). Tot prin acțiune se realizează o integralitate funcțională a sistemului psihic în ansamblu.

Principiul învățării prin acțiune, aplicat în didactica matematicii, asigură, și totodată presupune, participarea conștientă a elevilor în procesul de predare - învățare a matematicii. Acest principiu este cheia eficienței acestui proces, în care trebuie să se implice fiecare elev, sub îndrumarea competentă a profesorului, în cadrul unor situații didactice activizante, formative.

Cercetări mai recente din didactica matematicii relevă faptul că învățarea matematicii prin acțiune, adică prin acțiuni mintale - reflexive și prin acțiuni obiectuale - concrete, dar și prin interacțiunile dintre acestea), este calea care duce la dezvoltarea gândirii matematice; aceasta fiind o învățare constructivă, eficientă. Ținând cont de faptul că orice deprindere intelectuală (cum ar fi învățarea unei definiții sau a unei teoreme) sau psihomotorie (de exemplu, însușirea algoritmului de rezolvare a unor exerciții sau probleme) se dezvoltă pe baza contactelor active (directe) și repetate, în mod optim, cu materia de studiat, profesorul trebuie să se stimuleze activismul elevilor atât în contextul situațiilor de predare - învățare școlare, cât și în cele extrașcolare. De aceea se impune o analiză a strategiilor de activizare a elevilor la activitățile din învățământul matematic.

1.6.2.1. Activizarea elevilor - condiție a creșterii randamentului școlar la matematică

Activizarea elevilor la orele de matematică trebuie înțeleasă ca o acțiune de instruire și / sau autoinstruire, de dezvoltare a gândirii matematice și a personalității elevilor, prin stimularea și dirijarea metodică a activităților acestora la această disciplină școlară. Procesul de activizare a elevilor la matematică presupune înfăptuirea unei suite de acțiuni, cum ar fi:

- trezirea și cultivarea interesului elevilor pentru matematică;
- exercitarea inteligenței și a celorlalte funcții psihice prin efort personal;
- exersarea capacității de însușire a cunoștințelor matematice;
- formarea abilităților de orientare autonomă în soluționarea problemelor practice sau de la alte discipline școlare, care necesită o modelare matematică;
- cultivarea spiritului investigativ și a atitudinii epistemice față de matematică, prin antrenarea elevilor în proiectarea, organizarea, conducerea și evaluarea activității de predare - învățare a matematicii, atât la clasă cât și în afara clasei.

A activiza elevii la matematică înseamnă a mobiliza și angaja intens toate forțele psihice de cunoaștere și de creație ale elevilor, pentru a obține performanțe maxime la matematică. Pe de altă parte, acest proces înseamnă și antrenarea elevilor în toate formele de activitate școlară (independente și / sau neindependente), mărirea treptată a eforturilor profesorului pentru a-i ajuta pe elevi să obțină competențe și performanțe superioare la matematică.

Activizarea elevilor la matematică este atât un rezultat al procesului instructiv - educativ din învățământul matematic, cât și o premiză a instrucției și autoinstrucției de nivel superior, prin matematică. Ca premiză a acestui ultim fapt, activizarea elevilor la matematică implică utilizarea unui ansamblu de mijloace didactice (metode, strategii, tehnici de predare - învățare), menite să angajeze individualitatea fiecărui elev, în mod constant și continuu, în procesul de predare - învățare a matematicii. Ca rezultat al procesului instructiv - educativ din învățământul matematic, activizarea elevilor la matematică apare în urma utilizării, în toate activitățile didactice din acest învățământ, a



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

metodelor active care asigură structurarea proceselor și mecanismelor gândirii, precum și o motivație adecvată pentru învățarea și utilizarea cunoștințelor matematice.

1.6.2.2. Exigențe ale activizării elevilor la matematică

Activizarea elevilor în procesul de predare - învățare a matematicii, diferă de la o etapă la alta a dezvoltării ontogenetice a acestora, funcție de atitudinile lor față de îndatoririle școlare, de gradul conștientizării scopurilor învățării matematicii, de natura intereselor care stau la baza învățării acestei discipline școlare, precum și de nivelul de dezvoltare a proceselor psihice ale lor. Posibilitățile reale de antrenare a elevilor în procesul didactic, la matematică, sunt neuniform distribuite pe parcursul școlarizării, ceea ce presupune respectarea unor exigențe ale acestui proces de activizare, dintre care amintim:

a) Pregătirea psihologică a elevilor pentru învățarea matematicii. Motivația învățării Matematicii este o tensiune interioară direcționată spre realizarea unui scop acceptat subiectiv („vreau să știu Matematică”); ea are funcții de activizare, orientare, dirijare și conducere a conduitei elevului în sensul atingerii scopului, pentru care s-a optat. Totodată, această motivație asigură sens și coerență internă conduitei elevului la orele de matematică, ea mijlocește stabilirea și realizarea unor scopuri conștiente.

Un rol deosebit de important în activizarea elevilor la matematică îl are sensibilizarea acestora față de însușirea cunoștințelor matematice și aplicarea lor în rezolvări de exerciții și probleme, respectiv orientarea atenției și a interesului elevilor spre ceea ce urmează să fie învățat. Ca verigă indispensabilă și condiție a învățării matematicii, această sensibilizare presupune crearea surprizei, a momentelor de disjuncție între ineditul situației prezentate și așteptările elevilor. După această sensibilizare urmează apoi familiarizarea elevilor cu ceea ce este de învățat prin efort propriu și conștient, oferindu-li-se, de către profesor, elementele de conținut noțional matematic ce trebuie asimilate, propunându-li-se, totodată, anumite activități și tehnici de lucru cu materialul prezentat (demonstrații, aplicații, etc.).

b) Crearea și menținerea unui climat de încredere și asigurarea unei atmosfere de lucru stimulative la orele de matematică. Sinceritatea, modestia, tactul pedagogic, în raporturile interpersonale (elev - elev și elev - profesor), manifestarea adevărului și a pasiunii pentru studiul matematicii ușurează cultivarea unui climat tonifiant și angajant la orele de matematică.

c) Determinarea surselor de distorsiune și prevenirea lor. În procesul de predare - învățare a matematicii apar o serie de perturbații ale căror cauze sunt diferite și care pot fi grupate astfel:

- perturbații generate de organizarea și funcționarea defectuoasă a predării și învățării;
- perturbații determinate de mediul ambiental, generate de lipsa de motivație și interes a elevilor pentru studiul matematicii ;
- distorsiuni cauzate de starea de oboseală sau neatenție a elevilor sau a profesorului;
- perturbații provenite din incongruența didactică.

Aceste fenomene alterează comunicarea didactică, determină greutate în transmiterea și perceperea cunoștințelor matematice, iar uneori chiar schimbarea sensului inițial al mesajului transmis.

d) Organizarea și desfășurarea rațională a învățării matematicii.

Cercetările întreprinse în psihologia cognitivă demonstrează rolul fundamental al cuvântului în comunicarea didactică, aportul său la adâncirea tuturor proceselor cognitive, de la cel al percepției, până la cel al gândirii. În cazul nostru, limbajul matematic asigură permanent unitatea dintre imaginea iconică a conceptelor matematice și semnificațiile acestora.

e) Utilizarea unor modalități eficiente de activizare a elevilor la matematică.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

1.6.2.3. Alte aspecte ale activizării elevilor la matematică

În predarea - învățarea matematicii se poate constata că, spre deosebire de elevii „buni” la matematică, cei mai „slabi” au nevoie de un timp mult mai îndelungat pentru însușirea unei aceleiași teme din programa școlară. Acest lucru se datorează (cel puțin) următorilor factori:

- a) Diferențe aptitudinale interindividuale pentru învățarea matematicii, generate de un stil cognitiv mai lent, mai rigid, ceea ce face ca timpul necesar procesării cunoștințelor matematice, să fie mai lung, mai ales în condițiile unor aptitudini, pentru matematică, insuficient dezvoltate. Deci aptitudinea pentru matematică, mai mult sau mai puțin dezvoltată - necesară asimilării unor cunoștințe sau formării unor priceperi și deprinderi matematice, poate fi evaluată funcție de cantitatea de timp necesară elevului pentru abordarea (însușirea) unui capitol sau a unei teme din programa școlară, astfel încât în momentul trecerii la un alt capitol / temă cel (cea) precedent(ă) să fie însușit(ă).
- b) Calitatea instrucției, deci calitatea procesului de predare - învățare a matematicii, fapt ce depinde de strategiile didactice utilizate, de formele de organizare și desfășurare ale acestui proces, de metodele și mijloacele tehnice de instruire utilizate. În condițiile unei instruirii la nivel scăzut, se diminuează șansele de succes ale elevilor, îndeosebi ale celor cu aptitudini slab dezvoltate pentru matematică, cu un stil cognitiv lent, inert.
- c) Nivelul scăzut al motivației elevilor de a învăța matematică, nivel generat de anumite cauze de ordin socio – economic.
- d) Dorința unor elevi de a investi mai mult timp pentru învățarea matematicii. În cadrul activităților didactice unii elevi ar dori să investească mai mult timp pentru învățare, dar lecția este „cronometrată”. Acest lucru este datorat supraîncărcării programelor școlare, al timpului, elevilor, destinat învățării matematicii.

Așadar, instruirea eficientă a elevilor, la matematică, se bazează pe implicarea acestora în învățare, prin acțiuni efective de explorare, de redescoperire a adevărului matematic, de rezolvare a exercițiilor și problemelor și, uneori, chiar, de cercetare.

1.6.3. Principiul construcției componentiale și ierarhice ale structurilor inteligenței

Aplicarea acestui principiu în învățământul matematic se datorează faptului că predarea - învățarea matematicii înseamnă, în primul rând, formarea și construcția (deci dezvoltarea) inteligenței.

O componentă a inteligenței, sau a unei inteligențe specifice, de exemplu, cea referitoare la învățarea Matematicii, este un proces informațional care operează cu reprezentări sau simboluri ale obiectelor sau fenomenelor matematice, este un „segment informațional” între un „input” senzorial și traducerea acestuia într-un „output” de răspuns. Drumul de la colectarea informațiilor la prelucrarea, elaborarea și retransmiterea noilor informații este denumit procesarea informației („informating processing”). Astfel învățarea matematicii poate fi definită în termenii căilor prin intermediul cărora elevii „procesează” cunoștințele matematice.

Studii de dată mai recentă din psihologia genetică arată că în formarea inteligenței (generale sau specifice) apar trei tipuri de componente care interacționează. Cunoașterea lor de către profesor, îl conștientizează asupra necesității proiectării activităților sale, cu elevii, în contextul dezvoltării tuturor acestor componente ale inteligenței (îndeosebi în cazul învățării matematicii prin rezolvări de exerciții și probleme). Aceste componente se găsesc atât la nivelul inteligenței generale, cât și a celei logico - matematice, și sunt următoarele:

- i) Componentele de achiziție ale cunoștințelor matematice, sunt cele care au rolul de a colecta și achiziționa noile cunoștințe (matematice), transformându-le în cunoștințe funcționale.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Aceste componente sunt:

- a. încadrarea selectivă,
 - b. combinarea
și
 - c. compararea selectivă (cu rol în structura cunoștințelor)
și
 - d. utilizarea eficientă a cunoștințelor.
- ii) Componentele performanței, sunt cele care intervin în cadrul diferitelor strategii rezolutive, pentru obținerea de performanță. Aceste componente tind să se organizeze în stadii succesive, formând „proceduri” corespunzătoare soluționării / rezolvării problemelor.
- iii) Metacomponentele sunt acele componente ale inteligenței care intervin în planificarea, conducerea și luarea deciziilor privind realizarea unei performanțe (fiind procese de mare complexitate).

1.6.4. Principiul stimulării și dezvoltării motivației elevilor pentru învățarea matematicii

Inteligența unui elev, este pusă în funcțiune și orientată spre învățarea matematicii de factorii emotiv - activi și motivaționali ai personalității. Profesorul de matematică trebuie să cultive la elevi dragostea, pasiunea pentru matematică, adică adevărata motivație cognitivă pentru această disciplină școlară, care odată constituită nu mai cunoaște saturație.

Acest principiu se impune, în activitatea de predare - învățare a matematicii, ca o necesitate pentru a găsi căile de trecere de la motivația extrinsecă la cea intrinsecă, pentru evitarea demotivării învățării acestei discipline școlare.

Pentru creșterea eficienței procesului de predare - învățare a matematicii, se consideră utile următoarele aspecte didactice care contribuie la dezvoltarea motivației învățării acestei discipline școlare.

1. Acceptarea unui punct de vedere realist privind aspectele reale ale funcționalității motivației elevilor pentru învățarea matematicii. Orice profesor trebuie să accepte ideea că motivația extrinsecă și intrinsecă (înțelegând aici ansamblul lor) pot duce - prin întrepătrunderea lor - la creșterea randamentului școlar al elevilor, inclusiv la matematică.
2. Evaluarea motivelor învățării matematicii. În cazul în care unui elev nu i se poate capta atenția și interesul în orele obișnuite de matematică, cu procedeele obișnuite de motivare extrinsecă, profesorul trebuie să detecteze și să evalueze cât mai exact structura și funcționalitatea sistemului motivațional, al emoțiilor și sentimentelor cognitive ale elevului respectiv față de matematică, conjugându-le cu sarcinile didactice. Astfel, el va trebui să creeze situații de predare - învățare în cadrul cărora elevii respectivi să trăiască sentimentul succesului, care apoi devine factor motivațional, căci succesul și performanțele obținute pot deveni surse pentru motivarea învățării matematicii.

Dezvoltarea impulsului cognitiv pentru matematică, pe baza stimulării și orientării trebuinței de activism și a trebuinței de explorare, paralel cu stimularea și dezvoltarea emoțiilor și sentimentelor cognitive, cum ar fi: curiozitate, mirare, îndoială, întrebare, bucuria descoperirii adevărului, etc.

În acest sens, în cadrul tuturor activităților din învățământul matematic, se recomandă apelarea la „surpriză”, la noutate, la contrast, crearea unor situații didactice care să producă „disonanța cognitivă”. În acest mod se captează atenția elevului și se trezește interesul acestuia pentru studiul matematicii, clădindu-se, mai întâi, atracțiile și preferințele pentru o anumită temă din programa școlară. Captarea atenției elevilor se leagă de motivația sarcinii, de motivația pe termen scurt, în cadrul secvențelor de instruire, iar trezirea, stimularea și dezvoltarea interesului cognitiv pentru matematică se leagă și de motivația socială, pe termen lung, ea fiind și expresia măiestriei



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

didactice a profesorului.

Motivația optimă scurtează timpul necesar învățării, inclusiv la elevii cu ritm mai lent, la care prin activitatea proceselor cognitive se antrenează și ritmul învățării.

De asemenea, predarea matematicii în absența motivației elevilor pentru această disciplină, ridică o serie de probleme, ca de altfel și predarea în cazul „demotivării”, a stingerii interesului cognitiv al elevilor pentru matematică. În aceste condiții, măiestria didactică a profesorului își spune cuvântul, profesorul bun fiind capabil de a stârni curiozitatea elevilor prin „elemente - surpriză” incluse în demersul didactic.

3. Punerea în funcțiune a unui nivel adecvat al motivației elevilor pentru învățarea matematicii. Cercetările din didactica matematicii au demonstrat forța mobilizatoare și eficiența optimumului motivațional în învățarea matematicii, care diferă de la o persoană la alta, funcție de particularitățile tipului de sistem nervos, de echilibrul temperamental și emotiv, de capacitățile cognitive ale elevilor, toate acestea fiind raportate la dificultatea percepută sau anticipată a sarcinilor de învățare a acestora. Optimumul motivațional se leagă și de trebuința de performanță și nivelul de aspirație al elevului, de capacitatea sa de autocunoaștere și de evaluarea adecvată a dificultăților reale ale sarcinilor didactice. S-a constatat că în cazul anumitor elevi, supramotivarea poate avea aceleași efecte neadecvate ca și submotivarea, și anume apariția descurajării și a demobilizării la primul eșec; ba mai mult, unii elevi se pot demobiliza chiar după primul mare succes.
4. Dezvoltarea motivației cognitive a elevilor pentru matematică, pentru ca aceștia să atingă competențele gândirii logico - matematice și să utilizeze, ori de câte ori este posibil, strategiile de raționament matematic (operațional - formal).
5. Utilizarea competiției, a întrecerilor - ca situații didactice motivogene în învățarea matematicii. Aceste modalități se sprijină pe trebuința autoafirmării fiecărui elev, al unui grup, a colectivului clasei.
6. Dezvoltarea motivației cognitive a elevilor pentru învățarea matematicii, în interrelație cu capacitatea acestora de trăire și înțelegere a semnificațiilor valorice (științifice, filosofice, morale, religioase, economice, estetice) ale cunoștințelor matematice. În procesul asimilării cunoștințelor matematice, înțelegând principiile, legitățile și explicațiile științifice ale acestei discipline, elevii dobândesc treptat și capacitatea de trăire și înțelegere a semnificațiilor valorice ale acestor cunoștințe.

1.6.5. Principiul formării și dezvoltării capacității de creație a elevilor prin învățarea matematicii

Dintre toate aptitudinile speciale, cu rol deosebit în activitatea creatoare, foarte strâns corelată cu coeficientul de inteligență și activitatea gândirii, dar fără a se identifica cu aceasta, este aptitudinea pentru matematică, în formarea căreia intervin, în mod egal, cele două categorii de factori: ereditari și de mediu. Aptitudinea pentru matematică reprezintă capacitatea gândirii matematice de a generaliza rapid și extensiv (formarea asociațiilor generalizate), de a realiza rapid o prescurtare a procesului de raționalizare și a sistemului de operații, de comutare rapidă de la raționamentul direct la cel invers (de a realiza asociații reversibile), vizualizarea relațiilor spațiale. Dezvoltarea aptitudinilor matematice obișnuite se face pe baza activității intense și organizate de asimilare a cunoștințelor matematice.

În procesul de predare - învățare a matematicii spunem că un elev este creativ dacă este satisfăcută (cel puțin) una din următoarele condiții:

- produsul gândirii sale are un element de noutate fie pentru el, fie pentru societate;
- gândirea este neconvențională, în sensul că respinge sau modifică unele idei acceptate până atunci;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

- gândirea izvorăște dintr-o puternică motivare și persistență, adică ocupă un timp suficient de îndelungat și se desfășoară la o tensiune înaltă;
- gândirea prelucrează sau rezolvă probleme care au fost puse de la început în termeni vagi, insuficient definiți, astfel încât gândirea formulează clar problema sau o reformulează.



Prezintă: Principiul stimulării și dezvoltării motivației elevilor pentru învățarea matematicii
R: Revedi paragraful 1.6.4.



Să ne reamintim...

Cele mai importante cinci *principii ale didacticii matematice*, relevând importanța acestora pentru formarea și dezvoltarea culturii matematice școlare sunt:

- 1.Principiul psihogenetic al stimulării și accelerării dezvoltării stadiale a inteligenței.*
- 2.Principiul învățării prin acțiune.*
- 3.Principiul construcției componențiale și ierarhice ale structurilor inteligenței.*
- 4.Principiul stimulării și dezvoltării motivației elevilor pentru învățarea matematicii.*
- 5.Principiul formării și dezvoltării capacității de creație a elevilor prin învățarea matematicii.*



1.7. Rezumat

În această unitate de învățare se detaliază obiectul de studiu și importanța metodicii/ didacticii matematice, se prezintă un scurt istoric al temei, se analizează sarcinile metodicii predării matematice, și se precizează principiile didacticii matematice.



1.8. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Precizează importanța studierii metodicii/didacticii matematice, în formarea unui bun dascăl.
2. Formulează obiectul metodicii/didacticii matematice.
3. Enumeră sarcinile metodicii predării matematice.
4. Explică un principiu specific didacticii matematice.



1.9. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi paragraful 1.4.
2. Revedi paragraful 1.4.
3. Revedi paragraful 1.5.
4. Revedi paragraful 1.6.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare 2. Metodologia rezolvării și compunerii de probleme

Cuprins

2.1. Introducere.....	25
2.2. Competențe.....	25
2.3. Noțiunea de problemă matematică.....	26
2.4. Valențele formative ale activităților rezolutive.....	27
2.5. Etapele rezolvării problemelor de matematică.....	28
2.6. Metode specifice de predare - învățare a matematicii în școală.....	31
2.7. Strategii și tehnici de predare - învățare a matematicii în școală.....	43
2.8. Exemple de strategii rezolutive.....	59
2.9. Cultivarea creativității elevilor prin rezolvarea și compunerea de probleme.....	64
2.10. Rezumat.....	72
2.11. Test de autoevaluare.....	72
2.12. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	72

2.1. Introducere



Activitatea de rezolvare și compunere a problemelor are cele mai bogate valențe formative, în cadrul ei valorificându-se atât cunoștințele matematice pe care le are elevul, cât și nivelul de dezvoltare intelectuală a lui.

Compunerea problemelor de către elevi oferă terenul cel mai fertil din domeniul activităților matematice pentru cultivarea și educarea creativității și a inventivității.

Prin rezolvarea problemelor, elevul poate pătrunde mult mai profund în înțelegerea celor studiate la matematică și capătă o deprindere de muncă intelectuală foarte necesară vieții. Problemele sunt strâns legate de realitate și fac ca pe parcursul rezolvării lor calculul abstract să prindă viață.

Rezolvând probleme de matematică, elevii capătă deprinderea de a rezolva probleme practice, pe care le vor întâlni în viața lor. Dobândind deprinderi de rezolvare a problemelor, elevii capătă mult interes pentru această disciplină, unii ajung chiar s-o îndrăgească.

Această unitate de învățare are ca scop familiarizarea cu metodologia rezolvării și compunerii de probleme, două activități matematice care se întrepătrund și se completează reciproc și care reprezintă activități de bază în cadrul muncii la matematică.



2.2. Competențele unității de învățare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să definească noțiunea de problemă matematică;
- să prezinte valențele formative ale activităților de rezolvare și compunere de probleme de matematică;
- să descrie și să exemplifice etapele rezolvării problemelor de matematică;
- să precizeze și să exemplifice metodele pentru rezolvare a problemelor de aritmetică;
- să rezolve principalele categorii de probleme aritmetice;
- să stabilească mai multe căi de rezolvare a unei probleme;
- să prezinte activitatea de compunere a problemelor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 3 ore.

2.3. Noțiunea de problemă matematică

Cuvântul **problemă** își are originea în limba latină (**problema**) și a intrat în vocabularul românesc prin limba franceză (**problème**).

Termenul de problemă nu este suficient delimitat și precizat, având un conținut larg și cuprinzând o gamă largă de preocupări și acțiuni din domenii diferite. Etimologic, în germană **pro-ballein** înseamnă **înaintea unei bariere, obstacol care stă în cale**, ceea ce ar mai putea fi interpretat ca o dificultate teoretică sau practică a cărei rezolvare nu se poate face prin aplicarea directă a unor cunoștințe și metode cunoscute, ci este nevoie de investigare, tatonare, căutare. Etimologia greacă a cuvântului **problemă** arată că ea reprezintă o **provocare** la căutare, la descoperirea soluției.

Revenind la spațiul didactic, se consideră drept **problemă** orice dificultate teoretică sau practică, în care elevul pentru a-i găsi soluția, trebuie să depună o activitate proprie de cercetare, în care să se conducă după anumite reguli și în urma căreia să dobândească noi cunoștințe și experiență.

După Dicționarul Explicativ al Limbii Române, (DEX), cuvântul **problemă** are următoarele definiții:

Problemă: “Chestiune care intră în sfera preocupărilor, a cercetărilor cuiva, obiect principal al preocupărilor cuiva; temă, materie”;

Problemă: “Chestiune importantă care constituie o sarcină, o preocupare (majoră) și cere o soluționare (imediată)”;

Problemă: “Dificultate care trebuie rezolvată pentru a obține un anumit rezultat; greutate, impas”;

Problemă: “Lucru greu de înțeles, greu de rezolvat sau de explicat; mister, enigmă”;

și în sfârșit:

Problemă de matematică: “Chestiune în care, fiind date anumite ipoteze, se cere rezolvarea, prin calcule sau prin raționamente, asupra unor date.”

Între probleme și exerciții se poate face distincție, în general, în funcție de prezența sau absența textului prin care se dau datele și legăturile între ele.

Exercițiul conține datele, numerele cu care se operează și semnele operațiilor respective, elevul având sarcina de a efectua calculele după tehnici și metode cunoscute.

Problema conduce, pentru rezolvarea ei, la o activitate de descoperire. Distincția între exercițiu și problemă trebuie făcută nu după forma exterioră a acestora, ci după natura rezolvării ei.

Trebuie însă făcută observația că un enunț poate fi o problemă pentru un elev din clasa V, un exercițiu pentru cel din clasa a IX-a și ceva banal pentru un student la matematică.



Motivează distincția care se face între probleme și exerciții.

R: Revedi paragraful 2.3.- extrage două argumente.



Să ne reamintim...

- Se consideră drept **problemă** (din punct de vedere didactic) orice dificultate teoretică sau practică, în care elevul pentru a-i găsi soluția, trebuie să depună o activitate proprie de cercetare, în care să se conducă după anumite reguli și în urma căreia să dobândească noi cunoștințe și experiență.





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2.4. Valențele formative ale activităților rezolutive

Activitatea de bază în cadrul orelor de matematică este rezolvarea problemelor - una din cele mai sigure căi ce duce la dezvoltarea gândirii, imaginației, atenției și spiritului de observație al elevilor. Această activitate pune la încercare în cel mai înalt grad capacitățile intelectuale ale elevilor, le solicită acestora toate disponibilitățile psihice, în special inteligența.

Dar nu numai procesele de cunoaștere sunt mobilizate în rezolvarea unei probleme, ci întreaga personalitate a celui ce rezolvă problema.

Problemele de matematică fiind strâns legate de realitate, le formează elevilor deprinderea de a rezolva problemele practice izvorâte din viață.

Efortul pe care îl face elevul în rezolvarea conștientă a unei probleme presupune o mare mobilizare a proceselor psihice cognitive.

Gândirea prin operațiile logice de analiză, sinteză, comparație, abstractizare și generalizare este cel mai solicitat și antrenant proces cognitiv.

Prin rezolvarea de probleme, elevii își formează priceperi și deprinderi de a analiza situația dată de problemă, de a intui și descoperi calea prin care se obține ceea ce se cere în problemă. Rezolvarea problemelor contribuie astfel la cultivarea și dezvoltarea capacităților creatoare ale gândirii, la sporirea flexibilității ei, la educarea perspicacității și spiritului de inițiativă, la dezvoltarea încrederii în propriile forțe.

Activitatea de rezolvare a problemelor de matematică contribuie la clasificarea, aprofundarea și fixarea cunoștințelor teoretice învățate. De asemenea, predarea multora dintre problemele teoretice se face prin rezolvarea uneia sau mai multor probleme, subliniindu-se proprietatea, definiția sau regula ce urmează a fi aplicate.

Prin activitatea rezolutivă la matematică elevii își formează deprinderi eficiente de muncă intelectuală, care vor ajuta și studiului altor discipline de învățământ.

De asemenea, activitățile matematice de rezolvare și compunere a problemelor contribuie la sporirea culturii generale a elevilor prin folosirea în textul problemelor a unor cunoștințe pe care nu le studiază la alte discipline de învățământ.

Rezolvând sistematic probleme de orice tip, elevii își formează seturi de priceperi și deprinderi, care le conferă posibilitatea de a rezolva și a compune ei înșiși probleme.

Problemele de matematică prin conținutul lor, prin tehnicile de abordare în scopul găsirii soluției, contribuie la cultivarea și educarea unor noi atitudini față de muncă, la formarea disciplinei conștiente, la dezvoltarea spiritului de competiție cu sine însuși și cu alții, la dezvoltarea prieteniei.

Prin enumerarea valențelor formative în personalitatea elevilor, pe care le generează activitatea de rezolvare și compunere a problemelor de matematică, se justifică de ce programele școlare acordă o atât de mare importanță acestei activități școlare și de ce și profesorul trebuie să-i acorde importanța cuvenită.



Enumeră valențele formative ale activităților rezolutive.

R: Revezi paragraful 2.4.- extrage șapte valențe.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Să ne reamintim...

- **Rezolvarea problemelor de matematică** este una din cele mai sigure căi ce duc la dezvoltarea gândirii, imaginației, atenției și spiritului de observație al elevilor. Această activitate pune la încercare în cel mai înalt grad capacitățile intelectuale ale elevilor, le solicită acestora toate disponibilitățile psihice, în special inteligența, contribuie la cultivarea și educarea unor noi atitudini față de muncă, la formarea autodiscipliniei, la dezvoltarea spiritului de competiție cu sine însuși și cu alții, la dezvoltarea prieteniei, contribuie la îmbogățirea culturii generale a elevilor, formează deprinderi eficiente de muncă intelectuală, care vor ajuta și studiului altor discipline de învățământ, contribuind astfel la cultivarea și dezvoltarea capacităților creatoare ale gândirii, la sporirea flexibilității ei, la educarea perspicacității și spiritului de inițiativă, la dezvoltarea încrederii în forțele proprii.

2.5. Etapele rezolvării problemelor de matematică

În activitatea de rezolvare a unei probleme de matematică se parcurg următoarele etape:

1. **Cunoașterea și înțelegerea enunțului problemei.**
2. **Discutarea problemei și întocmirea planului logic, cu efectuarea operațiilor corespunzătoare.**
3. **Organizarea și redactarea întregii rezolvări a problemei.**
4. **Activități suplimentare:**
 - verificarea rezultatului;
 - scrierea rezolvării sub forma unui exercițiu;
 - găsirea altei metode de rezolvare;
 - generalizarea problemei;
 - compunerea de probleme după formula numerică de rezolvare a acesteia.

1. Cunoașterea și înțelegerea enunțului problemei

În această primă etapă, elevul cunoaște datele problemei, legăturile existente între ele și necunoscuta sau necunoscutele problemei. După citirea textului problemei de către profesor sau de către elevi, se va repeta problema de mai multe ori, până la învățarea ei de către toți elevii, scoțându-se în evidență anumite date și legăturile dintre ele, precum și întrebarea problemei. Se vor scrie pe tablă și pe caiete datele problemei.

Textul problemei poate conține niște informații sau niște termeni pe care elevul să nu-i înțeleagă. Prin citirea textului problemei, prin ilustrarea cu imagini sau chiar cu acțiuni când este cazul, prin explicarea termenilor necunoscuți, se pot depăși aceste neajunsuri.

2. Discutarea problemei și întocmirea planului logic

În această etapă se construiește raționamentul prin care se rezolvă problema. Prin transpunerea problemei într-un desen, într-o schemă, prin scrierea relațiilor dintre ele, se pune în evidență reprezentarea matematică a conținutului problemei.

În momentul în care elevii au transpus problema în relații matematice, prin efectuarea operațiilor corespunzătoare succesiunii din planul logic de rezolvare, prin conștientizarea semnificației rezultatelor parțiale care se obțin, soluția este descoperită.

3. Organizarea și redactarea întregii rezolvări a problemei

Cunoscând metodele de rezolvare și calcul, se trece în această etapă la redactarea clară și într-o formă cât mai îngrijită, a întregii rezolvări a problemei. Importanța acestei etape reiese în special



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

în cadrul concursurilor școlare, când din cauza unor redactări incomplete mulți elevi primesc punctaje cu mult sub posibilitățile și așteptările lor.

4. Activități suplimentare după rezolvarea problemei

Această etapă are o mare importanță în cultivarea creativității elevilor, deoarece aici intră verificarea soluției problemei, găsirea și a altor metode de rezolvare, cu alegerea celor mai elegante, caz în care se poate renunța la verificarea soluției, compunerea de probleme similare, generalizări.

Astfel la sfârșitul rezolvării unei probleme, se fixează categoria de probleme din care face parte aceasta, se repetă algoritmi ei de rezolvare, se scrie rezolvarea problemei într-un exercițiu sau, după caz, în fragmente de exercițiu. Prin compunerea de probleme cu aceleași date, cu date schimbate, sau/și cu mărimi schimbate, prin complicarea sau generalizarea problemei (scrierea expresiei literale, sau uneori chiar o generalizare a metodei de rezolvare), profesorul ajută elevii la cultivarea și educarea creativității lor, la antrenarea permanentă a gândirii lor.

Particularizarea etapelor de mai sus pentru o problemă de geometrie (Singer, M.;Voica, C., 2011, p. 122)

Aplicarea consecventă a etapelor de mai jos, poate forma competențe ce vizează rezolvarea de probleme.

Etapa 1: Observ și înțeleg

Se desenează o figură care satisface datele problemei.

Se reformulează enunțul pe baza desenului.

Se identifică ipoteza și concluzia. Se scriu folosind notațiile din figură.

Etapa 2: Cercetez și planific

Se caută răspunsul la următoarele întrebări:

- Cum se leagă ipoteza de concluzie?
- Ce cale de raționament ar trebui aleasă?
- Ajută o construcție auxiliară, sau o problemă auxiliară?
- Este util a modifica figura? Desenarea unor detalii ale ei sau desenarea ei în altă poziție, din altă perspectivă prezintă interes? (Se evită cazurile particulare, care pot fi capcane.)
- Este util a porni de la ipoteză spre concluzie?
- Este mai util a porni de la concluzie spre ipoteză?
- Ce informații de legătură între ipoteză și concluzie sunt semnificative?
- Nu cumva s-a căzut în capcana unui cerc vicios?

Dacă s-au găsit răspunsurile la aceste întrebări și s-a descoperit calea spre concluzia/soluția problemei, se trece la etapa următoare.

Etapa 3: Organizez și redactez

Se prezintă rezolvarea problemei sub forma unui șir de deducții.

Se folosesc: ipoteza, definiții, axiome, teoreme cunoscute sau alte probleme rezolvate anterior.

Etapa 4: Verific și dezvolt

Soluția problemei fiind determinată, se verifică dacă s-au folosit toate datele?

Se pune întrebarea dacă soluția este acceptabilă în condițiile problemei?

Se verifică dacă problema admite și alte soluții, sau dacă ea admite un caz particular interesant?

Se pune întrebarea dacă se pot obține și alte consecințe din ipotezele date, sau dacă se poate extinde sau generaliza problema?



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu

Etapa 1: Observ și înțeleg

Se citește problema:

În piramida patrulateră regulată $VABCD$ se notează cu M mijlocul muchiei VA . Știind că muchia bazei $AB = 4$ și muchia laterală a piramidei $VA = 6$, să se calculeze distanța de la punctul M la dreapta BC .

Categoriile în care poate fi încadrată problema:

- Geometrie în spațiu
- Asemănare
- Construcții geometrice
- Calcul

Se desenează o figură care satisface Datele problemei.

Se reformulează enunțul pe baza desenului.

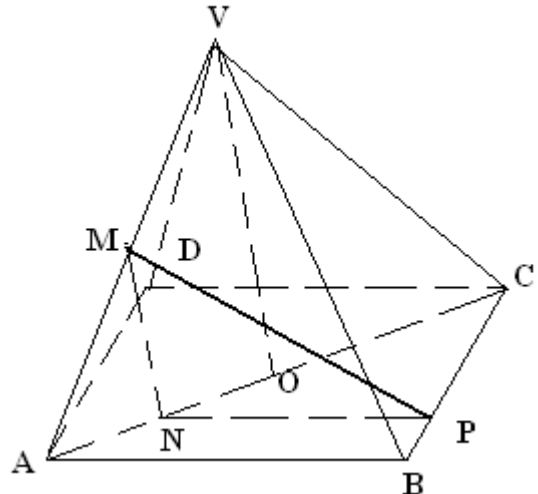
Se identifică ipoteza și concluzia.

Se scriu folosind notațiile din figură:

Ipoteză: $VABCD$ piramidă regulată cu V

Vârf $AB=4$, $VA = 6$, $M \in [VA]$ și $[VM] \equiv [MA]$

Concluzie: $MP=?$ dist. de la M la BC .



Etapa 2: Cercetez și planific

Întrebări ajutătoare în rezolvarea problemei:

1. Ce este o piramidă patrulateră regulată ?
2. Este util a porni de la ipoteză spre concluzie?
3. Este mai util a porni de la concluzie spre ipoteză?
4. Cum se definește distanța de la un punct la o dreaptă?
5. Cum se poate construi perpendiculara de la un punct la o dreaptă în cazul acestei probleme, eventual folosind construcții ajutătoare?
6. Care este punctul de incidență al perpendicularei din V pe planul bazei ?
7. Care este punctul de incidență al perpendicularei coborâte din punctul M pe planul bazei ?
8. Din ce triunghiuri ce calculează mărimea segmentelor MN și NP ?
9. Cu ajutorul cărei teoreme se calculează MP ?

Etapa 3: Organizez și redactez

Fie O centrul bazei $\Rightarrow VO$ înălțime în piramida regulată $VABCD$. În planul VAC se construiește $MN \parallel VO$, $N \in [AC]$

$VO \perp (ABCD)$ (construcție)

$\parallel \Rightarrow MN \perp (ABCD)$

se construiește $NP \perp BC$

$NP \subset (ABCD) \mid \Rightarrow MP \perp BC$ (T3

perpendiculare) $\Rightarrow d(M, BC) = MP$.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Din teorema lui Pitagora în $\triangle MPN \Rightarrow MP^2 = MN^2 + NP^2$ (1)

În $\triangle VOA$: $MN \parallel VO$ și $[VM] \equiv [MA]$ (ip)

$\Rightarrow MN$ linie mijlocie $\Rightarrow MN = VO/2$

Din teorema lui Pitagora în $\triangle VOA \Rightarrow VO^2 = VA^2 - (AO)^2$

Dar $AO = AC/2 \Rightarrow VO = \sqrt{36 - 8} = \sqrt{28} \Rightarrow MN = \sqrt{7}$ (2)

$AC = \sqrt{2}$ $AB = 4\sqrt{2}$

$NP \perp BC$ (constr.) $\Rightarrow NP \parallel AB \Rightarrow \triangle CPN \sim \triangle CBA$ (U,U) $\Rightarrow CN/CA = NP/AB$

în $\triangle VOA$, MP linie mijlocie $\Rightarrow ON = NA = OA/2 = AC/4 \Rightarrow$

$CN = CO + ON = AC/2 + AC/4 = 3AC/4 \Rightarrow CN/CA = 3/4$

$\Rightarrow NP = AB \cdot 3/4 = 3$ (3)

Din (1), (2) și (3)

$\Rightarrow MP^2 = 7 + 9 \Rightarrow MP = 4.$

Etapa 4: Verific și dezvolt

Soluția problemei fiind determinată, se verifică dacă s-au folosit toate datele?

Se pune întrebarea dacă soluția este acceptabilă în condițiile problemei?

Se pune întrebarea dacă se pot obține și alte consecințe din ipotezele date, sau dacă se poate extinde sau generaliza problema? (Se poate calcula distanța de la M și la alte muchii ale piramidei.)



Exemplifică etapele rezolvării unei probleme de matematică pentru o problemă de geometrie – clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 2.5.

Să ne reamintim...

• Etapele rezolvării problemelor de matematică:



1. Cunoașterea și înțelegerea enunțului problemei.
2. Discutarea problemei și întocmirea planului logic, cu efectuarea operațiilor corespunzătoare acestuia.
3. Organizarea și redactarea întregii rezolvări a problemei.
4. Activități suplimentare:
 - verificarea rezultatului;
 - scrierea rezolvării sub formă de exercițiu;
 - găsirea altei căi sau metode de rezolvare;
 - generalizare;
 - compunerea de probleme după formula numerică găsită.

2.6. Metode specifice de predare - învățare a matematicii în școală

În activitățile din învățământul matematic trebuie făcută distincție clară între metodele pedagogice și cele specifice de predare - învățare a matematicii.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Metodele pedagogice de predare - învățare a matematicii în școală sunt acele metode pe care pedagogia le-a inventat, practica pedagogică a fost cea care le-a validat (confirmat), iar didactica matematicii nu a făcut altceva decât să le atragă de partea ei, adică să le aplice în actul didactic la matematică. Alegerea unei astfel de metode în predare - învățarea matematicii, depinde de logica internă a subiectului abordat (ca factor obiectiv), dar și de o serie de factori subiectivi ca:

- nivelul de pregătire al profesorului,
- nivelul de dezvoltare intelectuală și al motivației elevilor de a învăța matematică;
- subiectul abordat.

Metodele specifice de predare – învățare a matematicii sunt acelea care sunt impuse de structura ideatică internă a conținutului științific vehiculat.

Din această categorie de metode enumerăm:

1. **metode de rezolvare aritmetică;**
2. **metode algebrice de rezolvare a problemelor de aritmetică sau geometrie;**
3. **metoda coeficienților nedeterminați (de exemplu, pentru determinarea coeficienților unui polinom);**
4. **metoda inducției matematice;**
5. **metoda reducerii la absurd;**
6. **demonstrația matematică prin analiză și sinteză.** (Vălcan, D., T., 2012)

Metode folosite în geometrie pentru rezolvarea problemelor sunt:

1. **metoda sintezei;**
 - metoda sintezei în rezolvarea problemelor de calcul;
 - metoda sintezei în rezolvarea problemelor de demonstrație;
2. **metoda analizei;**
 - metoda analizei în rezolvarea problemelor de calcul;
 - metoda analizei în rezolvarea problemelor de demonstrație;
3. **metoda analitico – sintetică în problemele de geometrie;**
 - metoda analitico – sintetică în rezolvarea problemelor de demonstrație;
 - metoda analitico – sintetică în rezolvarea problemelor de calcul;
4. **metoda construcțiilor geometrice;**
5. **metoda reducerii la absurd în problemele de geometrie;**
6. **metode de rezolvarea a problemelor de coliniaritate;**
7. **metode de rezolvarea a problemelor de concurență.**

Se vor prezenta în continuare câteva dintre acestea.

1. Metode aritmetice particulare

Metodele aritmetice particulare sunt mai variate și diferă de la o categorie de probleme la alta, adoptându-se specificul acestora. Cele mai importante și mai des întâlnite sunt următoarele: **metoda figurativă sau grafică, metoda comparației, metoda falsei ipoteze și metoda mersului invers.**

De asemenea, în afară de metodele menționate mai sus, există și alte **metode speciale aplicabile în rezolvarea unor anumite categorii de probleme**, cum sunt problemele de: **regula de trei simplă sau compusă, în rezolvarea cărora se utilizează reducerea la unitate și metoda proporțiilor, apoi problemele de împărțire în părți proporționale, problemele cu procente, problemele de amestec și aliaj, problemele de mișcare, problemele nonstandard,** etc.

Exemplificăm câteva dintre acestea.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

1.1. Regula de trei simplă

Regula de trei simplă reprezintă o schemă de așezare a datelor și de utilizare a acestor date în orientarea și desfășurarea procesului de gândire care intervine în examinarea și rezolvarea unor probleme cu mărimi proporționale.

În problemele care se rezolvă prin regula de trei simplă intervin două mărimi direct sau invers proporționale, fiecare mărime cu câte o pereche de valori, una din aceste valori fiind necunoscută. Cu alte cuvinte se cunosc trei valori cu ajutorul cărora se găsește cea de-a patra valoare, de unde numele pe care îl poartă: **regula de trei**.

Se consideră mărimile X, Y , cu perechile de valori x_1, x_2 , respectiv y_1, y_2 , corespunzătoare, în așa fel încât:

valorii $x_1 \in X$ îi corespunde valoarea $y_1 \in Y$

valorii $x_2 \in X$ îi corespunde valoarea $y_2 \in Y$

una din cele patru valori fiind necunoscută.

Dacă mărimile X, Y sunt direct proporționale, se poate scrie:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \text{ sau } \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}, \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$$

proporții în care termenul necunoscut reprezintă cel de-al patrulea proporțional și se poate afla ca atare. Dacă mărimile X, Y sunt invers proporționale, se poate scrie:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \text{ sau } \frac{x_1}{y_2} = \frac{x_2}{y_1} \text{ sau } x_1 y_1 = x_2 y_2.$$

Din cele de mai sus rezultă că pentru rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă este suficient să se așeze datele conform acestei reguli, iar în rezolvare și calcul să se utilizeze **metoda proporțiilor**.

Dar metoda care se utilizează cu deosebire în rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă este **metoda reducerii la unitate**.



Exemplu-Problemă care se rezolvă prin regula de trei simplă, mărimi invers proporționale

O trăsură parcurge un drum în 5 ore, mergând cu viteza de 12 km/oră. În cât timp va parcurge același drum un camion care merge cu viteza de 40 km/oră?

Rezolvare prin metoda reducerii la unitate

Stabilirea mărimilor și așezarea datelor problemei:

- mărimile	X (viteza)	Y (timpul)
-valorile	$x_1 = 12 \text{ km/oră}$	5 ore
	$x_2 = 40 \text{ km/oră}$	y_2

Judecata:

Cu viteza de 12 km/oră drumul se parcurge în 5 ore

Cu viteza de 1 km/oră drumul se parcurge în $5 \cdot 12$ ore

Cu viteza de 40 km/oră drumul se parcurge în $\frac{5 \cdot 12}{40}$ ore.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



$$\text{Calcul: } y_2 = \frac{5 \cdot 12^{(5)}}{40} = \frac{1 \cdot 12^{(4)}}{8} = \frac{3}{2} \text{ (ore)} = 1\frac{1}{2} \text{ (ore).}$$

Rezolvare prin metoda proporțiilor

12 km 5 ore

40 km x ore

$$\frac{12}{40} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 5}{40} = 1\frac{1}{2} \text{ (ore).}$$



Exemplifică regula de trei simplă.

R: Revedi exemplul anterior.



Să ne reamintim...

- **Regula de trei simplă** reprezintă o schemă de așezare a datelor și de utilizare a acestor date în orientarea și desfășurarea procesului de gândire care intervine în examinarea și rezolvarea unor probleme cu mărimi proporționale.

1.2. Regula de trei compusă (Neacșu, I., 1988)

Problemele care se rezolvă prin **regula de trei compusă** exprimă dependența direct sau invers proporțională a unei mărimi față de alte două sau mai multe mărimi. Ele au în general caracter practic aplicativ întrucât ilustrează prin elemente matematice o serie de situații reale, întâlnite în viața de toate zilele sau în diferitele aspecte ale procesului de producție.

Rezolvarea unei probleme prin **regula de trei compusă** presupune aplicarea succesivă a regulii de trei simple, asociind mărimii care conține necunoscuta pe rând câte una din celelalte mărimi și exprimând valoarea necunoscută în funcție de acestea.

În cazul când în problemă intervin trei mărimi, schema așezării datelor este următoarea:

$$\begin{array}{l} \text{- mărimile:} \quad \underline{X \quad Y \quad Z} \\ \text{- valorile:} \quad \underline{x_1 \dots y_1 \dots z_1} \\ \quad \quad \quad \underline{x_2 \dots y_2 \dots z_2} \end{array}$$

Dacă mărimea Z , care conține necunoscuta z_2 , este direct proporțională cu mărimile X , Y , atunci în prima problemă cu regula de trei simplă care se formulează, întâi se consideră mărimea Y constantă, având valoarea y_1 , astfel că Z va depinde numai de X , judecata făcându-se după cum urmează: $x_1 \dots y_1 \dots z_1$

$$1 \dots y_1 \dots \frac{z_1}{x_1}$$

$$x_2 \dots y_1 \dots \frac{z_1}{x_1} \cdot x_2 = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1} .$$

Notând cu z' valoarea $z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}$ a mărimii Z , corespunzătoare valorii x_2 a mărimii X , când valoarea y_1 a mărimii Y rămâne neschimbată, se obține:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$z' = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}$$

Se formulează a doua problemă cu regula de trei simplă, considerând mărimea X constantă, valoarea corespunzătoare pentru x_2 fiind z' . În această situație Z depinde numai de Y și se obține:

$$x_2 \dots\dots y_1 \dots\dots z'$$

$$x_2 \dots\dots 1 \dots\dots \frac{z'}{y_1}$$

$$x_2 \dots\dots y_2 \dots\dots \frac{z'}{y_1} \cdot y_2 = z' \cdot \frac{y_2}{y_1}, \text{ unde } z' = z_1 \cdot \frac{x_2}{x_1}$$

$$\text{deci: } z_2 = z_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_2}{x_1 \cdot y_1} \text{ sau } \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_2}{y_1}$$

În general, considerând mai multe mărimi direct proporționale:

$$\frac{X \quad Y \quad Z \quad Q \quad P}{x_1 \dots\dots y_1 \dots\dots z_1 \dots\dots q_1 \dots\dots p_1}$$

cu valorile lor: $x_2 \dots\dots y_2 \dots\dots z_2 \dots\dots q_2 \dots\dots p_2$

unde p_2 reprezintă valoarea necunoscută a mărimii P, dependența acestei mărimi față de celelalte se exprimă astfel:

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_2 \cdot z_2 \cdot \dots \cdot q_2}{x_1 \cdot y_1 \cdot z_1 \cdot \dots \cdot q_1}$$

$$\text{sau } \frac{p_2}{p_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \dots \cdot \frac{q_2}{q_1}$$

Dacă mărimea Z este **direct proporțională** cu X și **invers proporțională** cu Y, se obține relația:

$$z_2 = z_1 \cdot \frac{x_2 \cdot y_1}{x_1 \cdot y_2} \text{ sau } \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_2}{x_1} \cdot \frac{y_1}{y_2},$$

iar dacă mărimea Z este **invers proporțională** atât cu X, cât și cu Y, se obține relația:

$$z_2 = z_1 \cdot \frac{x_1 \cdot y_1}{x_2 \cdot y_2} \text{ sau } \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{y_1}{y_2}$$



Exemplu

Un număr de 8 camioane pot transporta cantitatea de 1600 t porumb în 5 zile, făcând câte 10 transporturi pe zi. Câte zile sunt necesare pentru ca același număr de camioane și de același tip să transporte 2400 t porumb, dacă se fac zilnic câte 12 transporturi?

Rezolvare prin metoda reducerii la unitate

Se elimină o mărime, considerând că dacă un camion face 10 transporturi pe zi, cele 8 camioane vor face în total 80 de transporturi, iar dacă fiecare camion face 12 transporturi pe zi, cele 8 camioane fac în total 96 transporturi. Se obține atunci:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

Așezarea datelor:

-	<i>mărimile</i>	Transporturi	Cant. de porumb	
		Timpul		
-	<i>valorile</i>	80 trs/zi	1600 t	5 zile
		96 trs/zi	2400 t	z_2

În desfășurarea raționamentului se descompune problema dată în două probleme de regula de trei simplă, considerând întâi cantitatea de porumb constantă și se obține:

$$80 \text{ trs/zi} \dots\dots 1600 \text{ t} \dots\dots 5 \text{ zile}$$

$$1 \text{ trs/zi} \dots\dots 1600 \text{ t} \dots\dots 5 \cdot 80 \text{ zile}$$

$$96 \text{ trs/zi} \dots\dots 1600 \text{ t} \dots\dots \frac{5 \cdot 80}{96} \text{ zile.}$$

În a doua problemă cu regula de trei simplă se consideră constant numărul transporturilor 96, căruia îi corespunde numărul de zile dat de expresia $\frac{5 \cdot 80}{96}$. Deci se

$$\text{obține: } 96 \text{ trs/zi} \dots\dots 1600 \text{ t} \dots\dots \frac{5 \cdot 80}{96} \text{ zile}$$

$$96 \text{ trs/zi} \dots\dots 1 \text{ t} \dots\dots \frac{5 \cdot 80}{96 \cdot 1600} \text{ zile}$$

$$96 \text{ trs/zi} \dots\dots 2400 \text{ t} \dots\dots \frac{5 \cdot 80 \cdot 2400}{96 \cdot 1600} = 6\frac{1}{4} \text{ (zile).} \quad \mathbf{R: } 6\frac{1}{4} \text{ (zile).}$$

Observație: Reducerea la unitate a celor două mărimi se poate face simultan:

$$80 \text{ trs/zi} \dots\dots 1600 \text{ t} \dots\dots 5 \text{ zile}$$

$$96 \text{ trs/zi} \dots\dots 2400 \text{ t} \dots\dots z_2$$

$$80 \text{ trs/zi} \dots\dots 1600 \text{ t} \dots\dots 5 \text{ zile}$$

$$1 \text{ trs/zi} \dots\dots 1 \text{ t} \dots\dots \frac{5 \cdot 80}{1600} \text{ zile}$$

$$96 \text{ trs/zi} \dots\dots 2400 \text{ t} \dots\dots \frac{5 \cdot 80 \cdot 2400}{1600 \cdot 96} \text{ zile.}$$

Rezolvarea prin metoda proporțiilor se face încadrând problema în cazul general. Timpul necesar pentru transportarea porumbului este direct proporțional cu cantitatea de porumb și invers proporțional cu numărul transporturilor zilnice.

Deci notând cu X nr. transporturilor, Y cantitatea de porumb, Z timpul, se obține: - *mărimile*:

$$\frac{X}{x_1 = 80} \dots\dots \frac{Y}{y_1 = 1600} \dots\dots \frac{Z}{z_1 = 5 \text{ zile}}$$

$$\frac{X}{x_2 = 96} \dots\dots \frac{Y}{y_2 = 2400} \dots\dots \frac{Z}{z_2 = ?}$$

$$\text{de unde: } z_2 = z_1 \cdot \frac{x_1}{x_2} \cdot \frac{y_2}{y_1}, \text{ adică } z_2 = 5 \cdot \frac{80}{96} \cdot \frac{2400}{1600} = 6\frac{1}{4} \text{ (zile).}$$



Exemplifică regula de trei compusă.

R: Revezi exemplul anterior.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Să ne reamintim...

Problemele care se rezolvă prin **regula de trei compusă** exprimă dependența direct sau invers proporțională a unei mărimi față de alte două sau mai multe mărimi. Rezolvarea unei probleme prin **regula de trei compusă** presupune aplicarea succesivă a regulii de trei simple, asociind mărimii care conține necunoscuta pe rând câte una din celelalte mărimi și exprimând valoarea necunoscută în funcție de acestea.

2. Metode algebrice de rezolvare a problemelor de aritmetică sau geometrie

Metodele algebrice utilizează în rezolvarea problemelor tehnica specifică calculului algebric, adică tehnica bazată pe ecuații și sisteme de ecuații. De aceea, pentru a rezolva algebric o problemă se parcurg următoarele etape:

- stabilirea necunoscutelor și notarea lor literală;
- punerea problemei în ecuație, adică traducerea în limbaj algebric a relațiilor dintre valorile cunoscute și necunoscute, prin utilizarea ecuațiilor și a sistemelor de ecuații;
- rezolvarea ecuației sau a sistemului de ecuații respectiv;
- interpretarea soluțiilor obținute și verificarea lor în problemă pentru a stabili în ce măsură acestea corespund naturii și condițiilor problemei, aprecierea faptului dacă problema admite una sau mai multe soluții, ori dacă aceste soluții impun anumite limite și în general dacă soluțiile sunt sau nu posibile din punct de vedere logic și plauzibile din punct de vedere practic.



Exemple

1. Dacă lungimea unei grădini dreptunghiulare se mărește cu 6 m și lățimea cu 3 m, aria ei crește cu 180 m^2 , iar dacă lungimea grădinii se micșorează cu 4 m și lățimea se mărește cu 2 m, aria ei se micșorează cu 20 m^2 .

Să se afle dimensiunile inițiale ale grădinii.

Notând lungimea grădinii cu x , lățimea cu y și ținând seama de faptul că aria dreptunghiului este egală cu produsul dimensiunilor lui, adică $xy \text{ m}^2$, putem scrie sistemul:

$$\begin{cases} (x + 6)(y + 3) = xy + 180 \\ (x - 4)(y + 2) = xy - 20 \end{cases}$$

care, după desfacerea parantezelor și reducerea termenilor asemenea, devine:

$$\begin{cases} 3x + 6y = 162 \\ 2x - 4y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 54 \\ x - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \text{ m} \\ y = 15 \text{ m} \end{cases}$$

2. Doi elevi participanți la un concurs au răspuns corect primul la 8 întrebări, al doilea la 6 întrebări.

Ce sumă se cuvine fiecăruia, proporțional cu numărul răspunsurilor corecte, dacă $1/6$ din suma primită de al doilea plus $1/4$ din suma primită de primul face 312 lei.

Rezolvare algebrică: Notând cu x partea celui dintâi, cu y partea celui de-al doilea și ținând seama de relațiile pe care le furnizează textul problemei, putem scrie sistemul:



UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRUFondul Social European
POSDRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y = 312 \\ \frac{x}{8} = \frac{y}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 3744 \\ 6x - 8y = 0 \end{cases} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 3744 \\ -3x + 4y = 0 \end{cases}$$

$6y = 3744 \Leftrightarrow y = 624$ și $x = 832$. Avantajul metodei algebrice este evident.

Rezolvare aritmetică: Sumele convenite fiind proporționale cu numărul răspunsurilor corecte, înseamnă că primul va lua 8 părți din suma totală, al doilea 6 părți, în total 14 părți. Apoi $1/6$ din partea celui de-al doilea, adică $1/6$ din 6 părți fac o parte, adică $1/14$ din suma totală, iar $1/4$ din partea celui dintâi fac $1/4$ din 8 părți, adică 2 părți sau $2/14 = \frac{1}{7}$ din suma totală. Atunci $\frac{1}{14}S +$

$\frac{2}{14}S = 312$ lei. Efectuând calculele, cu motivare aritmetică sau algebrică, se găsește $S = 1456$ lei de

unde $\frac{1}{4}$ din 1456 lei = 104 lei, o parte, iar 6 părți fac 104 lei $\cdot 6 = 624$ lei și 8 părți fac

104 lei $\cdot 8 = 832$ lei. Se observă că prin rezolvare aritmetică s-a ajuns la o expresie algebrică:

ecuația $\frac{S}{14} + \frac{2S}{14} = 312$.

Exemplifică o rezolvare aritmetică și una algebrică a aceleiași probleme.

R: Revezi exemplul anterior.



3. Metoda reducerii la absurd este o metodă folosită încă din antichitate, pentru demonstrarea unor teoreme sau probleme cu caracter teoretic.

La baza acestei metode stă **una dintre legile fundamentale ale logicii clasice**, care se anunță astfel: **Dintre două propoziții contradictorii una este adevărată, cealaltă falsă, iar a treia posibilitate nu poate exista.**

Practic în matematică se procedează astfel : se presupune că ceea ce trebuie demonstrat nu este adevărat, adică se neagă concluzia teoremei date . Apoi pe baza presupunerii făcute, se fac o serie de deducții logice, care scot în evidență faptul că presupunerea făcută duce la o absurditate. Aceasta conduce la concluzia că presupunerea făcută nu este posibilă și rămâne ca adevărată concluzia teoremei date. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.78)



Exemplu -de aplicare a metodei reducerii la absurd

Dacă $n \in \mathbb{N}^*$, demonstrează că numărul $\sqrt{n + \sqrt{n+1}}$ este irațional.

Soluție:

Se aplică metoda reducerii la absurd: se presupune că numărul este rațional, deci există $x \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $x^2 = n + \sqrt{n+1}$, rezultă că există $y \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $y^2 = n + 1$.

Rezultă $n = y^2 - 1$ și prin înlocuire se obține $x^2 = y^2 - 1 + y$.

Din $y^2 < y^2 + y - 1 < y^2 + 2y + 1 = (y+1)^2$ rezultă $y^2 < x^2 < (y+1)^2$, contradicție cu faptul că între pătratele numerelor naturale consecutive: y și $y+1$ nu se mai află un alt pătrat perfect. Deci presupunerea este falsă, de unde se obține că numărul $\sqrt{n + \sqrt{n+1}}$ este irațional.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

4. Demonstrația matematică prin analiză și sinteză

Printre metodele de rezolvare a problemelor de matematică, cele care se aplică într-o măsură mai mare sau mai mică în rezolvarea tuturor problemelor sunt *metoda analitică* și *metoda sintetică*.

Utilizarea acestor metode se bazează în principal pe operațiile de analiză și sinteză ale gândirii, și de aici denumirea lor.

1.) Metoda analitică

A examina o problemă prin metoda analitică înseamnă a privi întâi problema în ansamblu, apoi, pornind de la întrebarea ei, a o descompune în problemele simple din care este alcătuită și a organiza aceste probleme simple într-o succesiune logică astfel încât rezolvarea lor să conducă la aflarea răspunsului problemei date.

Pe scurt, *metoda analitică* reprezintă calea de abordare a problemei, plecând de la cerințe spre date, dirijând gândirea elevului pentru a se răspunde la întrebarea: Ce trebuie să se știe pentru a demonstra că ...?



Exemplu. Metoda analitică în rezolvarea problemelor de calcul - clasa a VII-a,
(Unitatea de învățare: Cercul)

Fie două cercuri tangente exterior, unul cu raza de 15 cm și celălalt cu raza de 5 cm. Se cere să se afle aria suprafeței cuprinse între cele două cercuri și tangentele exterioare, comune celor două cercuri, știind că ele fac un unghi de 60° . (Chiței, Gh.A., 1969)

Rezolvare:

Se observă că jumătatea ariei care se cere a fi aflată este egală cu aria trapezului $OCBO_1$, din care se scad ariile sectoarelor circulare COE și EO_1B (fig.2.1.).

$$S = 2[S_{OCBO_1} - S_{sect.OCE} - S_{sect.O_1EB}]$$

S-a redus problema dată la găsirea arii trapezului $OCBO_1$, a ariei sectorului de cerc OCE și a ariei sectorului de cerc EO_1B .

Pentru a calcula aria trapezului sunt necesare lungimile bazelor și a înălțimii.

Lungimile bazelor sunt cunoscute:

$OC = 15$ cm, $O_1B = 5$ cm și mai trebuie aflată înălțimea trapezului.

Se construiește $O_1F \perp OC$, $F \in [OC]$ și

atunci rezultă că ΔO_1FO este dreptunghic și

$$OO_1 = EO + EO_1 = 15 + 5 = 20 \text{ cm.}$$

$$OF = OC - O_1B = 15 - 5 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Și } FO_1^2 = OO_1^2 - OF^2, \text{ deci } FO_1 = 10\sqrt{3} \text{ cm.}$$

$$\text{Atunci: } S_{OCBO_1} = \frac{(15+5) \cdot 10\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{Aria sectorului circular } OCE \text{ este: } S_{sect.OCE} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360}$$

Nu se cunoaște α și deci problema care se referă la calculul ariei sectorului circular se reduce la calculul unghiului la centru COE . Fie A punctul de intersecție al tangentelor exterioare, comune celor două cercuri. Atunci

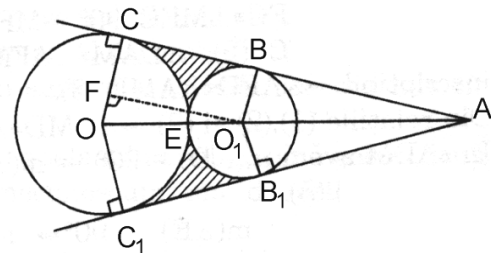


Fig. 2.1.



UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRUFondul Social European
POȘ DRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$m(\widehat{CAC_1}) = 60^\circ \text{ și } m(\widehat{CAO}) = 30^\circ, \text{ deci } m(\widehat{COA}) = 60^\circ \text{ sau } u = 60^\circ.$$

$$\text{Deci } S_{\text{sect. } OCE} = \frac{\pi \cdot 225 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot 75}{2} \text{ cm}^2.$$

$$\text{Aria sectorului } O_1EB \text{ este: } S_{\text{sect. } O_1EB} = \frac{\pi r^2 u_1}{360}$$

și deci este necesară aflarea unghiului la centru EO_1B .

$$OC \perp CA$$

$O_1B \perp CA$, deci $OC \parallel O_1B$ și $\widehat{COA} \equiv \widehat{BO_1A}$, (unghiuri corespondente) de unde

$$m(\widehat{BO_1A}) = 60^\circ, \text{ adică } m(\widehat{EO_1B}) = 120^\circ \text{ sau } u_1 = 120^\circ.$$

2.) Metoda sintetică

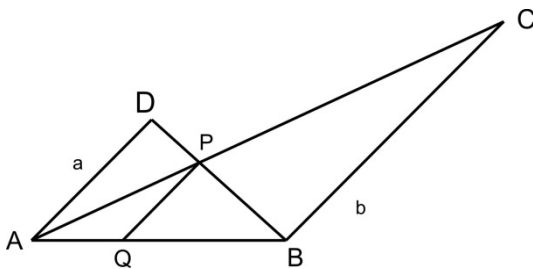
A examina o problemă prin metoda sintetică înseamnă a orienta gândirea elevilor asupra datelor problemei, astfel încât folosind relațiile dintre ele, să se formuleze cu aceste date toate problemele simple posibile și să se așeze acestea într-o succesiune logică în care întrebarea ultimei probleme simple coincide cu întrebarea problemei date.

Pe scurt, *metoda sintetică* reprezintă calea de abordare a problemei, plecând de la date spre cerințe, dirijând gândirea elevului pentru a se răspunde la întrebarea: Dacă se știe ... ce se poate afla?



Exemplu. Metoda sintetică în rezolvarea problemelor de demonstrație - clasa a VII-a, (Unitatea de învățare: Asemănarea triunghiurilor)

Prin capetele segmentului AB se construiesc două segmente paralele $AD = a$ și $BC = b$, $AD \parallel BC$ de aceeași parte a dreptei AB ; $AC \cap BD = \{P\}$, iar segmentul $PQ \parallel AD$ unde $Q \in [AB]$. Să se calculeze PQ în funcție de a și b . (Brânzei, D., 1983, p.52)



Rezolvare :

În $\triangle ABC$ $QP \parallel BC$ (din ipoteză). Conform teoremei fundamentale a asemănării rezultă că

$$\triangle AQP \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{QP}{BC} = \frac{AP}{AC}. \text{ Din}$$

acest șir de rapoarte se consideră proporția

$$\frac{AQ}{AB} = \frac{QP}{b} \quad (1) ; \text{ unde } b = BC$$

În $\triangle ABD$ $QP \parallel AD$ (din ipoteză). Conform teoremei fundamentale a asemănării rezultă că

$$\triangle ABD \sim \triangle QBP \Rightarrow \frac{AB}{QB} = \frac{BD}{BP} = \frac{AD}{QP}. \text{ Din acest șir de rapoarte se consideră proporția}$$

$$\frac{AB}{QB} = \frac{a}{QP} \quad (2) ; \text{ unde } a = AD. \text{ Se observă că } AQ = AB - QB \Rightarrow \frac{AB - QB}{AB} = \frac{QP}{b}$$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

adică $1 - \frac{QB}{AB} = \frac{QP}{b}$ și din relația (2) se obține $\frac{QB}{AB} = \frac{QP}{a}$. Așadar rezultă $1 - \frac{QP}{a} = \frac{QP}{b} \Rightarrow \frac{a - QP}{a} = \frac{QP}{b} \Rightarrow ab - b \cdot QP = a \cdot QP \Rightarrow ab = (b + a)QP$. Deci se obține lungimea $QP = \frac{ab}{a + b}$.

3. Metoda analitico – sintetică

Cele două metode generale de examinare a unei probleme de matematică se găsesc într-o strânsă legătură, ele condiționându-se reciproc, însă în anumite momente sau situații una din ele devine dominantă. Astfel, în discutarea problemei și întocmirea planului logic, cu efectuarea operațiilor corespunzătoare acestuia se folosește metoda analitică, iar în organizarea și redactarea întregii rezolvări a problemei, cea sintetică.

Din aceste motive, cele două metode apar adeseori sub o denumire unică: **metoda analitico-sintetică**.

În practică s-a demonstrat că metoda sintetică este mai accesibilă, dar nu solicită prea mult gândirea elevilor. Se întâmplă ca unii elevi să piardă din vedere întrebarea problemei și să calculeze valori care nu sunt necesare în găsirea soluției problemei. Metoda analitică pare mai dificilă, dar solicită mai mult gândirea elevilor și folosind-o, îi ajută pe copii să privească problema „de sus”, să aibă mereu în atenție întrebarea problemei.



Exemplu 1 Metoda analitico – sintetică în rezolvarea problemelor de calcul-clasa a VII-a

Se consideră problema: Prin extremitățile a două raze OB și OC ale unui cerc $\mathbb{C}(O, R)$ se duc două tangente care se intersectează în punctul A (fig. 2.2). Se cere să se exprime în funcție de raza R și de proiecția BE a arcului mic CB pe raza OB, ariile triunghiurilor AOB și BOC.

Soluție: Se pornește în rezolvarea problemei cu metoda analitică, adică de la cerințele problemei.

Ariile celor două triunghiuri se calculează astfel:

$$OB \perp AB \text{ atunci } A_{AOB} = \frac{AB \cdot BO}{2}.$$

$$CE \perp BO \text{ atunci } A_{BCO} = \frac{BO \cdot CE}{2}.$$

Se observă că exprimarea celor două arii în funcție de R și de BE se reduce la calculul segmentelor AB și CE în funcție de aceste mărimi.

Cu alte cuvinte metoda analitică a arătat ce drum trebuie urmat pentru a ajunge la rezultat.

În continuare demersul de rezolvare al problemei se face cu ajutorul metodei sintetice.

Ținând cont de cele cunoscute în problemă se observă că CE fiind perpendiculară pe raza BO, prelungind BO cu OG rezultă că CE este înălțime în $\triangle BCG$ dreptunghic și $CE^2 = BE \cdot EG$ (din teorema înălțimii). Cum $EG = 2R - BE$, din ultimele două relații rezultă $CE^2 = BE(2R - BE)$.

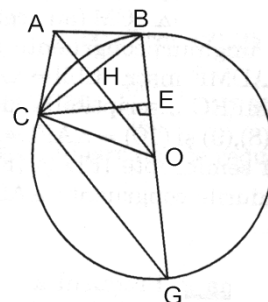


Fig. 2.2



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Pe de altă parte, fie $BC \cap AO = \{H\}$, rezultă $BC \perp AO$.

Se obține: $\triangle ABH \sim \triangle BCE$ (sunt dreptunghice și au o pereche de unghiuri ascuțite congruente, anume $\widehat{ABH} \equiv \widehat{BCE}$ (alterne interne deoarece $AB \parallel CE$ și BC secantă). Din asemănarea triunghiurilor rezultă: $\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{CE}$, de unde: $AB = \frac{BC \cdot BH}{CE}$.

Dar $BH = \frac{BC}{2}$, care înlocuită relația anterioară conduce la $AB = \frac{BC^2}{2CE}$.

Din teorema catetei în $\triangle BCG$ dreptunghic rezultă: $BC^2 = BE \cdot BG = BE \cdot 2R$

Înlocuind această relație în precedenta se obține: $AB = \frac{R \cdot BE}{2\sqrt{BE(2R - BE)}}$. Astfel ariile celor

două triunghiuri devin:

$$S_{BOC} = \frac{R \cdot BE(2R - BE)}{2} \text{ și } S_{AOB} = \frac{R^2 \cdot BE}{2\sqrt{BE(2R - BE)}}.$$

Exemplu 2. Metoda analitico – sintetică în rezolvarea problemelor de demonstrație - clasa a VII-a

Se consideră problema: Se dă triunghiul ABC înscris în cercul $\Gamma(O, R)$. Fie H punctul de intersecție al înălțimilor, D punctul diametral opus lui A și E mijlocul laturii BC (fig.2.3).

Se cere să se arate că:

i) punctele D, E, H sunt coliniare;

ii) $DE = \frac{1}{2} AH$.

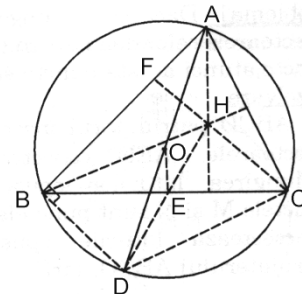


Fig.2.3.

Soluție: Se pornește în rezolvarea problemei cu metoda analitică, adică de la cerințele problemei.

i) Se cere să se arate că punctele D, E, H sunt coliniare.

Se observă că pentru aceasta este suficient să se arate $E \in DH$.

În figura alăturată se observă că, pentru ca dreapta DH să conțină punctul E este suficient să se arate că patrulaterul $BHCD$ este paralelogram. Cum E este mijlocul diagonalei BC , atunci diagonala DH trece neapărat prin punctul E , prin urmare punctul E aparține dreptei DH .

În acest mod, problema de la punctul i) s-a redus la rezolvarea altei probleme și anume de a arăta că figura $BHCD$ este paralelogram.

În continuare demersul de rezolvare al problemei se face cu ajutorul metodei sintetice.

$m(\widehat{DBA}) = 90^\circ$ (unghi înscris într-un semicerc), deci $DB \perp AB$. Fie $CH \cap AB = \{F\}$, rezultă că $CF \perp AB$ (fiind înălțimea din vârful C pe latura AB) deci și $CH \perp AB$.

Deoarece două segmente perpendiculare pe al treilea sunt paralele între ele, se obține:

$$DB \parallel CH. \quad (1)$$

În mod analog $m(\widehat{DCA}) = 90^\circ$ (înscris într-un semicerc) și $DC \perp AC$, iar $BH \perp AC$ (H ortocentru în $\triangle ABC$), de unde $BH \parallel CD$ (2)

Din relațiile (1) și (2): $BHCD$ este paralelogram (având laturile opuse paralele două câte două).



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Deoarece într-un paralelogram diagonalele se intersectează în părți congruente și cum E este mijlocul diagonalei BC (ip.), rezultă $DE \equiv EH$ și $E \in DH$, deci D, E, H coliniare.

ii) Pentru a arăta că $OE = \frac{1}{2}AH$ se folosește metoda sintetică.

În triunghiul ADH punctul O este mijlocul laturii AD: $AO \equiv OD$ și cum E este și mijlocul diagonalei DH rezultă că în $\triangle ADH$ OE este linie mijlocie și din teorema liniei mijlocii într-un triunghi se obține: $OE = \frac{1}{2}AH$.



Exemplifică rezolvarea unei probleme de geometrie utilizând metoda analitică.

R: Revezi paragraful 2.6



Să ne reamintim...

- **Metodele specifice de predare – învățare a matematicii** sunt acelea care sunt impuse de structura ideatică internă a conținutului științific vehiculat. Din această categorie de metode fac parte:

1. metode de rezolvare aritmetică;
2. metode algebrice de rezolvare a problemelor de aritmetică sau geometrie;
3. metoda coeficienților nedeterminați (de exemplu, pentru determinarea coeficienților unui polinom);
4. metoda inducției matematice;
5. metoda reducerii la absurd;
6. demonstrația matematică prin analiză și sinteză.

2.7. Strategii și tehnici de predare - învățare a matematicii în școală

Câteva reguli de bază de care trebuie să se țină cont în vederea rezolvării problemelor de matematică:

1. citirea cu atenție a enunțului problemei și construirea corectă a figurii despre care este vorba în problemă (ipoteză, concluzie);
2. reținerea datelor problemei, eventual și a noțiunilor și teoremelor având conexiuni cu problema;
3. căutarea în “memorie” unor anumite procedee și metode pentru rezolvarea problemelor de geometrie;
4. construirea de raționamente noi pe baza axiomelor, definițiilor și a altor teoreme demonstrate anterior;
5. stabilirea de relații între diferite elemente ale figurilor și scrierea lor cu ajutorul simbolurilor din matematică, pe baza raționamentelor construite, ce permit scrierea demonstrației problemei;
6. analizarea problemei (căutarea tuturor soluțiilor problemei, precum și diferitelor cazuri particulare ce pot apărea, sau generalizarea ei);
7. verificarea soluțiilor problemei (trebuie făcută mai ales în problemele de construcții geometrice).

O **strategie didactică** arată, în general, „ce face profesorul” și „ce face elevul”, ea pune în evidență, pe de o parte, capacitatea cadrului didactic de a alege și de a combina într-o anumită ordine metode, procedee și mijloace de instruire, forme de grupare a elevilor, de a selecta și de a structura conținutul științific în funcție de obiectivele propuse, de a opta pentru o anumită experiență de învățare ce urmează a fi trăită de elevi – ceea ce conturează **strategiile de predare**, iar pe de altă



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

parte, prevede procedeele și tehnicile de învățare sub formă de **strategii de învățare**. (Cîrjan, F., 1999, p. 68)

În funcție de caracterul determinant al învățării (uneori se înțelege tipul de experiență de învățare al elevului). (Cerghit, I., 1983 apud. Cîrjan, F. 1999, pp.70-71) deosebește două clase de strategii:

- a) **strategii prescrise** – bazate pe prescripții, norme, pe dirijarea strictă a învățării; sunt directive, rigide, sting curiozitatea, originalitatea – fac parte din categoria strategiilor clasice; dintre ele amintim: **imitative, explicativ – reproductive, algoritmice**
- b) **strategii neprescrise** – pun accentul pe stimularea efortului propriu a celui care învață, pe încurajarea muncii independente, prin dirijarea redusă la minimum; sunt considerate strategii de activizare, participative; ele sunt:
 - **euristice** – de angajare în descoperire, de căutare activă, lasă elevul să-și asume riscul incertitudinii, al încercării și erorii; au unele trăsături specifice investigației științifice (strategii **explicativ-investigative, conversație euristică, problematizare, descoperirea independentă, cercetarea în echipă**)
 - **creative** – lasă câmp deschis afirmării originalității, spontaneității, diversității; pun accentul pe capacitatea de reflecție, sinteză, evaluare critică, creație.

O **strategie rezolutivă** ne arată (este definită de) modalitățile de selectare și combinare a ideilor relevante (propoziții de fond) din structura cognitivă a rezolvitorului, care conduc la găsirea ideii de rezolvare (idei rezolutive), la soluția problemei.

Procesul formării unei strategii rezolutive este guvernat de **strategii cognitive** – deprinderi intelectuale superior organizate care „selectează și dirijează procesele interne implicate în definirea și rezolvarea problemelor noi; sunt deprinderi prin intermediul cărora elevul își organizează propriul său mod de gândire, (Gagné, R.M., Briggs, L.J., 1977, p.60 apud. Cîrjan, F., 1999, p.110) ca scop al învățării s-ar reformula „predarea modului de a gândi”.

O clasă de strategii cognitive o constituie **metodele și procedeele euristice**; o alta ar fi formată din **deprinderile intelectuale care însoțesc și dirijează comportamentul elevului**.



Exemplu 1-clasa a VII-a (Cîrjan, F., 1999, p.112 – 113)

Exemple de strategii și tehnici de predare-învățare a geometriei în gimnaziu

Exemple de situații de învățare, în care sunt scoase în evidență mersul gândirii- ghidat de o strategie cognitivă descrisă în coloana întâi- care conduce la elaborarea unei strategii rezolutive- coloana a doua și deprinderile de aplicare a regulilor și conceptelor în problemă (tactica) descrise în ultima coloană. În coloana a doua au fost trecute numai cele care conturează o strategie de rezolvare.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

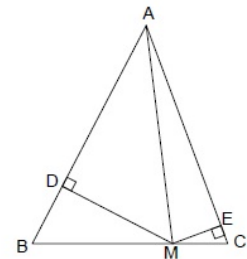
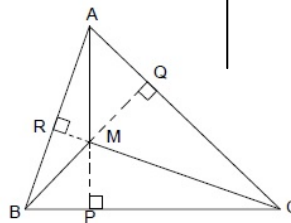
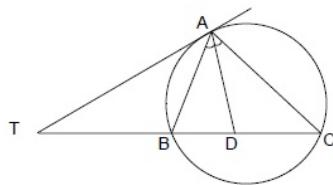


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Enunțurile problemelor: 1) Fie TA, tangenta din punctul T la cercul circumscris ΔABC . Fie AD, $D \in [BC]$ -bisectoarea unghiului A care trece prin T. Demonstrează că ΔTDA este isoscel.
2a) Fie M ortocentrul ΔABC . Demonstrează că $MP+MQ+MR=ct$.

(I)	1) TA tg. cerc.(ABC) AD bisect. $\sphericalangle BAC$ T, D \in BC	(I)	2a) M \in Int ΔABC P = pr _{BC} M Q = pr _{AC} M R = pr _{AB} M	(I)	2b) ΔABC isoscel AB=AC M \in BC
(C)	ΔTDA isoscel	(C)	$MP+MQ+MR=ct$	(C)	$d(M,AB)+d(M,AC)=ct$



Rezolvările problemelor:

CUM GÂNDIM		SOLUȚIA PROBLEMEI
Îndrumări verbale (autoinstrucțiuni)	Ipoteze (conjecturi) emise	Verificarea ipotezelor
(Strategii cognitive)	(Strategii rezolutive)	Tactică (deprinderi)
(1) Să reformulăm concluzia! (4) Ce putem deduce din (I)! (6) Am folosit întreaga ipoteză (I)!	(2) Să dovedim că $TA=TD$ sau $\Delta TAD \cong \Delta TDA$? (3) Mai convenabil ar fi să demonstrăm că $\Delta TAD \cong \Delta TDA$. (8) Să exprimăm ΔTDA și ΔTAD în funcție de unghiuri congruente.	(5) TA tg. la cerc $\Rightarrow \angle TAB \cong \angle ACB$ (1) (7) AD bisect. $\Rightarrow \angle BAD \cong \angle DAC$ (2) (9) $m(\angle TAD) = m(\angle TAB) + m(\angle BAD)$ (3) Din (1) și (2) și (3) \Rightarrow (10) $m(\angle TAD) = m(\angle DAC) + m(\angle ACB)$ (4)
(12) Ce teoremă ne-ar fi utilă aici? (pentru a obține informații despre TDA)!	(11) Dacă am dovedi că $m(\angle TDA) = m(\angle TAB) + m(\angle BAD)$ sau că $m(\angle TDA) = m(\angle DAC) + m(\angle ACB)$!	(13) TDA unghi ext. ΔDAC , deci (14) $m(\angle TDA) = m(\angle DAC) + m(\angle ACB)$ și după (4), $\Delta TDA \cong \Delta TAD$
Cum putem utiliza ipoteza? La ce teoreme cunoscute ne conduce ipoteza? Le-am întâlnit în alte probleme înrudite?	Distanțele MP, MQ, MR apar în formule ce exprimă ariile unor triunghiuri în care acestea joacă rol de înălțimi! $\Delta MBA, \Delta MAC, \Delta MAB$.	$MQ = 2S_{MAC/AC}$ $MP = 2S_{MBC/BC}$ ș.a.m.d. în problema 2b) analog $MR = 2S_{AMB/AB}$ ș.c.e. atunci $MP+MQ+MR = 2S_{ABC/AC} = d(B,AC) = ct$.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	Să exprimăm suma respectivă:	
Ce proprietate (în legătură cu aria triunghiului) ne-ar fi utilă aici?	Să descompunem suprafața triunghiului ABC pe baza proprietății de aditivitate: $S_{ABC} = S_{MAB} + S_{MAC} + S_{MBC}$ și respectiv: $S_{ABC} = S_{MAB} + S_{MAC}$ pentru 2b).	Rezolvarea de mai sus ne conduce la o altă idee rezolutivă.

În continuare s-a propus elevilor (ca temă), rezolvarea problemelor:

- (1) În patrulaterul ABCD, tangentele în A și C se întâlnesc pe suportul diagonalei BD. Arătați că bisectoarele unghiurilor opuse A și C sunt concurente pe BD.
- (2) În orice triunghi ABC, $S_{ABC} = p \cdot r$, pe semiperimetrul triunghiului, iar r raza cercului înscris în triunghiul ABC.



Exemplu 2-clasa a VII-a (Cîrjan, F., 1999, p.125 – 139; Sitasz, V., 2012)

Principalele strategii euristice de predare-învățare a geometriei ce pot fi utilizate în gimnaziu sunt exemplificate în acest paragraf.

Studiul geometriei în clasa a VI-a trebuie să pornească de la ceea ce elevul cunoaște din clasele anterioare, de modul în care s-a familiarizat cu noțiunile elementare de geometrie. Ei trebuie să cunoască noțiunea de dreaptă, semidreaptă și segment, să măsoare segmentele cu ajutorul riglei gradate, să le compare și să cunoască noțiunea de segmente congruente. Ei trebuie să cunoască noțiunea de unghi, să le numească, să le compare. Să recunoască triunghiul, patrulateralele (paralelogram, dreptunghi, pătrat, romb), să recunoască corpurile geometrice. Primele lecții de geometrie în clasa a VI-a trebuie să stabilească cât mai exact stocul de reprezentări geometrice, pe care elevii le-au dobândit în clasele anterioare. Pentru acesta sunt necesare câteva lecții recapitulative, atât în sensul verificării unor cunoștințe, cât și a unor abilități (ex. fiecare elev trebuie să știe să măsoare corect cu rigla gradată).

Un obiectiv important al predării geometriei este aceea de a deprinde elevii să demonstreze, adică să fundamenteze logic, deductiv unele propoziții pornind de la altele despre care știu că sunt adevărate. La această deprindere se ajunge treptat, și ca prim pas trebuie să zdruncinăm elevului încrederea în evidența intuitivă a unor desene, și să-i formăm dorința de a justifică logic anumite proprietăți. Pentru acesta se pot folosi fișe de lucru, în care vom folosi imagini a căror primă percepție nu corespunde cu realitatea riguroasă.

La introducerea noilor conținuturi se vor folosi cele trei tipuri de strategii euristice, combinate desigur unde este necesar cu celelalte metode. Se prezintă în ceea ce urmează exemple de activități de predare- învățare, aplicate la clasă .

Triunghiuri congruente. Studiul geometriei bazată pe demonstrație.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

1. Strategie (de formare a capacității de cunoaștere a conceptelor și a proprietăților acestora) 2 ore

Performanță:

- să înțeleagă noțiunea de triunghiuri congruente
- să recunoască triunghiurile congruente
- să identifice elementele congruente
- să identifice cazurile de congruență

Condiții interne

- să reactualizeze cunoștințele anterioare cu privire la segmente și unghiuri congruente;
- să reactualizeze cunoștințele referitoare la construcția triunghiurilor.

Condiții externe

- să transfere cunoștințele de congruență de la segmente și unghiuri la triunghi. Se pun întrebări de genul: "Ce înseamnă segmente/ unghiuri congruente?", "Cum am putea defini congruența triunghiurilor?" Se ajunge la definiția triunghiurilor congruente.

Fișă de lucru:

- a) Identificați triunghiurile congruente de pe fișă cu cele decupate.
- b) Notați triunghiurile din fișe și cele decupate.
- c) Scrieți triunghiurile congruente.
- d) Identificați laturile și unghiurile congruente (verbal și scris)!

Observații:

- elevii sunt împărțiți pe grupe, fiecare grupă având alt set de triunghiuri.
- unele triunghiuri par a fi congruente la prima vedere, fără a fi de fapt. Se ajunge din nou la ideea necesității demonstrației.
- Se pune problema "Cum am putea desena două triunghiuri congruente?" Se transferă cunoștințele referitoare la construcția triunghiurilor.
- Se pune problema "Oare toate cele trei laturi și unghiuri trebuie să fie congruente pentru ca triunghiurile să fie congruente?". "Ce ar trebui să fie congruent?". Se ajunge la cazurile de congruență, care vor fi enunțate și scrise în caiet.

2. Strategie (de dezvoltare a capacității de aplicare a regulilor în rezolvarea de probleme.

Performanță:

- să recunoască triunghiurile congruente prin aplicarea directă a unui caz de congruență;
- să identifice celelalte elemente congruente ale triunghiurilor;
- să recunoască posibilitatea de a calcula elementele triunghiurilor sau a demonstra congruența lor.

Condiții interne:

- reactualizarea cunoștințelor referitoare la congruență și a cazurilor de congruență.

Condiții externe

- rezolvarea unor probleme, folosind direct cazurile de congruență;
- identificarea elementelor congruente. Se pune problema "pentru ce ar putea fi utilă găsirea unor triunghiuri congruente (fișă de lucru 1);
- calcularea unor laturi sau unghiuri folosind metoda triunghiurilor congruente



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

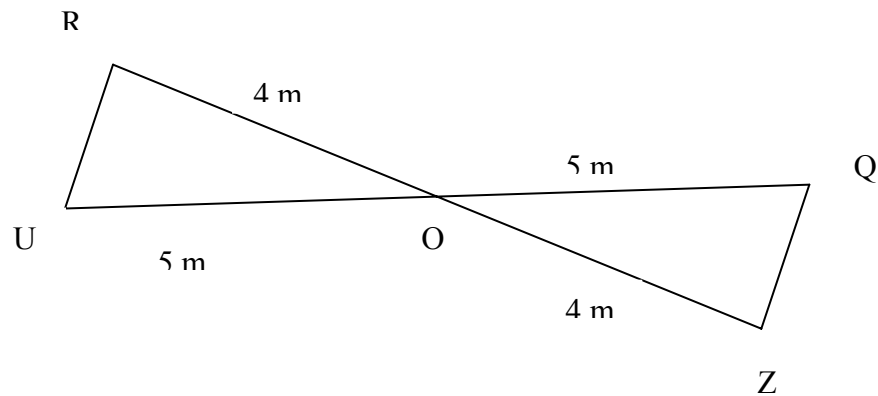
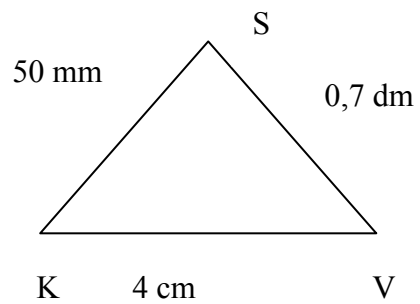
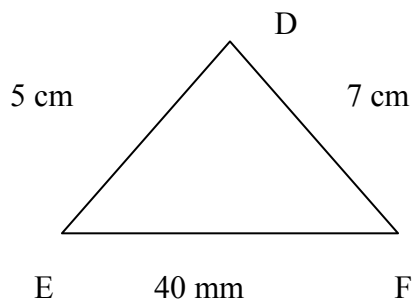
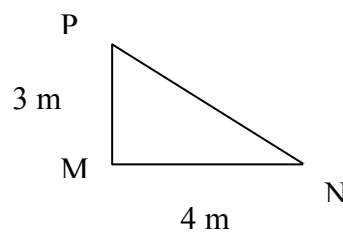
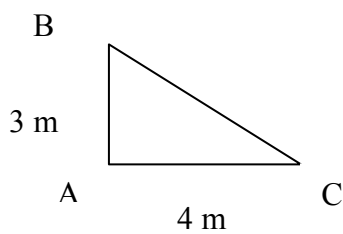
OIPOSDRU

(fișă de lucru 2);

- introducerea metodei de abordare a problemei de geometrie, utilizând noțiunile de ipoteză, concluzie și demonstrație.

Fișă de lucru 1:

- Găsiți triunghiurile congruente din figura de mai jos. Justificați răspunsul, bazându-vă pe cazurile de congruență învățate.
- Identificați elementele congruente ale triunghiurilor
- Pentru ce ar putea fi utilă demonstrarea congruenței acestor triunghiuri?





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

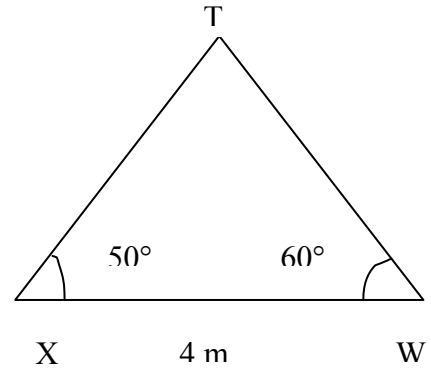
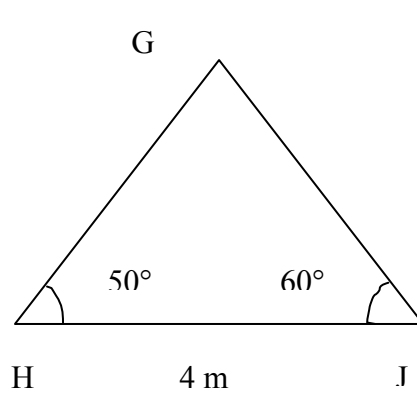


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



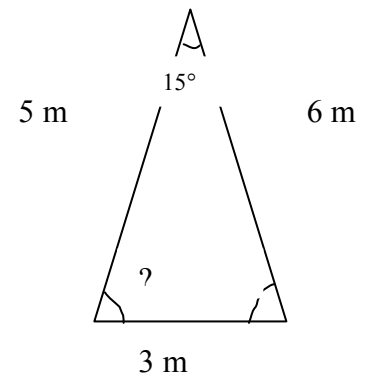
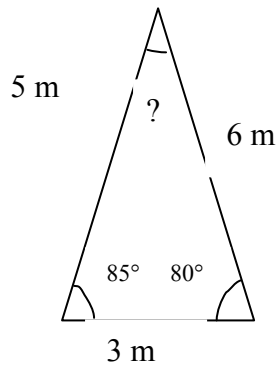
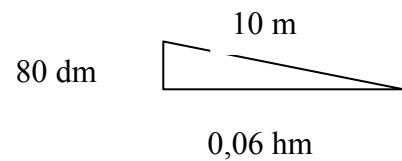
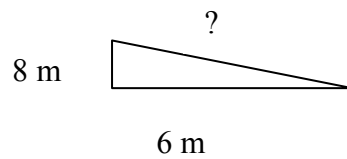
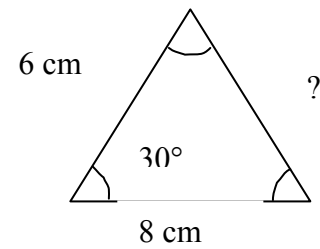
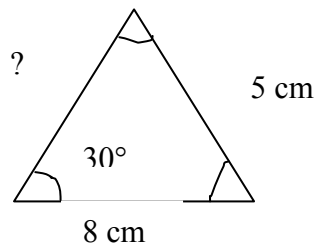
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Fișă de lucru 2:

1) Notați vârfurile triunghiurilor din figură. Folosind metoda triunghiurilor congruente, calculați laturile sau unghiurile indicate!



2) Știind că triunghiul $\triangle ABC$ este isoscel, cu $[AB]=[AC]$, punctul M este mijlocul laturii BC , desenați figura și demonstrați că triunghiurile $\triangle AMB$ și $\triangle AMC$ sunt congruente. Ce alte elemente congruente observați?



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Observație: la acest ultim exercițiu se introduc noțiunile de ipoteză, concluzie și demonstrație.

3. Strategie (de dezvoltare a capacității rezolutive)

Performanță:

- să recunoască triunghiurile congruente din figură;
- să recunoască acele triunghiuri congruente care sunt utile în rezolvarea problemei;
- să cunoască și să aplice cazurile de congruență a triunghiurilor;
- să -și formeze abilitățile de rezolvare a problemei geometrice, bazate pe demonstrații riguroase, bazate pe ipoteză, concluzie și demonstrație.

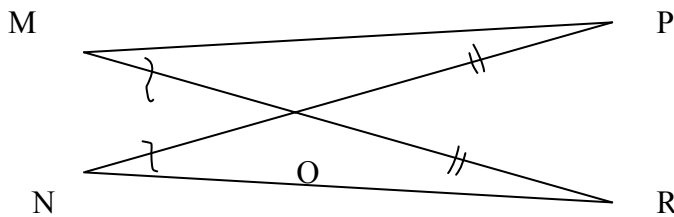
Condiții interne:

- reactualizarea cunoștințelor referitoare la congruența triunghiurilor, la bisectoare, unghiuri opuse la vârf șamd.

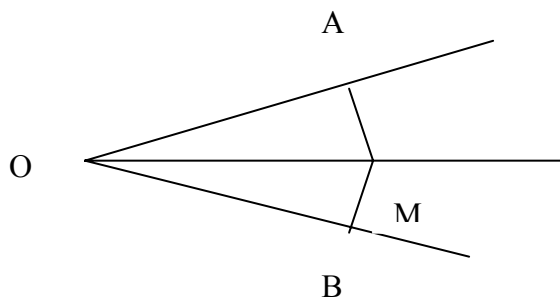
Condiții externe: folosirea unui set de probleme cu dificultate gradată

1) În figura de mai jos, se cunoaște că $[MO]=[ON]$ respectiv $[PO]=[RO]$. Să se demonstreze că:

- $\triangle MON = \triangle NOR$
- $[MP]=[NR]$



2) Dacă $[OM]$ este bisectoarea unghiului $\angle AOM$ și dacă $MA \perp OA$, $MB \perp OB$, demonstrați că segmentele $[MA]$ și $[MB]$ sunt congruente.



3) Dacă $MA \perp AB$ și $NB \perp AB$, respectiv $\angle MAN$ și $\angle NBM$ sunt congruente, demonstrați că:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



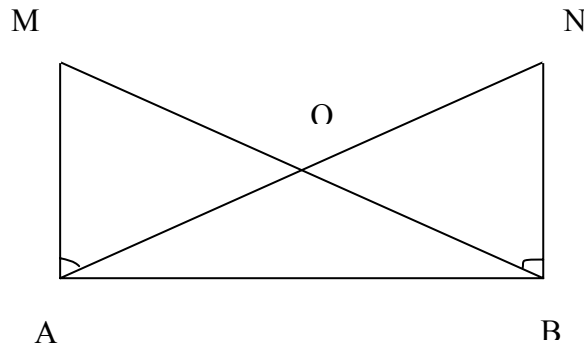
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

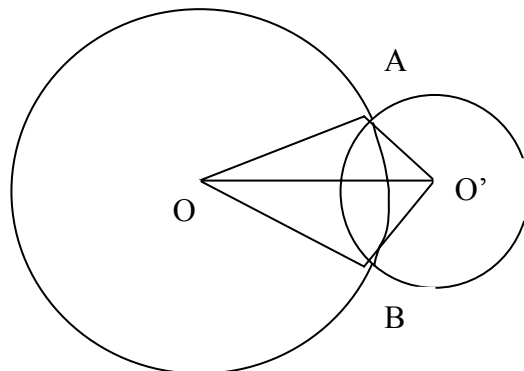
OIPOSDRU

- a) $\sphericalangle NAB = \sphericalangle MBA$
- b) $[MB] = [NA]$
- c) $[MA] = [NB]$
- d) $\triangle MOA = \triangle NOB$
- e) $[MN] = [AB]$



Dacă este necesar se folosesc întrebări de genul: "Ce ne spune ipoteza?", "Unde trebuie să ajungem?", "Care triunghi are latura/ unghiul...?", "Ce laturi/ unghiuri mai sunt congruente în acest triunghi?", "Ce am mai putea demonstra în această problemă?"

4). Demonstrați că segmentul OO' , ce unește centrele cercurilor din figură este bisectoarea unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle AO'B$.



Ținând seama de necesitatea obișnuirii eleviilor cu aplicațiile practice ale problemelor, o problemă de congruență poate fi și ca cele de mai jos:

5). Dacă un călător vrea să ajungă din localitatea Afîn (A) în localitatea Gutui (G) trebuie să ocolească un lac. Drumul poate să treacă prin Merești (M), la 5 km de Afîn, perpendicular pe direcția (AG), sau prin Perești (P), tot perpendicular pe direcția (AG), care este la 5 km de



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



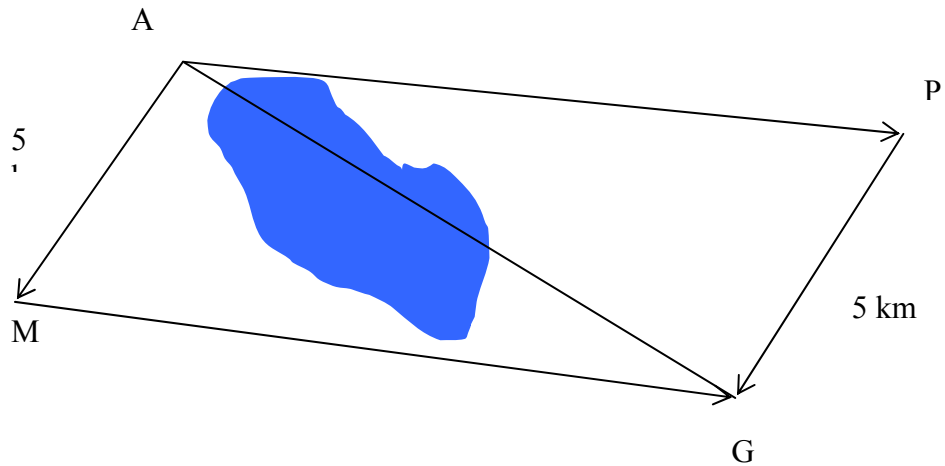
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



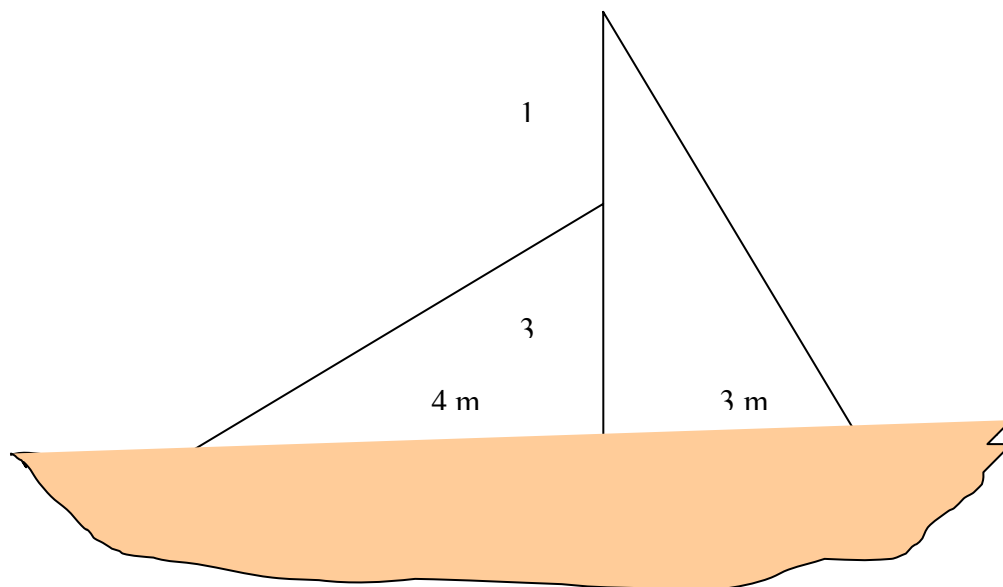
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Gutui, așa cum se vede pe harta de mai jos. Demonstrați că oricare traseu a-r alege călătorul, v-a trebui să parcurgă aceeași distanță.



6). Demonstrați că cele două catarge ale corabiei de mai jos sunt congruente



Problema de geometrie poate fi făcută și pe modele construite de elevi. De exemplu după construirea din carton a unui cub, elevii pot fi îndrumați să modeleze, și să rezolve următoarele probleme:

1) Demonstrați că în cubul din figură segmentele $[AB]$, $[AC]$ și $[BC]$ sunt congruente



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

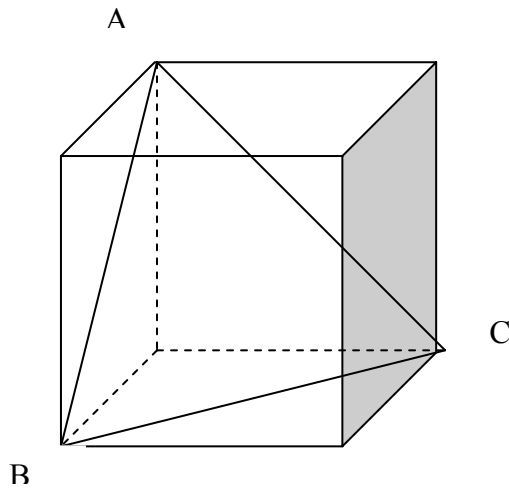


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



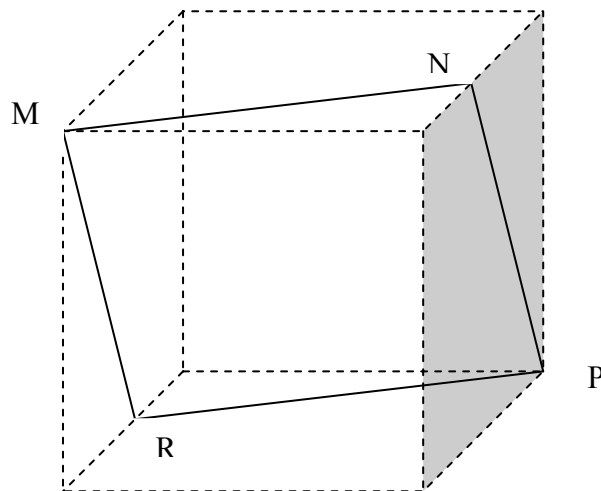
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



2). Demonstrați că în cubul de mai sus CM este bisectoarea unghiului $\angle ACB$, unde M este mijlocul segmentului [AB]

3) Dacă punctele N, și R sunt la mijlocul muchiei cubului de mai jos, demonstrați că $[MN]=[NP]=[PR]=[MR]$



Evaluarea activității de predare-învățare, după parcurgerea unității de învățare dedicată congruenței triunghiurilor, are ca obiectiv modul în care elevii au înțeles noțiunea de congruență a triunghiurilor, măsura în care ei știu să aplice direct cazurile de congruență și dacă pot sau nu aplica metoda triunghiurilor congruente într-o problemă.

Fișă de evaluare 1.

- 1). Studiază atent triunghiurile de mai jos.
 - a). Notează vîrfurile triunghiurilor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



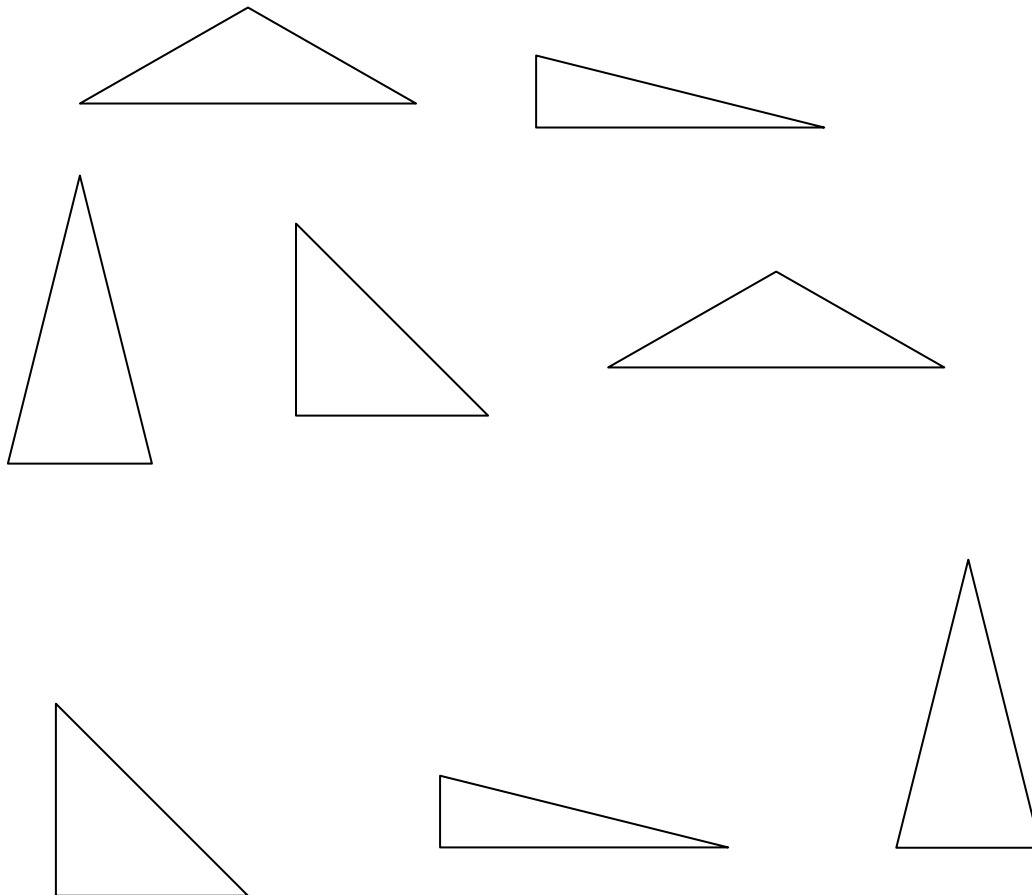
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- b). Identifică și scrie care triunghiuri sunt congruente.
c). Enumeră laturile și unghiurile congruente în cazul a două triunghiuri congruente. (la alegere)



- 2). Folosind cazurile de congruență, demonstrează congruența triunghiurilor de mai jos. Prin linii punctate s-au notat bisectoarele unghiurilor.

Fișă de evaluare 2.

În figura de mai jos laturile AB și AC ale triunghiului ΔABC sunt congruente. Dacă $m(\angle ABC) = m(\angle ACB)$, iar BD și CE sunt bisectoarele lor, demonștrați că:

- $\Delta EAC = \Delta DAB$
- $[DB] = [CE]$ și $[AE] = [AD]$
- $[BE] = [DC]$
- $\Delta BEO = \Delta CDO$, unde $\{O\} = CE \cap BD$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

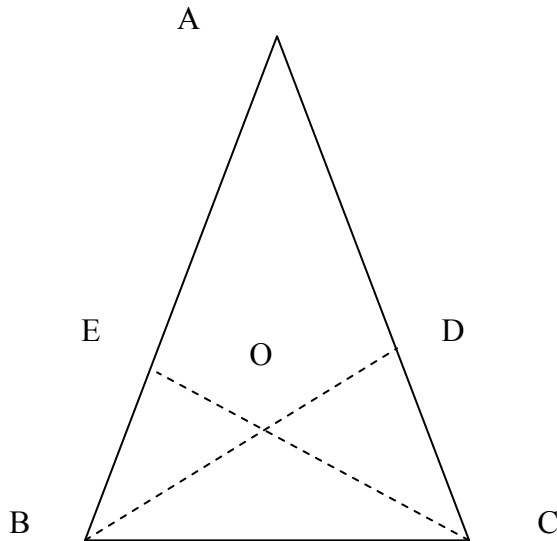


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu 3 Alte exemple de strategii și tehnici de predare – învățare a matematicii

3.1. Se consideră șirul 0,1,2,10,11,12,20,21,22,100,101,102,110,.....

- a) Câte numere de 3 cifre conține șirul (justificați)?
- b) Ce loc ocupă în șir numărul 2010?

Rezolvare:

- a) Termenii șirului conțin doar cifrele 0,1,2.

Numere de 3 cifre:

100, 101, 102
110, 111, 112
120, 121, 122
200, 201, 202
210, 211, 212
220, 221, 222

 $3 \cdot 6 = 18$ numere

Deci șirul conține 18 numere de trei cifre

- b) Există 3 numere de o cifră = 3
- 3·2 numere de 2 cifre = 6
- 3·6 numere de 3 cifre = 18
- 31 numere de 4 cifre până la 2010 inclusiv

Deci numărul 2010 ocupa locul : $3+6+18+31= 58$

3.2. Fie șirurile :

- c) 2,5,8,11,.....
- d) 1,2,4,7,11,16,.....



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- i) Scrie următorii 5 termeni pentru fiecare șir.
- ii) Care este al 100-lea termen al primului șir?

Rezolvare:

i) a) $14, 17, 20, 23, 26$ $(3k+2, k \in \mathbb{N})$

b) $16+6=22$
 $22+7=29$
 $29+8=37$
 $37+9=46$
 $46+10=56$

- ii) Regula de formare a primului șir este: $a_{k+1}=3k+2$. Deci:
- $a_1=3 \cdot 0+2=2$ - primul termen
 $a_2=3 \cdot 1+2=5$ - al 2-lea termen
 $a_3=3 \cdot 2+2=8$
 $a_{100}=3 \cdot 99+2=299$ -al 100-lea termen.

Varianta 2

Pentru mulțimile prezentate

$A_1 = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$; 265

$A_2 = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$; 473

$A_3 = \{0, 3, 6, 9, 12, \dots\}$; 870

- 1) Scrieți mulțimile folosind proprietățile caracteristice ale elementelor lor.
- 2) Aflați dacă numărul indicat în dreapta mulțimii face parte din ea.

După rezolvarea cu elevii : $A_1 = \{2k, k \in \mathbb{N}\}$, 265 $\notin A_1$

$A_2 = \{2k+1, k \in \mathbb{N}\}$, 473 $\in A_2$ $A_3 = \{3k, k \in \mathbb{N}\}$, 870 $\in A_3$ $870 = 290 \cdot 3$

Se poate purta următoarea discuție : “Fiindcă am cunoscut elementele unei mulțimi am putut scrie un termen general .Cum ați putea concepe și voi astfel de probleme pentru colegii voștri ?

Răspuns :”alegem un termen general și scriem elemente ale mulțimii de acest tip:

$A_4 = \{3k+1, k \in \mathbb{N}\}$ ----- $A_4 = \{1, 4, 7, 10, 13, \dots\}$, 3001

$A_5 = \{2^k, k \in \mathbb{N}\}$ ----- $A_5 = \{1, 2, 4, 8, 16, \dots\}$, 256

$A_6 = \{3^k, k \in \mathbb{N}\}$ ----- $A_6 = \{1, 3, 9, 27, 81, \dots\}$, 186.

Varianta 3

1. Fie șirul de numere 2, 8, 14, 20, ...
 - a. Completați șirul cu încă trei termeni
 - b. Aflați termenul de pe locul 27
 - c. Calculați suma primilor 20 termeni

2. Fie șirul de numere 3, 9, 27, 81, ...
 - a. Completați șirul cu încă trei termeni
 - b. Aflați termenul de pe locul 30
 - c. Determinați ultima cifră a termenului de pe locul 50.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Teme de discuție cu elevii

- Există o legătură între termenii consecutivi ai șirurilor? Dacă există cum se exprimă aceasta?
- Dacă legătura se exprimă printr-o operație matematică elementară (adunare, scădere, înmulțire sau împărțire) cum putem stabili următorii termeni ?
- Există o legătură între valoarea unui termen și poziția sa ?
- Pentru a calcula o sumă putem aplica comutativitatea operației de adunare; în acest sens cum este indicat să regrupăm termenii?
- Există o periodicitate a ultimei cifre într-un șir? În caz afirmativ prin ce operații elementare poate fi exprimată aceasta?

Varianta 4

Fie șirurile: 131313.....

135135.....

1. Care este al 8-lea termen?
2. Dar al 11-lea termen?

Posibile întrebări:

- Scrieți primii 12 termeni, și răspundeți la întrebările problemei.
Observăm că la primul șir a 8-a cifră este 3, iar la al doilea șir este tot 3. Al 11-lea termen este 1 la primul șir și 3 la al doilea șir.
- Ce numere se repetă? Observați că ambele șiruri au prima cifră 1, a doua cifră 3. La primul șir se repetă numerele 13 (2 cifre), iar la al doilea numărul 135 (3 cifre).
- Folosiți teorema împărțirii cu rest (la 2 și respectiv la 3) pentru a afla poziția termenului căutat.

Se observă că $8 = 2 \cdot 4 + 0$, respectiv $8 = 3 \cdot 2 + 2$. Restul ne dă poziția termenului căutat. Analog, $11 = 2 \cdot 5 + 1$, respectiv $11 = 3 \cdot 3 + 2$.

Un alt exemplu de șir:

Fie mulțimea formată din elementele : $M = \{ 1, 3, 5, 7, \dots \}$

1. Să se scrie altfel mulțimea dată, folosind proprietățile caracteristice ale elementelor sale.

$$M = \{ (2k + 1) / k \in \mathbb{N} \}$$

Posibile întrebări:

- Ce numere lipsesc? 2, 4, 6, 8,.....adică lipsesc numerele pare
- Numerele din șir sunt pare sau impare? Impare.
- Ce este un număr impar? Numere care nu se împart exact la 2, adică nu sunt divizibile cu 2.
- Cum se scrie matematic un număr divizibil la 2 ? $2k$.
- Dacă se adună 1 la un număr par, ce obținem? Un număr impar.
- Cum putem scrie matematic un număr impar ? $2k + 1$
- 2. Stabiliți dacă numărul 24^2 aparține mulțimii date.
 24^2 este număr par (orice număr la o putere pară este par), deci nu aparține mulțimii date.
- 3. Dar numărul 7^3 aparține mulțimii date?
 7^3 este număr impar, deci aparține mulțimii date.
- 4. Câte elemente are mulțimea dată?
- mulțimea are un infinit de elemente.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



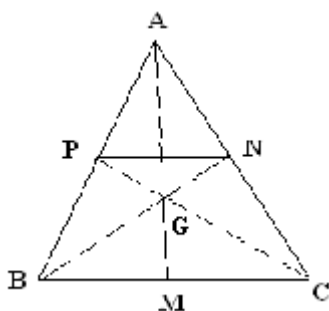
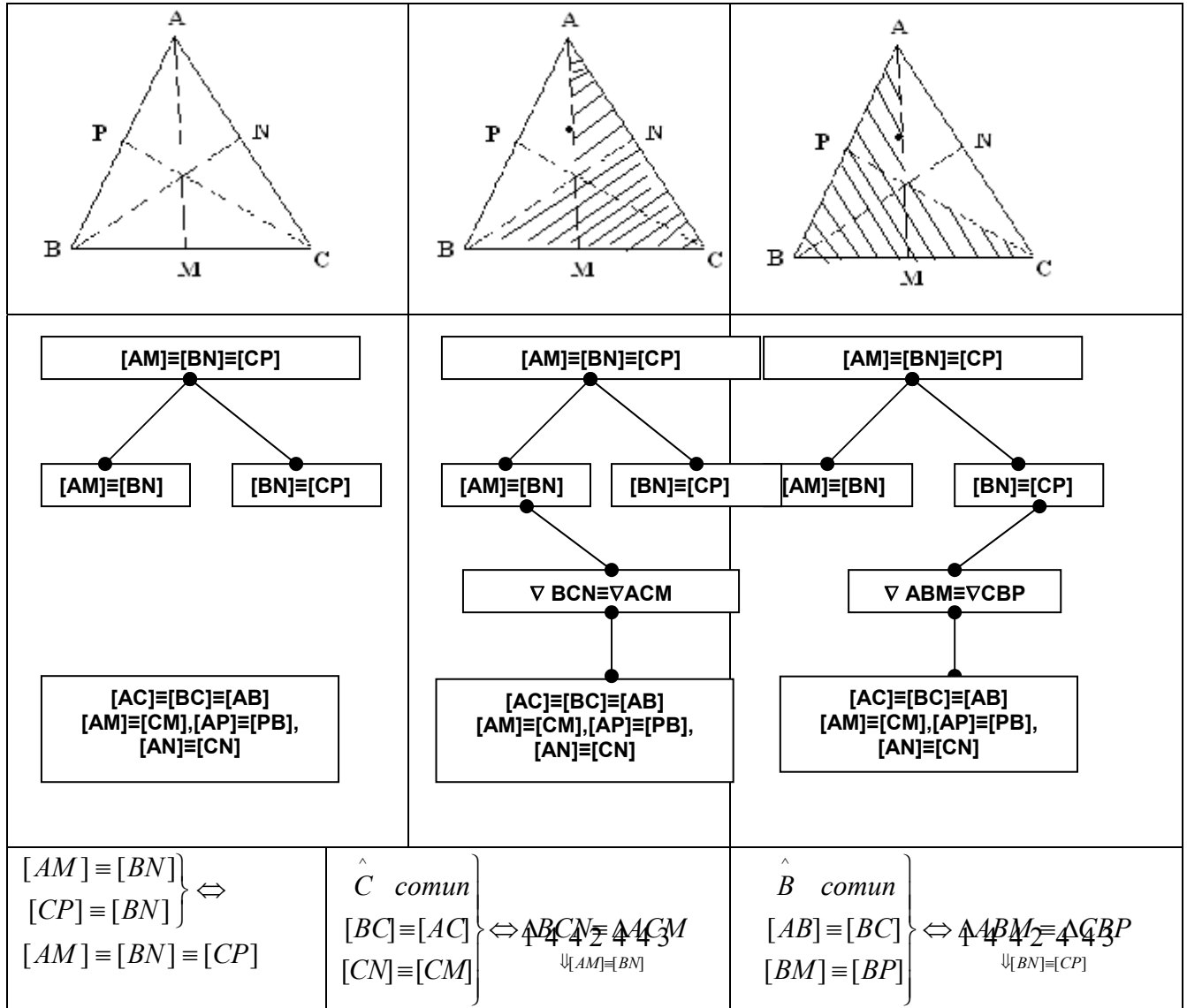
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu 4-clasa a VI-a

Schema de rezolvare pentru problema : *Medianele unui triunghi echilateral sunt congruente este:*



Reciproca pentru proprietatea demonstrată : **Triunghiul cu medianele egale este echilateral.**

Ipoteză : M,N,P sunt mijloacele laturilor triunghiului ABC medianele BN, AM, CP au mărimi egale.

Concluzie : laturile AB,BC și AC au mărimi egale.

Demonstrație : P și N mijloacele laturilor AB și AC \Rightarrow PN linie mijlocie în triunghiul ABC $\Rightarrow [PN] \parallel [BC] \Rightarrow$ triunghiurile PGN și CGB sunt asemenea și raportul de asemănare este $\frac{1}{2}$ (1), $[BN] \equiv [CP]$ și (1) conduce la $[BG] \equiv [CG]$ (2), (2) \Rightarrow GM

mediatoare \Rightarrow AM mediatoare în triunghiul BAC $\Rightarrow [AB] \equiv [AC]$ (3); analog, luând de data



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

aceasta medianele BN și AM rezultă $[AC] \equiv [BC]$ (4); (3) și (4) \Rightarrow triunghiul ABC este echilateral.



Exemplu 5-clasa a XI-a

Prezintă o problemă care modelează o situație din cotidian și se rezolvă printr-o ecuație sau sistem de ecuații. Exemplifică 4 sarcini de lucru în scopul rezolvării problemei ei de către elevi.

Soluție:

Un excursionist străbate jumătate din drumul său cu viteza $v_1=4\text{km/h}$ iar a doua jumătate cu $v_2=1\text{km/h}$. Determină cu ce viteză constantă ar fi putut străbate excursionistul întreaga distanță, respectând următoarele etape:

Cerințe pentru elevi :

- 1) Precizați legea care leagă între ele spațiul, timpul și viteza.
- 2) Determinați numărul de mișcări, prezentați-le pe un desen și notați pentru fiecare din ele spațiul, timpul și viteza.
- 3) Stabiliți necunoscutele care apar și scrieți legea fizică pentru fiecare mișcare, formând astfel un sistem de ecuații.
- 4) Rezolvați sistemul. Discuție.

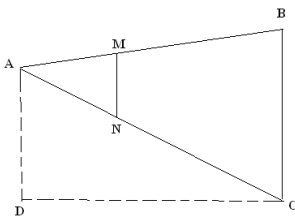
Aspect metodic: necunoscutele trebuie să permită scrierea celui mai simplu sistem, cu calcule cât mai ușoare. Pentru aceasta:

- a) se notează jumătatea de spațiu cu x , pentru a evita calcule cu numitori;
- b) spațiul și timpul de la întreg traseul se exprimă după primele 2 mișcări pentru a avea un număr mai mic de ecuații și de necunoscute.

2.8. Probleme cu caracter practic

Ținând seama de necesitatea obișnuirii elevilor cu aplicațiile practice ale teoriei matematice, se prezintă mai jos câteva probleme care pot fi abordate cu aceștia.

1. Măsurarea distanței la un obiect îndepărtat, a cărui înălțime se cunoaște activitate de învățare prin aplicarea cunoștințelor de geometrie în contexte practice



Un excursionist admiră din înălțimea A castelul B și se întreabă în cât timp ar putea ajunge la baza C a forme de relief, pe care este clădit castelul, deplasându-se pe segmentul de șosea DC. El cunoaște înălțimea b față de C la care se afla castelul B și înălțimea a a punctului A față de punctul D de pe șosea.

Ce calcule geometrice și ce îndemânare tehnică trebuie să dovedească excursionistul știind că dispune de o riglă de 10 cm ?

Figura alăturată sugerează descrierea geometrică a problemei :

- trebuie construit tehnic, cu mijloace improvizate, un triunghi AMN astfel încât privind pe direcția laturii AN să ajungem la punctul C, privind pe direcția laturii AM să ajungem la punctul B,
- latura MN este perpendiculară pe direcția DC ca și latura BC – perpendiculara este dată de direcția forței gravitaționale (direcția firului cu plumb), deci $MN \parallel BC$ astfel că triunghiul AMN este asemenea cu triunghiul ABC și raportul de asemănare este MN/BC (1)
- fie c măsura segmentului MN și d măsura segmentului AN (2)
- din (1) și (2) rezultă $AC = bd/c$,
- distanța DC rezultă aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul dreptunghic ADC ,

$$DC = \sqrt{AC^2 - AD^2} .$$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2. Determinarea suprafeței bazei atelierului dintr-o școală

i) Se cere elevilor să determine suprafața bazei atelierului dintr-o școală (atelier conceput paralelipipedic) dacă utilajele necesită o înălțime de $h=4\text{m}$ și din motive de aerisire volumul încăperii este $V=1000\text{m}^3$

$$R : V=S \cdot h \Rightarrow S=V/h=250\text{m}^2$$

ii) Ce dimensiuni are baza dacă un utilaj trebuie fixat între 2 pereți aflați la $x=10\text{m}$

R: se construiește cu lățimea $x=10\text{m}$; atunci $S=x \cdot y \Rightarrow y=S/x=25\text{m}$ pentru lungime

iii) Un cablu electric special este necesar pe perețele pe care se afla utilajul menționat la punctul ii) și se așează pe toată diagonala peretelui. Ce lungime are cablul?

$$R: L_c = h^2 + x^2 \sim 10,77 \text{ m}$$

iv) Acoperișul are formă de prismă cu secțiunea triunghi echilateral. Ce suprafață trebuie acoperită cu țiglă?

$$R: A=2 \cdot x \cdot y=2S=500\text{m}^2$$

3. Construirea pe teren a unui unghi drept, a unui pătrat, a unui dreptunghi și a unui paralelogram

Obiective:

elevii să cunoască bine definiția unghiului.

Materiale necesare:

ruletă, jaloane, țaruși, etichete cu țaruși și echerul pentru teren.

Procedeu de lucru:

1) **Construirea unui unghi drept** : se trasează pe teren o direcție care se jalonează și se așează un braț al echerului pe direcția trasată; se vizează apoi prin celălalt braț al echerului o altă direcție și se jalonează această dreaptă care este perpendiculară pe prima.

2) **Construirea unui pătrat**: pe cele două direcții perpendiculare trasate, se măsoară segmente egale cu latura pătratului, a cărei lungime se ia la alegere și în funcție de posibilitățile oferite de teren; prin capetele segmentelor măsurate se duc alte două perpendiculare, astfel încât intersecția acestora formează pătratul cu laturile căutate (se vor construi 1 dam^2 și 1 hm^2 , pentru ca elevii să facă comparație între aceste unități de măsură pentru suprafețe).

3) **Construirea unui dreptunghi, a unui paralelogram și determinarea ariei acestora**: se trasează o dreaptă pe care, cu ajutorul echerului, se duc două perpendiculare; pe aceste două drept jalonate se iau bazele dreptunghiului sau paralelogramului, se construiesc extremitățile și li se determină aria.

4. Arii - Probleme practice. Acoperirea suprafețelor cu gresie de forme diferite folosind triunghiul, dreptunghiul și pătratul.

Sarcini de lucru:

Elevii claselor de profil construcții, trebuie să acopere cu gresie holurile liceului.

Ei trebuie să aleagă forme diferite pentru plăcile de gresie, pentru a acoperi diferit cele 3 holuri.

1. Pentru holul de la parter, se vor folosi plăci cu formă de pătrat cu latura de 30 cm. Pentru a realiza un model de podea cât mai atractiv, elevii trebuie să combine sub formă de dreptunghiuri de culori diferite.

Aflați perimetrul și aria acoperită, dacă s-au folosit pentru acoperirea holului 60 de plăcuțe de gresie de culori diferite?



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Elevii folosesc pentru această activitate machete din carton de forme dreptunghiulare și pătrate, hârtie milimetrică, creioane de culori diferite.

2. Holul de la etajul 1 are suprafața în formă de dreptunghi cu lungimea de 8,20 m și lățimea de 2,7 m.

Aflați :

Câte plăcuțe de gresie de forma triunghiulară (triunghi echilateral de latura 20 cm) sunt necesare ?

Elevii folosesc pentru această activitate machete din carton în formă de triunghi echilateral, hârtie milimetrică, formule de arii pentru triunghi, dreptunghi, foarfece, lipici.

3. Holul de la etajul 2 are suprafața formată din 2 dreptunghiuri, unul cu lungimea de 4,20 m și lățimea de 2,7 m, iar celălalt are lungimea de 3,60 m și lățimea de 2 m. Acest hol se acoperă cu plăcuțe de gresie ca la etajul 1, dar în formă de romb.

Aflați :

Câte plăcuțe de gresie sunt necesare ?

Elevii folosesc pentru această activitate 2 machete din carton în formă de dreptunghi, reprezentând holurile și în formă de romb pentru gresie, foarfece, hârtie milimetrică,.

4. Prețul gresiei este 30 lei un metru pătrat. Pentru fiecare metru pătrat de gresie, liceului i se acordă o reducere de 10 % dacă cumpără mai mult de 5 m². Cât a costat gresia cu care s-au acoperit holurile?

În cadrul atelierului: Elevii sunt grupați în echipe de 4-5 elevi și realizează activitățile corespunzătoare celor 4 sarcini de lucru, etapă cu etapă, respectiv combină machete de forme solicitate, calculează perimetre, arii, determină numărul de gresii necesare sau calculează prețurile pentru achiziționarea gresiei, stabilind prin calcul și aportul pe care îl aduc în beneficiul școlii prin realizarea acestei lucrări, precum și prin discount-ul oferit de firma de livrare a gresiei.

5. Să se afle lungimea unei scări, care se sprijină pe o casă de 4 m astfel încât partea ei superioară atinge acoperișul, iar partea inferioară (piciorul) este la o distanță de 0,75 m față de perete.

Cu cât alunecă în jos scara, dacă piciorul scării se îndepărtează cu 0,5 m față de poziția inițială?

6. Cu scopul de a culege ultimele mere dintr-un pom cu înălțimea de 4,3 m, Maria folosește o scară având lungimea de 4 m. Sub ce unghi trebuie să așeze scara față de sol, pentru a putea culege merele?

7. Un magazin cumpără 2t de mere de la producător cu 1 leu kilogramul, prețul neincluzând taxa pe valoarea adăugată (TVA). TVA este de 24% din valoarea inițială a produsului, fiind deductibilă (magazinul plătește 24% din valoarea adăugată). Magazinul vinde merele cu 1,5lei kilogramul (prețul include TVA).

a. Identifică necunoscutele.

x- pretul cu TVA; y- fără TVA; z-valoarea adăugată de magazin

b. Calculează prețul de achiziție cu TVA

$x = y + 24\%$ $y = 124\%y = 1,24$ lei

c. Calculează valoarea adăugată de magazin

$z = 1,5\text{lei} - 1,24\text{lei} = 0,26$ lei /kg

$z_{\text{total}} = 0,26 \times 2000 = 520$ lei

d. Care este suma pe care magazinul trebuie să o plătească drept TVA?

$TVA = 520 \times 24\% = 124,8$ lei

e. Care este suma rămasă magazinului?

$S = 520 - 124,8 = 395,2$ lei

8. (clasa a VII-a)

Pentru o mai bună organizare a datelor, pe Hard Disk-ul de 500GB al unui calculator au fost realizate trei partiții. Cunoscând că a doua partiție este de două ori mai mare decât prima iar a treia



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

este cu 200GB mai mare decât prima și a doua la un loc, să se afle dimensiunea fiecărei partiții.

Sarcini de lucru:

1. Scrieți relația dintre primele două partiții.
2. Formulați matematic relația dintre a treia și primele două partiții.
3. Scrieți și rezolvați ecuația ce permite aflarea partițiilor.
4. Reprezentați și evidențiați prin segmente de dreaptă relațiile dintre dimensiunile celor trei partiții. Propuneți o altă metodă/variantă de rezolvare a problemei.

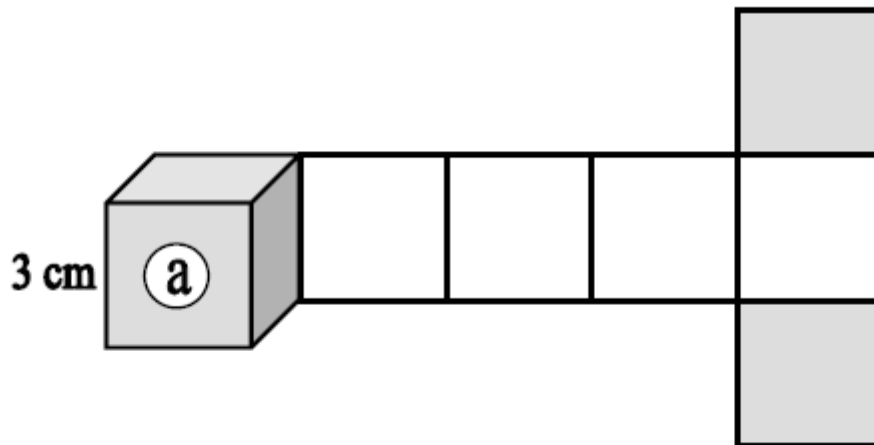
9. Pentru construcția a două blocuri de locuințe de același tip au fost pregătite 212 panouri prefabricate. Un tractor cu remorcă transportă la fiecare drum câte trei panouri la blocul mai apropiat. Pentru transportul la blocul mai depărtat a fost alocat un alt tractor, ce poate transporta în remorcă, la fiecare drum, 4 panouri. După o săptămână, al doilea tractor a făcut cu 14 drumuri mai puțin decât primul și au mai rămas să fie transportate 30 panouri.

Află câte panouri mai trebuie transportate spre blocul mai apropiat și câte drumuri mai are de făcut primul tractor.

10. Activitatea de învățare se referă la: Calculul ariilor laterale și totale ale unor poliedre, pe desfășurări date, care se fac ca activitate practică pentru dezvoltarea abilităților de calcul a ariilor.

Se solicită elevilor să rezolve următoarele aplicații:

- 1) Calculați ariile laterale și totale pentru corpurile care au desfășurările reprezentate mai jos.





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

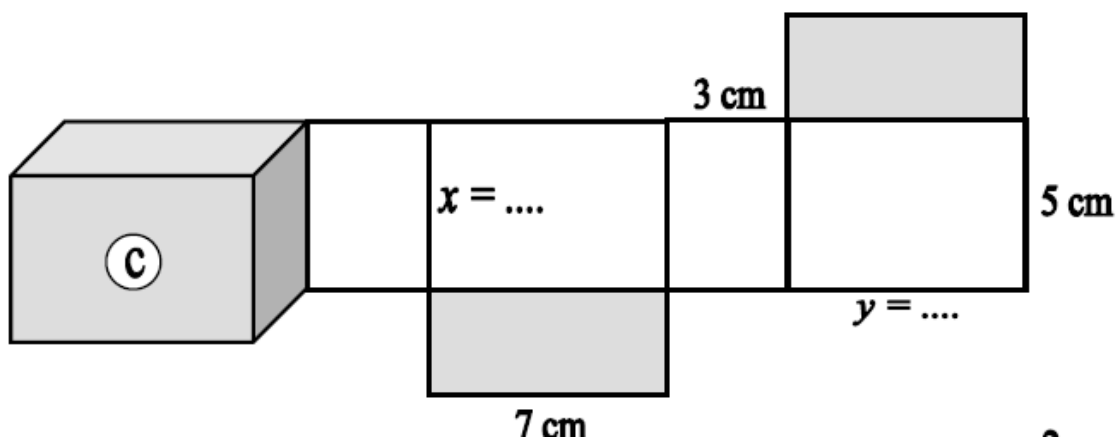
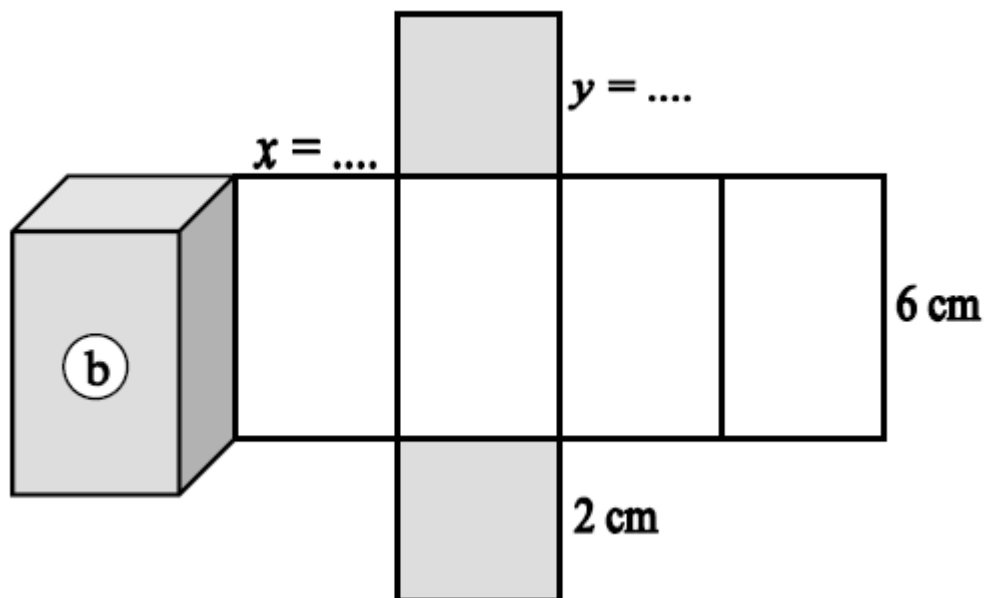


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

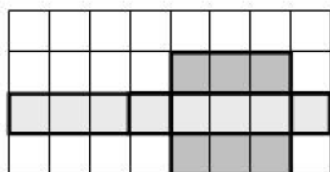
OIPOSDRU



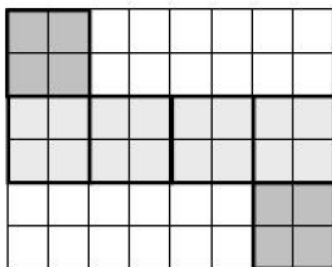
2) Numiți corpurile care au desfășurările reprezentate în figurile de mai jos.

a) b) c)

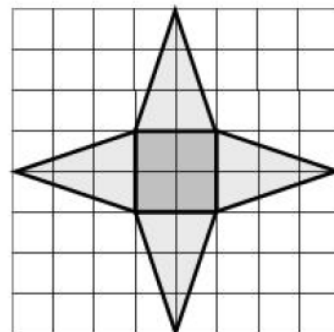
a)



b)



c)





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Pe aceste desfășurări, calculați ariile laterale și totale (unitatea de măsură este aria pătratului de rețea).

a) $A_l = \dots\dots\dots$

b) $A_l = \dots\dots\dots$

c) $A_l = \dots\dots\dots$ $A_t = \dots\dots\dots$ $A_t = \dots\dots\dots$ $A_t = \dots\dots\dots$



Exemplifică o problemă cu caracter practic.

R: Revezi paragraful 2.8.

2.9.Cultivarea creativității elevilor prin rezolvarea și compunerea de probleme

Creativitatea este un concept multidimensional și se poate manifesta în numeroase domenii: arte, științe cognitive, psihologie, filozofie ș.a.

Există numeroase definiții ale creativității, fără să fie formulată o definiție general acceptată. Unele sunt contradictorii sau subiective, de aceea sunt citate câteva definiții din dicționare de referință, precum și definiții propuse de experți în studiul creativității.

-În Dicționarul enciclopedic (1993) creativitatea este definită ca „trăsături complexe ale personalității umane, constând în capacitatea de a realiza ceva nou, original.

-Dicționarul Webster (1996) oferă trei semnificații ale creativității: starea de a fi creativ, abilitatea de a fi creativ, procesul realizării creativității.

-Enciclopedia Britanică o definește ca fiind abilitatea de a găsi o nouă soluție unei probleme, fie o nouă metodă sau un dispozitiv.

-Creativitatea presupune existența unui anumit dar, pentru a putea asocia gânduri și emoții în mod inedit, o atitudine deschisă și flexibilă, cunoașterea temeinică a domeniului de studiu, îndemnare în folosirea anumitor instrumente, efort susținut pentru obținerea rezultatului dorit, precum și apariția unor situații favorabile.

În sensul foarte larg al cuvântului, creativitatea este un concept care se referă la potențialul de care dispune o persoană pentru a desfășura o activitate creatoare.

Activitatea creatoare este una dintre formele fundamentale ale activității omului, alături de comunicare, joc, învățare și muncă.

Componentele creativității

Creativitatea face posibilă crearea de produse reale sau pur mintale. Componenta principală a creativității o constituie imaginația.

Imaginația este o sinteză a imaginilor, ideilor, abstracțiilor. Se poate defini imaginația ca fiind acel proces psihic al cărui rezultat îl constituie obținerea unor reacții, fenomene psihice noi pe plan cognitiv, afectiv și motor.

Crearea de valoare însă mai presupune și motivație, dorința de a realiza ceva nou, ceva deosebit. Și cum nouitatea azi, nu se obține cu ușurință, o altă componentă este voința, perseverența în a face numeroase încercări și verificări.

Imaginația, ca și **creativitatea** presupune **trei însușiri**:

- 1) **fluiditatea** – se referă la bogăția și ușurința cu care se realizează asociații între elementele câmpului conștiinței, la capacitatea de a produce un număr mare de cuvinte, idei și expresii;
- 2) **flexibilitatea** - constă în ușurința de a schimba puncte de vedere, modul de abordare



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

a unei probleme, când un procedeu se dovedește inoperant sunt și oameni „rigizi”, care renunță greu la o metodă, deși se dovedește ineficientă;

3) *originalitatea – se exprimă prin noutatea și ineditul răspunsurilor sau soluțiilor, prin ingeniozitatea formulării lor.* (Nicola I., 1994, p.126)

Gândirea creatoare este principala componentă a creativității, iar principalii factori ai creativității la matematică sunt:

-sensibilitatea față de probleme,

-fluiditatea gândirii,

-flexibilitatea gândirii,

-originalitatea,

-perspicacitatea

și

-iscușița.

a) *Sensibilitatea față de probleme* constă în capacitatea gândirii de a compune probleme, de a reformula o problemă, care eventual a fost prezentată în termeni vagi, de a transcrie cu simboluri matematice un enunț dat în limbaj natural, de a formula mai multe concluzii la o problemă dată, de a analiza și sistematiza reguli care se aplică în demonstrații, de a abstractiza și generaliza.

b) *Fluiditatea gândirii* constă în capacitatea acesteia de a reda mai multe metode de rezolvare unei probleme date. Când se solicită acest lucru, profesorul trebuie să ceară, în mod explicit, ca elevii să prezinte pentru o problemă dată un anumit număr de metode de rezolvare, cel puțin egal cu numărul de metode pe care el le cunoaște. În astfel de cazuri, uneori, surpriza vine din partea unor elevi care prezintă o metodă la care profesorul nici nu s-a gândit. Acest factor al creativității se dezvoltă la elevi și prin atitudinea profesorului de a nu sugera imediat rezolvarea unei probleme, cu o metodă anume, ci de a discuta cu clasa anumite idei de rezolvare a respectivei probleme. În urma acestor discuții va trebui să se aleagă calea cea mai simplă care duce la rezultat, evidențiindu-se elevii care au găsit soluțiile cele mai deosebite.

c) *Flexibilitatea gândirii* este capacitatea acesteia de a trece cu ușurință de la o situație la alta. Practic în rezolvarea de probleme la Matematică, gândirea elevului trebuie determinată să caute reguli și combinații de reguli, să formuleze ipoteze pe care, apoi, să le verifice. La clasele mici, când se rezolvă o problemă, trebuie să se gândească atât aritmetic cât și algebric, iar la Geometrie, nu de puține ori, se pot aplica raționamente însușite la Algebră sau Analiză matematică. Tot pentru dezvoltarea acestui factor al creativității se pot concepe lecții speciale de aplicații ale Trigonometriei în Algebră sau Geometrie, ori lecții de recapitulare finală, când în rezolvările de probleme se trece de la un tip de raționament la altul.

d) *Perspicacitatea și spontaneitatea* sunt alți factori ai creativității și constă în capacitatea gândirii elevului de a da răspunsuri corecte într-un timp relativ scurt, de a efectua rapid calcule și judecăți, de a observa dintr-un număr de obiecte sau fenomene matematice, respectiv proprietăți ale acestora, pe acelea cerute de problemă. Elevul care rezolvă cele mai multe probleme, dintr-un set dat, într-un timp dat, de asemenea este un elev cu o gândire rapidă (se presupune că și în scris are rapiditate). De exemplu, la clasa a VI-a, în cadrul lecțiilor despre „procente” se pot pune numeroase întrebări, care să-l determine pe elev să efectueze calcule rapide. La clasele mici, dar și la clasele de liceu se pot propune elevilor spre rezolvare anumite probleme (de tipuri nu neapărat întâlnite până atunci), rezervându-se acestora timp suficient de rezolvare. Pentru scoaterea în evidență a caracterului stimulator al notei, este bine ca primului elev care prezintă profesorului toate problemele corect (deci și complet) rezolvate, să i se acorde nota maximă. (Vălcan, D., T., 2012)

Fiecare dintre aceste însușiri are însemnătatea sa, cea mai importantă rămâne originalitatea, ea garantând valoarea rezultatului muncii creatoare.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

I. Compunerea și rezolvarea de probleme contribuie considerabil la dezvoltarea creativității elevilor și în special la sporirea **flexibilității**.



Exemplu

Compune o problemă care modelează o situație din cotidian și se rezolvă printr-un sistem de ecuații. Exemplifică 4 sarcini de lucru în scopul rezolvării problemei ei.

Varianta 1 -clasa a VIII-a –Sisteme de ecuații de gradul al II-lea

În două livezi de formă dreptunghiulară au fost plantați 350 de pomi fructiferi. Aceștia au fost plantați în rânduri și s-a observat că în fiecare livadă numărul de rânduri este cu 1 mai mare decât numărul de pomi din rând. Care este numărul de pomi într-un rând în fiecare din cele două livezi, dacă în prima livadă au fost plantați cu 130 de pomi mai mult decât în a doua?

a) Se identifică cele două necunoscute ale problemei.

x – numărul de copaci plantați într-un rând al primei livezi, iar y – numărul de copaci plantați într-un rând al celei de a doua livezi.

b) Se transpune problema într-un model matematic.

Din condițiile problemei se obține sistemul de ecuații:
$$\begin{cases} x \cdot (x+1) - y \cdot (y+1) = 130, \\ x \cdot (x+1) + y \cdot (y+1) = 350; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + x - y^2 - y = 130, \\ x^2 + x + y^2 + y = 350. \end{cases}$$

c) Se rezolvă sistemul obținut, precizând metoda și pașii de rezolvare.

Adunând ambele ecuații, se obține $2x^2 + 2x = 480 \Leftrightarrow x^2 + x - 240 = 0$.

$\Delta = b^2 - 4ac = 961$, de unde $x_1 = -16$, $x_2 = 15$. Prima soluție nu satisface condițiilor problemei. Se substituie în prima ecuație $x = 15$ și se află y : $y^2 + y - 110 = 0$,

$\Delta = b^2 - 4ac$. $\Delta = 441$. $y_1 = -11$, $y_2 = 10$. Prima soluție nu satisface condițiilor problemei. Răspuns: 15; 10.

d) Se verifică rezultatele.

$$15 \text{ copaci} \times 16 \text{ rânduri} + 10 \text{ copaci} \times 11 \text{ rânduri} = 350$$

$$15 \times 16 - 10 \times 11 = 130 \quad \text{Se interpretează soluțiile sistemului.}$$

e) Se rezolvă sistemul printr-o altă metodă.

Varianta 2-clasa a VII-a –Sisteme de ecuații de liniare

Într-un bloc de locuințe sunt 50 de apartamente cu două camere și cu patru camere. Dacă în total sunt 136 de camere, câte apartamente au 2 și câte apartamente au 4 camere?

Pentru rezolvarea problemei este necesară rezolvarea sarcinilor:

1. Stabiliți datele cunoscute și necunoscute



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Aici notăm cu x apartamentele cu 2 camere și cu y apartamentele cu 4 camere.
2. Stabiliți relațiile între aceste date și modelul matematic al problemei

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + 4y = 136 \end{cases}$$

3. Rezolvați sistemul obținut, precizând metoda și pașii de rezolvare

-metoda substituției: $x=50-y$ din prima ecuație

$$2(50-y)+4y=136$$

$$100-2y+4y=136$$

$$2y=36$$

$$y=18 \rightarrow x=50-18$$

$$x=32$$

Verificare: $32+18=50$
 $2 \cdot 32 + 4 \cdot 18 = 64 + 72 = 136$

Răspuns: În bloc sunt 32 apartamente cu 2 camere și 18 apartamente cu 4 camere.

4. Verificați rezolvarea printr-o altă metodă
-de pildă cu metoda grafică.

Varianta 3-clasa a VIII-a –Sisteme de ecuații de gradul al II-lea

Un muncitor dorește să realizeze o împrejmuire sub formă de dreptunghi a unui teren, având la dispoziție un gard cu lungimea de 100 m. Ce dimensiuni trebuie să aibă dreptunghiul astfel încât aria suprafeței împrejmuite să fie maximă ?

Sarcina 1

- **identificarea necunoscutelor problemei**, în cazul nostru a lungimii și lățimii dreptunghiului;
- elevii vor nota cu L lungimea terenului respectiv cu l lățimea acestuia.

Sarcina 2

- **întocmirea unui plan logic de rezolvare** prin stabilirea unor relații între necunoscutele problemei:

$$Ll=A \quad (\text{aria maximă})$$

$$2L+2l=100 \text{ m} \quad (\text{perimetrul cunoscut})$$

Sarcina 3

- **rezolvarea sistemului de ecuații** printr-o substituție :
 $A = L(50-L)$
- identificarea unei probleme de minim prin intermediul construcției unui binom la pătrat:
 $A = -L^2 + 50L = -(L^2 - 50L) = -(L^2 - 2 \cdot 25L) = -(L^2 - 2 \cdot 25L + 25^2 - 25^2) = 25^2 - (L^2 - 2 \cdot 25L + 25^2)$
 rezultă imediat că :
 $A = 25^2 - (L-25)^2$
- identificarea condiției de minim - Aria este maximă dacă a doua paranteză este nulă :
 $(L-25)^2 = 0$
- găsirea dimensiunilor dreptunghiului prin substituția lungimii în expresia perimetrului:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$L = 25 \text{ m}$$

$$l = 25 \text{ m.}$$

- găsirea ariei maxime în condițiile date:

$$A_{\max} = Ll = 625 \text{ m}^2$$

Sarcina 4

- Interpretarea rezultatului obținut : dintre toate dreptunghiurile cu perimetru dat pătratul are aria maximă.

Sarcina 5

- formularea unor probleme asemănătoare:

1.,, Să se determine dreptunghiul de arie maximă înscris în cercul de rază R ."

2.,, Se știe că distanța de la un obiect la o lentilă convergentă este legată de distanța de la lentilă la imagine prin relația: $1/d_2 + 1/d_1 = 1/f$. Să se determine la ce distanță trebuie să așezăm un obiect în fața unei lentile convergente cu $f = 100 \text{ cm}$ astfel încât distanța între obiect și imagine să fie minimă? "

3.,, Se știe că puterea exterioară într-un circuit electric depinde de tensiunea electromotoare E a sursei, de rezistența internă a sursei r și de rezistența exterioară R conform relației:

$$P = E^2 R^2 / (R + r)^2.$$

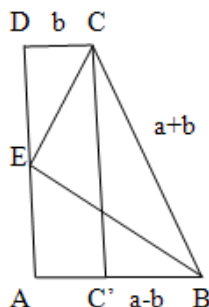
Deduceți valoarea rezistenței R pentru care această putere este maximă și calculați puterea maximă corespunzătoare. Aplicație numerică: $E = 10 \text{ V}$, $r = 25 \text{ ohmi}$."

II. Rezolvarea problemelor prin mai multe căi constituie o modalitate de dezvoltare a gândirii logice, a **flexibilității** ei, de cultivare și educare a creativității elevilor, deoarece aceștia se străduiesc să caute soluții originale de rezolvare.

Prin acest tip de probleme, elevul își dezvoltă gândirea și imaginația, își cultivă creativitatea, deoarece nici o problemă nu seamănă cu alta, el fiind obligat să găsească o cale proprie de rezolvare fiecărei probleme.



Exemplu 1



Se consideră un trapezoid dreptunghic $ABCD$ $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle D) = 90^\circ$, în care cele două baze au lungimile $AB = a$ și $CD = b$, iar latura neparalelă $BC = a + b$.

Dacă E este mijlocul laturii neparalele AD , atunci să se arate că triunghiul BEC este dreptunghic, folosind două metode:

- Reciproca teoremei lui Pitagora;
- Reciproca teoremei medianei.

Și comparați metodele folosite.

Metoda I. - Reciproca teoremei lui Pitagora

Construim $CC' \perp AB, C' \in AB$.

în $\triangle CC'B$, $m(\sphericalangle CC'B) = 90^\circ$

$$C'B = a - b \quad \xrightarrow{T.P.} \quad CC' = \sqrt{BC^2 + C'B^2} = \sqrt{(a + b)^2 + (a - b)^2} = 2\sqrt{ab}$$

$$DCC'A \text{ dreptunghi} \Rightarrow DA = CC' = 2\sqrt{ab}$$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007-2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

E este mijlocul laturii neperalele AD (ip) $\Rightarrow DE = EA = \frac{DA}{2} \Rightarrow DE = EA = \sqrt{ab}$

în $\triangle DEC$, $m(\angle EDC) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} \Rightarrow CE = \sqrt{DC^2 + DE^2} = \sqrt{b^2 + ab}$

în $\triangle EAB$, $m(\angle EAB) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} \Rightarrow BE = \sqrt{EA^2 + AB^2} = \sqrt{ab + a^2}$

$\triangle CEB$ $CE = \sqrt{b^2 + ab}$, $BE = \sqrt{ab + a^2}$, $BC = a + b \Rightarrow CE^2 = b^2 + ab$,

$BE^2 = ab + a^2$, $BC^2 = a^2 + 2ab + b^2 \Rightarrow BC^2 = CE^2 + BE^2 \xrightarrow{R.T.P.} \Rightarrow \triangle BEC$ dreptunghic
($m(\angle CEB) = 90^\circ$).

Concluzie: $\triangle BEC$ dreptunghic ($m(\angle CEB) = 90^\circ$).

	<p>Metoda II. Reciproca teoremei medianei Fie F mijlocul lui BC, din ip. E mijlocul lui AD $\Rightarrow EF$ linie mijlocie în trapezul $ABCD \Rightarrow EF \parallel AB$</p> $\Rightarrow EF = \frac{AB+CD}{2} = \frac{a+b}{2}$ <p>În $\triangle CEB$, F mijlocul lui BC, (din construcție) $\Rightarrow EF$ mediană din cele două $\xrightarrow{R.T.M.} \Rightarrow \triangle BEC$ dreptunghic ($m(\angle CEB) = 90^\circ$).</p>
--	---

Avantaje metoda II.

- Metoda reciprocei teoremei medianei este mult mai simplă;
- Nu se folosesc așa multe calcule și atunci posibilitatea de a greși la calcule este mult mai mică;
- Metoda este elegantă, frumoasă și simplă;
- Se folosesc doar proprietățile liniei mijlocii într-un trapez și reciproca teoremei medianei.

Avantaje metoda I.

- Se folosesc teorema lui Pitagora de mai multe ori și reciproca acesteia.

Concluzie: la prima metodă calculele sunt destul de lungi, pe când la a doua metodă rezolvarea este mult mai simplă și mai scurtă.

Sarcina de lucru data elevilor din clasa a IX-a

Se vor utiliza metode de rezolvare diferite: sintetica, vectoriala și analitica.



Exemplu 2 Să se rezolve prin mai multe metode problema de mai jos, comparând metodele de rezolvare.

Sarcina de lucru:

Să se determine lungimea medianei într-un triunghi oarecare.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Metoda 1-sintetica

ΔABC , de laturi a, b, c
 $AM = \text{mediana} \Rightarrow M = \text{mijlocul laturii } a \Rightarrow BM = MC = a/2$
 Se duce $AD \perp BC$ (înălțime)
 Se notează $DM = x \Rightarrow BD = a/2 - x$ și $CD = a/2 + x$

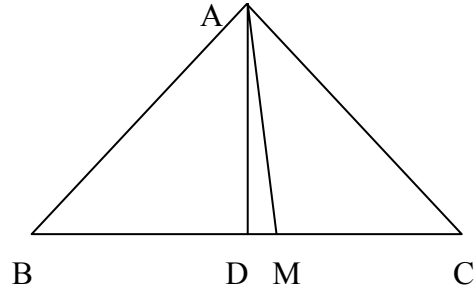
$$\Delta ABD: AD^2 = c^2 - (a/2 - x)^2$$

$$\Delta ACD: AD^2 = b^2 - (a/2 + x)^2$$

$$\Rightarrow c^2 - (a/2 - x)^2 = b^2 - (a/2 + x)^2; x = (b^2 - c^2)/2a$$

$$\Delta ADM: AM^2 = AD^2 + DM^2$$

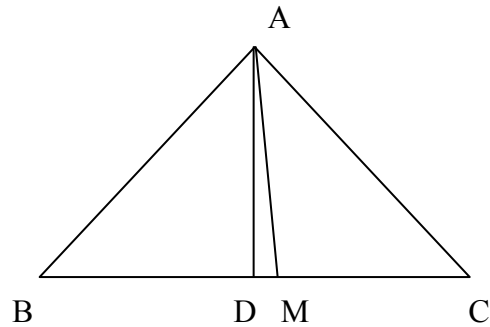
Înlocuind din relațiile anterioare $\Rightarrow AM^2 = b^2/2 + c^2/2 - a^2/4 = [2(b^2 + c^2) - a^2]/4$
 Deci: $m_a^2 = [2(b^2 + c^2) - a^2]/4$ (Teorema medianei)



Metoda 2-sintetica (Teorema STEWART)

$$AB^2 MC + AC^2 BM - AM^2 BC = BM MC BC$$

Sau: $c^2 a/2 + b^2 a/2 - m_a^2 a = a/2 a/2 a \quad /: a$
 $c^2/2 + b^2/2 - m_a^2 = a/2 a/2$
 $\Rightarrow m_a^2 = [2(b^2 + c^2) - a^2]/4$

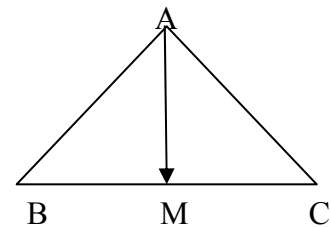


Metoda 3-vectorială

Aplicând succesiv regula triunghiului, obținem că:

$$\Delta ABM: \vec{AM} + \vec{MB} + \vec{BA} = \vec{0}$$

$$\Delta ACM: \vec{AM} + \vec{MC} + \vec{CA} = \vec{0}$$



$$2\vec{AM} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{BA} + \vec{CA} = \vec{0}$$

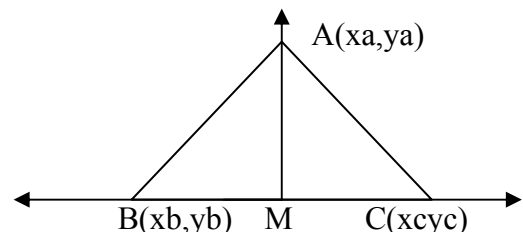
$$\vec{MB} = -\vec{MC} \Rightarrow \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$$

$$2\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC} \Rightarrow \vec{AM} = (\vec{AB} + \vec{AC})/2 \text{ relația (1)}$$

Metoda 4-analitică

$M(x_m, y_m)$

$M = \text{mijlocul segmentului } BC \Rightarrow$





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$x_m = (x_b + x_c) / 2$$

$$y_m = (y_b + y_c) / 2$$

$$AM^2 = (x_m - x_a)^2 + (y_m - y_a)^2$$

Înlocuim coordonatele lui M și $\Rightarrow AM^2 = [(x_b + x_c - 2x_a) / 2]^2 + [(y_b + y_c - 2y_a) / 2]^2$ relația (2)

$AB^2 = (x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2$ relația (3) ; $AC^2 = (x_c - x_a)^2 + (y_c - y_a)^2$ relația (3)

Prin înlocuire din relațiile (2), (3), (4) se obține relația (1): $4 AM^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC$

Respectiv : $AM = (AB + AC) / 2$

Concluzii:

Problema este rezolvată prin mai multe metode, atât sintetică cât și vectorială și analitică. La toate aceste metode comună este proprietatea medianei ca linie importantă în triunghi, de a împărți latura opusă în 2 părți egale. Valoarea medianei se obține prin calcule mult mai simple aplicând Teorema lui Stewart, atât în geometria sintetică cât și vectorială. Se observă, de asemenea: comparativ cu metoda vectorială celelalte metode mai ales cea analitică presupun calcule mult mai laborioase.

Verificarea (proba) soluției aflate pentru o problemă dată este foarte importantă pentru realizarea scopului formativ, pentru cultivarea creativității gândirii elevilor.

În general, **proba** se face **pe două căi principale**:

- 1) înlocuind rezultatele aflate, în textul problemei și verificând condiționarea lor astfel ca să se obțină numerele inițiale;
- 2) rezolvând problema în două sau mai multe moduri; în acest caz, elevul trebuie să obțină același rezultat prin toate căile de rezolvare, pentru a putea trage concluzia că soluția problemei este bună. Acest procedeu este mai eficient din punct de vedere al antrenării elevului la muncă independentă, creatoare.

III. Complicarea problemei prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebării contribuie în mare măsură la dezvoltarea **flexibilității**.

Pe lângă aceste căi prezentate, de cultivare a creativității nu trebuie neglijate nici metode activ-participative care conduc de asemenea la dezvoltarea acesteia. Este vorba de acele metode activ-participative cum ar fi : brainstormingul, problematizarea, învățarea prin descoperire , conversația euristică, jocul didactic matematic, etc.

Utilizarea abordării interdisciplinare a conținuturilor învățării sunt condiții ale unui învățământ creativ, având și ele partea lor de contribuție în cultivarea creativității elevilor. Un rol important îl are și creativitatea cadrului didactic.



Compune și rezolvă o problemă pe două căi. **R:** Revezi paragraful 2.10.



Să ne reamintim...

I. Compunerea și rezolvarea de probleme contribuie considerabil la dezvoltarea creativității elevilor și în special la sporirea **flexibilității**.

II. Rezolvarea problemelor prin mai multe căi constituie o modalitate de dezvoltare a gândirii logice, a **flexibilității** ei, de cultivare și educare a creativității elevilor, deoarece aceștia se străduiesc să caute soluții originale de rezolvare.

III. Complicarea problemei prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebării contribuie în mare măsură la dezvoltarea **flexibilității**.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



2.10. Rezumat

Această unitate de învățare este dedicată însușirii de cunoștințe, tehnici, priceperi și deprinderi temeinice, privind activitățile de rezolvare și compunere a problemelor în învățământul preuniversitar, precum și dobândirii capacităților de a conduce metodic aceste activități. Se evidențiază noțiunea de problemă matematică, precum și importanța activităților rezolutive. Se analizează și se exemplifică etapele rezolvării problemelor de matematică ca și metodele specifice de rezolvare a problemelor de matematică. Se prezintă cu exemplificări câteva categorii de probleme: probleme care se rezolvă prin regula de trei simplă sau de trei compusă, probleme cu caracter practic. Se exemplifică strategii de rezolvare a problemelor de matematică.

Se insistă asupra rezolvării problemelor prin mai multe căi, cu verificarea soluției găsite, dar și pe complicarea problemei prin introducerea de noi date, sau prin modificarea întrebării acesteia.



2.11. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Enumeră valențele formative ale activităților de rezolvare și compunere a problemelor de matematică.
2. Descrie și exemplifică etapele rezolvării unei probleme de matematică.
3. Explică în ce constă metoda sintetică de rezolvare a unei probleme.
4. Rezolvă prin două metode problema următoare:
Câtul a două numere naturale este 6, iar restul 13. Care sunt numerele dacă diferența lor este 463.
5. Consideri că rezolvarea a cât mai multor probleme într-o lecție este eficientă și conduce la formarea priceperilor, deprinderilor și chiar a unor abilități în acest sens? Dacă da, de ce? Dacă nu, de ce? Cum crezi că este mai bine?



2.12. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful 2.4. - extrage minim zece valențe formative.
2. Revezi paragraful 2.5.
3. Revezi paragraful 2.6.
4. Revezi paragraful 2.6.
5. Prezintă un eseu de maxim zece rânduri.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare 3. Metode de predare-învățare a matematicii în școală

Cuprins

3.1. Introducere.....	74
3.2. Competențe.....	74
3.3. Precizări conceptuale.....	75
3.4. Metode de predare – învățare specifice matematicii	77
3.4.1. Demonstrația matematică	77
3.5. Metode pedagogice tradiționale de predare – învățare a matematicii în școală.....	80
3.5.1. Expunerea sistematică a cunoștințelor	80
3.5.2. Metoda conversației	81
3.5.3. Metoda exercițiului	81
3.5.4. Metoda muncii cu manualul și cu alte auxiliare matematice.....	82
3.6. Metode pedagogice moderne de predare – învățare a matematicii în școală	82
3.6.1. Problematizarea.....	82
3.6.2. Învățarea prin descoperire.....	84
3.6.3. Modelarea matematică	87
3.6.4. Metoda învățării pe grupe	87
3.6.5. Algoritmizarea	88
3.6.6. Instruirea programată	88
3.6.7. Softuri educaționale	89
3.7. Metode activ-participative utilizate în lecția de matematică	89
3.7.1. Investigația	89
3.7.2. Proiectul	90
3.8. Metode active și interactive utilizate în lecția de matematică.....	90
3.8.1. Metoda cubului	91
3.8.2. Metoda R.A.I. (ROUND ASSOCIATED IDEAS).....	96
3.8.3. Metoda JIGSAW (MOZAICUL).....	98
3.8.4. Metoda PIRAMIDEI.....	107
3.8.5. Metoda BRAINSTORMING	109
3.8.6. Metoda STARBURSTING (EXPLOZIA STELARĂ).....	111
3.8.7. Metoda „CIORCHINELUI”	113
3.8.8. Tehnica DIAGRAMEI VENN.....	116
3.8.9. Metoda CADRANELOR	118
3.8.10. Metoda ȘTIU/VREAU SĂ ȘTIU/AM ÎNVĂȚAT	120
3.8.11. Metoda TURUL GALERIEI.....	123
3.8.12. Metoda CVINTETUL	125
3.8.13. Metoda TEHNICA LOTUS (FLOAREA DE NUFĂR) (LOTUS BLOSSOM TECHNIQUE).....	126
3.8.14. Metoda PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII RECIPROCE.....	128
3.8.15. Metoda “SCHIMBĂ PERECHEA” (SHARE- PAIR CIRCLES)	130
3.8.16. Materiale didactice necesare utilizării metodelor interactive de grup	132
3.9. Rezumat	133
3.10. Test de autoevaluare	133
3.11. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	133



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



3.1. Introducere

Preocuparea pentru redescoperirea copilului și școala interactivă datează de la începutul secolului XX când, în centrele universitare din America, un grup important de pedagogi, psihologi, medici și dascăli, au efectuat o serie de cercetări care au arătat că predarea tradițională în care cadrul didactic ține o prelegere, eventual însoțită de o demonstrație pe care elevii o urmăresc, nu produce învățare decât în foarte mică măsură.

Cerința primordială a educației progresiviste, cum spune Jean Piaget, este de a asigura o metodologie diversificată bazată pe îmbinarea activităților de învățare și de muncă independentă, cu activitățile de cooperare, de învățare în grup și de muncă interdependentă.

Matematica poate fi abordată și într-o altă manieră decât cea tradițională, prin selectarea și adaptarea metodelor interactive care să ajute la atingerea obiectivelor specifice disciplinei și la creșterea performanțelor elevilor, deoarece munca în grup și sarcinile în care aceștia depind unul de celălalt pentru obținerea soluțiilor îi determină să se implice mai mult în învățare decât în abordările frontale sau individuale; odată implicați ei își manifestă dorința de a transmite și celorlalți ceea ce au descoperit; și, nu în ultimul rând, atunci când au oportunitatea de a explica și chiar preda celorlalți colegi ceea ce au învățat, ei beneficiază de o înțelegere mult mai profundă și o învățare mai temeinică.

Învățământul modern preconizează o metodologie bazată pe promovarea metodelor interactive care să solicite mecanismele gândirii, ale inteligenței, ale imaginației și creativității.

Îndeplinirea obiectivelor învățământului matematic, conduce la folosirea unor metode de lucru specifice.

În scopul obținerii unor rezultate cât mai bune în actul predării - învățării matematicii, profesorii trebuie să îmbine eficient și creator metodele didactice.



3.2. Competențele unității de învățare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să definească conceptele de: metodă de învățământ, tehnică, învățare prin cooperare, interactivitate, metode interactive;
- să explice metodele de predare – învățare specifice matematicii;
- să exemplifice demonstrația matematică prin analiză și sinteză;
- să exemplifice demonstrația matematică prin reducere la absurd;
- să exemplifice demonstrația matematică prin inducție matematică;
- să prezinte metodele pedagogice tradiționale de predare (expunerea sistematică a cunoștințelor; metoda conversației; metoda exercițiului; metoda muncii cu manualul și cu alte auxiliare matematice);
- să prezinte metodele pedagogice moderne de predare – învățare (problematizarea; învățarea prin descoperire; modelarea matematică; metoda învățării pe grupe; algoritmizarea; instruirea programată; softuri educaționale);
- să descrie metodele activ-participative utilizate în lecția de matematică (investigația, proiectul);



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- să descrie metodele interactive;
- să identifice în literatura de specialitate acele metode și tehnici active și interactive de grup care pot fi utilizate cu succes în lecțiile de matematică;
- să exemplifice fiecare metodă interactivă de grup utilizată la matematică în învățământul preuniversitar.



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 3 ore.

3.3. Precizări conceptuale

Metodele didactice/de învățământ reprezintă un ansamblu de procedee și mijloace integrate la nivelul unor acțiuni implicate în realizarea obiectivelor pedagogice concrete ale activității de instruire/educație proiectată de profesor. (Cristea, S.,1998, p.303) Ele sunt totodată mijloace prin care se formează și se dezvoltă priceperile, deprinderile și capacitățile elevilor de a acționa asupra naturii, de a folosi roadele cunoașterii transformând exteriorul în facilități interioare, formându-și caracterul și dezvoltându-și personalitatea.

Ideea de *metodă*, vine, teoretic, dinspre știință, cu deosebirea că în învățământ metodele capătă un specific aparte, au o semnificație pedagogică (Cerghit, I.,1997, p. 9).

Prin *metodă*, în sens pedagogic se înțelege o cale de optimizare a acțiunii de instruire. Metoda este legată de celelalte componente ale acțiunii didactice: scop, conținut, mijloace, forme de organizare, evaluare, etc. Metoda are o dublă deschidere, spre profesor și spre elev. (Banea, H., 1998, p.134)

Tehnica este un mijloc ales dintre altele, în funcție de anumite criterii: legătura cu metoda și obiectivele, luarea în considerare a constrângerilor materiale, competența etc. Aici, ne găsim în domeniul deprinderilor.(ibidem).

Metodologia desemnează ansamblul metodelor utilizate în procesul instructiv - educativ. Deci, prin *metodologia procesului de predare - învățare a Matematicii* se înțelege sistemul metodelor utilizate în procesul de instruire la Matematică, metode bazate pe o concepție unitară despre actul predării și învățării Matematicii, pe principiile și legile care stau la baza acestuia, adică totalitatea metodelor utilizate la disciplina Matematică și teoria generală asupra acestei totalități. Termenul de metodologie este tot mai frecvent utilizat în Didactica Matematicii, datorită legăturii strânse dintre metodele de cercetare ale Matematicii - știință și cele didactice.

Metodologia Didacticii Matematicii are două mari componente:

I. Metodologia pedagogică, care desemnează ansamblul metodelor pedagogice de predare învățare a Matematicii, metode pe care Pedagogia le-a creat / inventat, practica didactică a fost cea care le-a validat în timp, iar Didactica Matematicii nu a făcut altceva decât să le atragă și de partea ei;

II. Metodologia specifică, care desemnează ansamblul metodelor specifice de predare - învățare a Matematicii, metode determinate de structura ideatică internă a conținutului noțional matematic vehiculat.(Vălcan, D., T., 2012, V.p.6)

Didactica actuală este orientată pe formarea de *competențe*, adică acele ansambluri structurate de cunoștințe și deprinderi dobândite prin învățare, care permit identificarea și rezolvarea unor probleme specifice, în contexte variate (Singer, M., 2005, p. 23). Societatea contemporană are nevoie de indivizi care pot explica și susține anumite puncte de vedere proprii, care realizează un schimb de idei cu semenii.

Este deci mult mai eficient ca elevii să participe activ, să discute, să argumenteze, să investigheze, să experimenteze, acestea fiind de fapt metode indispensabile pentru o învățare eficientă și de durată.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Interactivitatea presupune interrelaționarea, directă sau mediată, cu ceilalți, cu cadrul didactic și colegii și procese de acțiune transformativă asupra materialului de studiu. Învățarea interactivă implică conjugarea eforturilor ambilor agenți educaționali în construirea cunoașterii. Relația cadru didactic-elev se redimensionează. Educatul își asumă rolul de subiect al propriei formări, iar cadrul didactic este ghidul său în demersurile întreprinse. Este de dorit ca implicarea activă și interactivă a elevilor și învățarea (inter)activă realizată de aceștia, să îi ajute să descopere plăcerea de a învăța, care poate da naștere sentimentelor pozitive – de încredere în propriul potențial, de dorință de cunoaștere, de împlinire etc. (Bocoș, M., 2002, p. 63).

Învățarea prin cooperare este o strategie de instruire structurată și sistematizată, în cadrul căreia elevii lucrează împreună, uneori în perechi, alteori în grupuri mici, pentru realizarea unui obiectiv comun: rezolvarea unei probleme, explorarea unei teme, producerea/crearea unor idei și soluții noi într-o situație dată. Demersul complex al învățării prin cooperare s-a centrat pe principiile cercetării-acțiune, pornind de la premisa că individualismul și competiția promovate în majoritatea claselor de elevi pot fi echilibrate de practici educaționale democratice, bazate pe cooperare și întrajutorare; subiecții care lucrează în echipă sunt capabili să aplice și să sintetizeze cunoștințele în moduri variate și complexe, învățând în același timp mai temeinic decât în cazul lucrului individual. (Nicola, A., 2006, p.56)

Cooperarea (conlucrarea, munca alături de cineva), presupune **colaborarea** (participarea activă la realizarea unei acțiuni, bazată pe schimbul de propuneri, de idei). Cu toate că cele două noțiuni sunt sinonime, se pot face unele delimitări de sens, înțelegând prin **colaborare** o formă de relații între elevi/studenti, ce constă în soluționarea unor probleme de interes comun, în care fiecare contribuie activ și efectiv și prin **cooperare** o formă de învățare, de studiu, de acțiune reciprocă, interpersonală/intergrupală, cu durată variabilă care rezultă din influențările reciproce ale agenților implicați (ibidem).

Colaborarea se axează pe sarcini, iar **cooperarea** pe procesul de realizare a sarcinii.

Cooperarea este o formă de interacțiune superioară în cadrul învățării, incluzând colaborarea.

Interactivitatea presupune atât **cooperarea** – definită drept forma motivațională a afirmării de sine, incluzând activitatea de avansare proprie, în care individul rivalizează cu ceilalți pentru dobândirea unei situații sociale sau a superiorității – cât și **competiția** care este o activitate orientată social, în cadrul căreia individul colaborează cu ceilalți pentru atingerea unui țel comun (Ausubel, 1981). Ele nu se sunt antitetice; ambele implică un anumit grad de interacțiune, în opoziție cu comportamentul individual. (Oprea, C., 2003, p. 2)

Metodele interactive urmăresc optimizarea comunicării, observând tendințele inhibitorii care pot apărea în interiorul grupului (Pânișoară, I.O., 2003, p. 140).

În teoria și practica didactică contemporană, problematica **instruirii interactive** cunoaște abordări științifice noi, complexe, interdisciplinare, susținute de argumente ce susțin participarea activă și reflexivă a elevilor în procesele învățării și evaluării. Ea reprezintă un tip superior de instruire, care se bazează pe activizarea subiecților instruirii, pe implicarea și participarea lor activă și deplină în procesul propriei formări, precum și pe instaurarea de interacțiuni, schimburi intelectuale și verbale, schimburi de idei, confruntare de opinii, argumente etc. între aceștia. (Mușata, B., 2002, p. 8)

Apariția noilor programe, centrate pe achizițiile elevilor, a impus anumite schimbări în didactica matematicii.

Modernizarea metodelor din învățământul matematic este determinată, în primul rând de transformările care au loc, în zilele noastre, în societatea românească și care influențează acest învățământ; **de exemplu:**

- creșterea rolului matematicii - știință,
- ritmul accelerat al schimbărilor din didactica matematicii,
- cererea crescândă de instrucție și educație prin matematică.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Dezvoltarea metodologiei didacticei matematice este pretinsă și de faptul că metodele existente până de curând în recuzita profesorului nu țineau seama de complexitatea procesului instructiv - educativ prin matematică și nu au asimilat date importante ale cercetărilor de psihopedagogia aplicată, de metodică.

Modernizarea metodelor din învățământul matematic impune o apropiere a practicii școlare, a predării matematice, de actul firesc al învățării acesteia, de cunoașterea elevului, precum și apropierea activității didactice de cea științifică. (Vălcan, D., T., 2012, V. p.8)



Definește conceptele: metodă de învățământ și metodă interactivă.

R: Revezi paragraful 3.4.

3.4. Metode de predare – învățare specifice Matematicii

3.4.1. Demonstrația matematică

Este o metodă de predare-învățare specifică matematice și apare ca o formă a demonstrației logice care constă într-un șir de raționamente prin care se verifică un anumit adevăr, exprimat prin propoziții.

Demonstrația matematică este *metoda specifică de justificare a teoremelor* și constă în a arăta că, dacă ceea ce afirmă ipoteza are loc, atunci concluzia rezultă din ea în mod logic. Demonstrația se bazează numai pe axiome sau pe teoreme demonstrate anterior.

Este esențial ca în predarea-învățarea teoremelor să se țină seama de următoarele aspecte:

- să se asigure însușirea faptului matematic exprimat în teoreme;
- să se desprindă ipoteza de concluzie;
- să se transcrie în simboluri matematice ipoteza și concluzia;
- efectuarea demonstrației, utilizând formele de scriere specifice cu atenționarea necesară efectuării eventuale a dublei implicații pentru teoremele cu formulările: „condiția necesară și suficientă...”, sau „dacă...și numai dacă...”

Demonstrația matematică prin analiză și sinteză

Demonstrația în care se pornește de la propoziții generale spre propoziții particulare se numește **demonstrație analitică**. În acest tip de demonstrație se pornește de la ceea ce se cere spre ceea ce este cunoscut ca adevărat. Propoziția ce trebuie dovedită ca este adevărată se înlocuiește pe rând cu propoziții echivalente cu ea, până când se ajunge la o propoziție cunoscută, despre care se știe că e adevărată.

Demonstrația în care se pornește de la propoziții particulare spre propoziții generale se numește **demonstrație sintetică**. În acest tip de demonstrație se pornește de la o propoziție care este cunoscută ca fiind adevărată, din ea se deduc propoziții care de asemenea știm că sunt adevărate și ultima este ceea ce trebuia demonstrat. Raționamentele sunt legate prin implicații adevărate.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



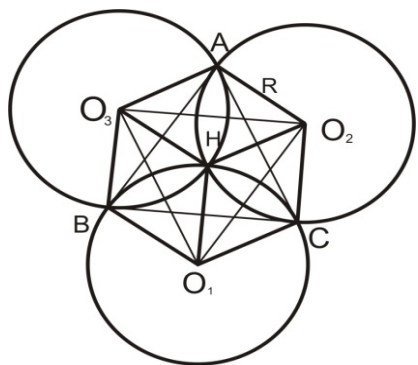
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu de demonstrație sintetică: Problema lui Țițeica Geometrie- clasa a VII-a

Se consideră trei cercuri de raze egale astfel încât $C(O_1, R) \cap C(O_2, R) \cap C(O_3, R) = \{H\}$. Intersectându-le două câte două se obțin încă trei puncte de intersecție A, B, respectiv C. Să se demonstreze că cercul determinat de punctele A, B, C are raza egală cu R.



Demonstrație : Patrulaterul O_3AO_2H este romb, deoarece $AO_3 = O_2H = R = AO_2 = O_3H$.

De asemenea patrulaterul O_1BO_3H este romb, deoarece $O_3B = O_3H = R = O_1B = O_1H$.

$$\Rightarrow AO_2 \parallel O_3H \parallel BO_1 \quad (1)$$

Deoarece (2) $AO_2 = BO_1 = R$. Din (1) și (2) \Rightarrow patrulaterul ABO_1O_2 este paralelogram.

$$\text{Deci } AB = O_1O_2 \quad (3)$$

Cum $BO_3 \parallel O_1H \parallel CO_2$ și deoarece $BO_3 = CO_2 = R \Rightarrow$ patrulaterul BO_3O_2C este paralelogram. Deci $BC = O_2O_3$ (4)

Cum $CO_1 \parallel HO_2 \parallel AO_3$ și deoarece $O_1C = AO_3 = R \Rightarrow$ patrulaterul CO_1O_3A este paralelogram. Deci $CA = O_1O_3$ (5)

Din (3)-(4)-(5) $\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta O_1O_2O_3$ $AO_3 = O_2H = R = AO_2 = O_3H$.

De asemenea patrulaterul O_1BO_3H este romb,

deoarece $O_3B = O_3H = R = O_1B = O_1H$. $\Rightarrow AO_2 \parallel O_3H \parallel BO_1$ (1)

Deoarece (2) $AO_2 = BO_1 = R$. Din (1) și (2) \Rightarrow patrulaterul ABO_1O_2 este paralelogram.

$$\text{Deci } AB = O_1O_2 \quad (3)$$

Cum $BO_3 \parallel O_1H \parallel CO_2$ și deoarece

$BO_3 = CO_2 = R \Rightarrow$ patrulaterul BO_3O_2C este paralelogram. Deci $BC = O_2O_3$ (4)

Cum $CO_1 \parallel HO_2 \parallel AO_3$ și deoarece $O_1C = AO_3 = R \Rightarrow$ patrulaterul CO_1O_3A este paralelogram.

$$\text{Deci } CA = O_1O_3 \quad (5)$$

Din (3)-(4)-(5) $\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta O_1O_2O_3$. Centrul cercului circumscris triunghiului

$O_1O_2O_3$ are centrul în punctul H și raza $HO_1 = HO_2 = HO_3 = R$.

Prin urmare cercul determinat de punctele A, B, C are raza R. (Nicolescu, L., Boskoff, V., 1990; Țițeica, G., 1981).

To Do:

Exemplifică demonstrația sintetică pentru o problemă de geometrie plană de clasa a VI-a. **R:** Revedi paragraful 3.4.1.

Demonstrația matematică prin reducere la absurd

Metoda reducerii la absurd este o metodă veche, folosită și în geometrie, încă din antichitate, pentru demonstrarea unor teoreme sau a unor probleme cu caracter teoretic.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

La baza acestei metode stă *una dintre legile fundamentale ale logicii clasice*, care se anunță astfel: ***Dintre două propoziții contradictorii una este adevărată, cealaltă falsă, iar a treia posibilitate nu poate exista.***

Practic în matematică se procedează astfel : se presupune că ceea ce trebuie demonstrat nu este adevărat, adică se neagă concluzia teoremei date . Apoi pe baza presupunerii făcute, se fac o serie de deducții logice, care scot în evidență faptul că presupunerea făcută duce la o absurditate. Aceasta conduce la concluzia că presupunerea făcută nu este posibilă și rămâne ca adevărată concluzia teoremei date. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.78).



Exemplu: Algebră-clasa a VII-a

Demonstrează că numărul $\sqrt{2} \in R - Q$.

Rezolvare : Se presupune prin absurd că $\sqrt{2} \in Q \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a}{b}$, unde

$a, b \in Z, (a, b) = 1$. Ridicând la pătrat ambii membri $(\sqrt{2})^2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2$, sau $2 = \frac{a^2}{b^2}$ rezultă că a

este divizibil cu 2, adică $a=2k, k \in Z \Rightarrow 4k^2 = 2b^2$, de unde rezultă $b=2l, l \in Z$. S-a ajuns la contradicție cu presupunerea că $(a, b) = 1$.

Aceasta conduce la concluzia că presupunerea făcută nu este posibilă și rămâne ca adevărată concluzia problemei date: $\sqrt{2}$ - este irațional.



Demonstrează că numărul $\sqrt{5}$ este irațional.

R: Revezi paragraful 3.4.1.

Demonstrația prin metoda inducției matematice (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.78)

Cuvântul inducție provine din latinescul *inductionis* care, tradus înseamnă „aducere”, „introducere”, „dovedire prin exemple” .

În logică, prin inducție se înțelege o formă de raționament în care gândirea noastră pleacă de la particular la general, sau de la cunoștințe cu un grad de generalitate mai mic la cunoștințe cu grad de generalitate mai mare . În geometrie primele adevăruri au fost obținute pe calea observației, deci pe alea inducției. De exemplu, la început, pe bază de experiență prin observații și măsurători, vechii egipteni au stabilit aproximativ raportul dintre lungimea cercului și diametrul său.

În procesul generalizării prin raționamentul inductiv se întâlnesc două cazuri:

1. Se obține o concluzie generală despre o anumită mulțime de obiecte de același fel pe baza cercetării tuturor elementelor ei.



Exemplu: pentru demonstrarea teoremei : ***Măsura unui unghi înscris într-un cerc este egală cu jumătatea măsurii arcului cuprins între laturile sale.***

Se procedează astfel : mulțimea unghiurilor înscrise în cerc se împart în trei clase :

- unghiuri înscrise în care o latură este diametrul cercului și cealaltă coardă;
- unghiuri înscrise cu laturile sunt coarde situate de aceeași parte a centrului cercului;
- unghiuri înscrise în care laturile sunt coarde situate de o parte și de alta a centrului cercului.

Se demonstrează teorema pentru fiecare caz, apoi se însumează rezultatele obținute într-un singur tot, obținându-se o concluzie generală.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Acest fel de raționament se numește **inducție completă**, care **nu** trebuie confundată cu **metoda inducției complete**, care se mai numește și **inducție matematică**, care este o formă de raționament deductiv .

2. Al doilea caz de generalizare pe cale inductivă este acela în care concluzia despre o clasă de obiecte se obține pe baza studiului care nu cuprinde toate obiectele clasei care se cercetează . Acest fel de raționament se numește **inducție incompletă**.

3.5. Metode pedagogice tradiționale de predare – învățare a matematicii în școală

Diversificarea metodelor de predare-învățare, a modurilor și formelor de organizare a lecției, a situațiilor de învățare, constituie cheia schimbărilor pe care le preconizează noul curriculum. Asigurarea unor situații de învățare multiple creează premise pentru ca elevii să poată valorifica propriile abilități în învățare.

Principalele metode didactice folosite de profesorii de matematică în predarea-învățarea matematicii în școală sunt:

- expunerea sistematică a cunoștințelor;
- metoda conversației;
- metoda exercițiului;
- metoda muncii cu manualul și culegerile de probleme;
- problematizarea și învățarea prin descoperire;
- modelarea matematică;
- metoda învățării pe grupe;
- învățare prin cooperare;
- algoritmizarea;
- instruire programată;
- metode de învățare active-participative și interactive: brainstorming, metoda mozaicului, investigația, proiectul, experimental, jocul de rol;
- metode de dezvoltare a creativității specifice matematicii.

Dintre metodele enumerate se disting **metodele tradiționale**: expunerea sistematică a cunoștințelor, metoda conversației, metoda exercițiului, metoda muncii cu manualul; cele numite **metode moderne**: problematizarea și învățarea prin descoperire, modelarea, metoda învățării pe grupe, învățarea prin cooperare, algoritmizarea, instruirea programată; iar de actualitate sunt **metodele de învățare activ-participative și interactive**.

Desigur că, în cadrul diferitelor tipuri de lecții la matematică, se realizează o combinație a metodelor tradiționale cu cele moderne și se recomandă alternarea lor cu metodele active-participative și interactive de învățare respectiv cu metodele de dezvoltare a creativității elevilor. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.69)

3.5.1. Expunerea sistematică a cunoștințelor

Este metoda care se prezintă în mai multe variante: **povestirea, prelegerea și explicația**. Povestirea este mai puțin folosită la matematică.

Povestirea constă în descrierea unor fapte, evenimente, întâmplări sau personaje. La matematică prin povestire se transmit date istorice legate de studiul unei discipline noi (de exemplu despre geometrie în clasa a VI-a) sau în prima lecție din cadrul unei unități de învățare (de exemplu se transmit date despre autorii descoperirilor teoriei matematice respective).

Prelegerea constă în prezentarea de către profesor a unui conținut matematic în mod neîntrerupt. Se prezintă definiții, proprietăți, teoreme, demonstrații, algoritmi fără ca elevului să i se



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

adreseze vreo întrebare. Se recomandă ca această metodă să fie folosită mai rar, și doar la clasele terminale de liceu, când elevii au o putere mai mare de concentrare.

Explicația constă în transmiterea unor cunoștințe într-un timp relativ scurt de către profesor, în situații când elevul, pe baza cunoștințelor anterior însușite, nu le poate descoperi singur. Este o metodă foarte des întâlnită în predarea matematicii. Profesorul expune logic și argumentat modul lui de gândire iar elevii îl urmăresc căutând să înțeleagă. Este necesară prezentarea de către profesor a conținutului la nivelul de înțelegere a elevilor. Modul de expunere să fie clar și cu anumite pauze. Profesorul trebuie să controleze limbajul non-verbal (mimica, gesturile) elevilor, să pună întrebări, pentru a observa dacă este urmărit de elevi.

Explicația trebuie să dezvolte la elevi imaginația, să fie clară și convingătoare.

3.5.2. Metoda conversației

Această metodă constă în dialogul dintre profesor și elev și se bazează pe întrebări și răspunsuri. Profesorul are rolul unui partener care adresează întrebări elevilor dar și răspunde la întrebările acestora. Stimulează gândirea elevilor în vederea însușirii de cunoștințe noi sau fixarea, sistematizarea cunoștințelor și deprinderilor dobândite anterior. Conversația ajută la formarea raționamentului matematic la elevi.

Există mai multe clasificări ale conversației:

-După numărul de indivizi cărora li se adresează întrebarea conversația este:

- **individuală** (între profesor și un singur elev)
- **frontală** (întrebările se adresează întregii clase, iar răspunsurile vin de la elevi diferiți).

-După momentul în lecție conversația poate fi:

- **introdactivă** (folosită în momentele captării atenției și reactualizării cunoștințelor anterioare)
- **folosită în scopul transmiterii de cunoștințe noi** (folosită în evenimentul de dirijare a învățării)
- **folosită pentru fixarea noilor cunoștințe**
- **folosită pentru recapitulare**
- **folosită în procesul evaluării cunoștințelor elevilor**

-După timpul de raționament efectuat de elev când dă răspunsul se deosebesc conversația:

- **euristică** (când întrebările se adresează gândirii și o dirijează spre efectuarea de raționamente, judecăți)
- **catehetică** (când întrebările se adresează memoriei iar răspunsurile sunt reproduceri de definiții, formule, reguli)

În cadrul conversației este foarte important ca întrebările formulate să fie precise, să vizeze un singur răspuns și să nu conțină răspunsul, să contribuie la dezvoltarea gândirii.

Metoda conversației determină dezvoltarea limbajului. Se va acorda o importanță deosebită limbajului matematic. Când răspunsurile sunt greșite vor fi corectate imediat prin discuții mai ample din care profesorul va deduce cauza greșelii. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.76)

3.5.3. Metoda exercițiului

Exercițiul presupune efectuarea conștientă și repetată a unor operații sau acțiuni mintale în vederea formării de priceperi și deprinderi, pentru dezvoltarea unor capacități intelectuale și toate acestea în scopul învățării matematicii.

Evaluarea performanței se realizează prin exerciții.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

În rezolvarea exercițiilor se recomandă următoarele **etape**:

- cunoașterea de către elevi a enunțului exercițiului;**
- înțelegerea exercițiului de către elevi;**
- rezolvarea propriu-zisă a exercițiului;**
- verificarea rezultatului obținut.**

Prin metoda exercițiului se urmărește, în primul rând, să se dea modele de rezolvări care ulterior să-l determine pe elev să rezolve atât exerciții de tipurile prezentate cât și descoperirea de noi metode sau algoritmi.

Formele de organizare a activității pe metoda exercițiului sunt variate. Se poate lucra independent sau frontal, exercițiile pot fi diferențiate sau nu.



Exemplu: Geometrie- clasa a VII-a

Această metodă se folosește: - la calcularea ipotenuzei sau a unei catete, aplicând teorema lui Pitagora, - la calcularea ariei unui triunghi cunoscând lungimea unei laturi și înălțimea corespunzătoare, - la aflarea măsurii unui unghi al unui triunghi, cunoscând măsurile celorlalte două unghiuri, etc.



Exemplifică o problemă de calcul din geometrie – clasa a VIII-a.

R: Revedi paragraful 3.5.3.

3.5.4. Metoda muncii cu manualul și cu alte auxiliare matematice

Metoda muncii cu manualul este o formă de muncă independentă utilizată în scopul studierii și asimilării de noi cunoștințe de matematică. În același scop se folosesc și culegeri de probleme, reviste de matematică, monografiile. Manualul este principalul material bibliografic al elevului și constituie ghid pentru pregătirea profesorului pentru lecție. Pentru elev manualul școlar conține cantitatea de informație necesară nivelului său de învățare obligatorie.

Învățarea din manual presupune un efort propriu din partea elevului în a dezlega o problemă, în a aborda subiecte complementare celor folosite de profesor în clasă. Folosirea manualului ajută la utilizarea limbajului matematic scris pe lângă cel simbolic. Studiul individual stă la baza auto-perfecționării, formează la elevi abilități de comunicare scrisă în specialitatea respectivă.

Introducerea în munca cu manualul, respectiv cu alte auxiliare matematice, se face treptat sub îndrumarea profesorului, dar trebuie continuată independent de către elev, având totuși indicații din partea profesorului asupra obiectivelor ce trebuie să fie urmărite.

Prin această metodă se realizează unul dintre obiectivele fundamentale ale predării matematicii: de **a-l învăța pe elev cum să învețe**. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.85)

3.6. Metode pedagogice moderne de predare – învățare a matematicii în școală

3.6.1. Problematizarea

Situațiile create de profesor prin care elevul este determinat ca prin activitate proprie să găsească definiția unei noțiuni, enunțul unei propoziții matematice, un algoritm de calcul sau o nouă metodă de demonstrație se numesc **situații-problemă**.

În predarea problematizată profesorul, dă posibilitate elevului să asimileze prin exerciții niște scheme fundamentale de abstractizare, de conceptualizare, de raționament și interpretare. Aceste stări sunt **situații-problemă**.

În pedagogie sunt descrise aceste situații-problemă astfel:

- Dezacord (conflict, contradicție) între cunoștințele anterioare ale elevului și condițiile noi de rezolvare a unei probleme.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

-Selectarea din cunoștințele anterioare a aceluia cu valoare operațională, adică elevul este pus în fața unei contradicții între modul de rezolvare posibil din punctul de vedere teoretic și imposibilitatea lui de aplicare practică.

-Încadrarea cunoștințelor anterioare într-un sistem, conștientizarea că acest sistem nu este întotdeauna operațional și de aici necesitatea completării lui.



Exemplu: La clasa a VIII-a studiul poliedrelor (prisma, piramida, trunchiul de piramidă) se realizează punând în evidență: definiția, elemente, aria laterală și aria totală, volumul și proprietăți.

Când se începe studiul corpurilor rotunde apare necesitatea ca elevul să stabilească aceiași pași după care, apoi se rezolvă probleme inclusiv cu corpuri înscrise.

În predarea-învățarea matematicii prin problematizare, profesorul are ca scop principal să-i facă pe elevi să gândească. Mijlocul îl reprezintă rezolvarea problemelor care cer un anumit grad de creație de către elevi. Problemele trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- să aibă sens, să țină seama de cunoștințele anterioare ale elevului;
- să fie adresate în momentul cel mai oportun din punctul de vedere al elevului;
- să trezească interesul și să solicite efort din partea elevului.

Etapetele de rezolvare a unei situații-problemă sunt:

- prezentarea situației-problemă de către profesor;
- definirea problemei de către elev;
- formularea de ipoteze de către elev care pot fi aplicate în vederea unei soluții;
- realizarea verificării ipotezelor – până când se găsește una care conduce la soluția căutată.

Prin aplicarea în predare a problematizării, rezultatul final este întotdeauna descoperirea soluției de către elev a problemei propuse. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.93)

Utilizarea imaginilor (planșelor) și folosirea unor argumente intuitive în rezolvarea problemelor

Abordarea unei probleme prin prisma unor interpretări geometrice duce la o mai bună înțelegere a afirmației demonstrate, la sporirea atracției pentru matematică.



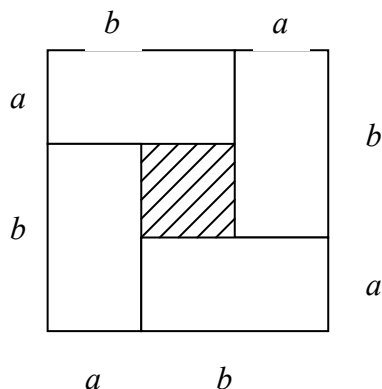
Exemplu: Inegalitatea mediilor: să se arate că pentru două numere reale pozitive a și b are loc inegalitatea: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$. Cu egalitate dacă $a=b$.

Ridicând la pătrat ambii membri se obține:



Exemple de geometrie plană în care se pune în evidență inegalitatea mediilor:

1. Se dau patru dreptunghiuri de dimensiunile a și b , $a \leq b$ și se așează ca în figura următoare:





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



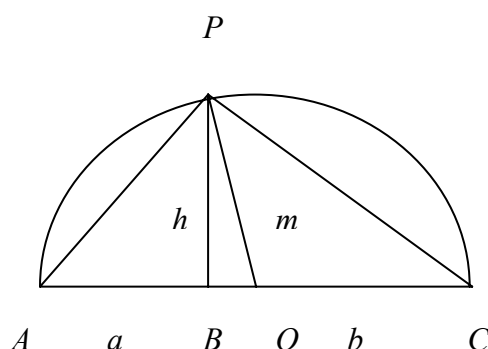
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Pătratul hașurat din interior are dimensiunile $(b-a)$ și $(b-a)$, deci aria sa este $(b-a)^2$. Se obține următoarea egalitate între arii: $(a+b)^2 = 4ab + (b-a)^2$

De aici rezultă $(a+b)^2 \geq 4ab$, adică $a+b \geq 2\sqrt{ab}$.

2. Se consideră un semicerc de diametru AC de lungime $a+b$ și se înscrie în aceasta un triunghi dreptunghic APC astfel ca înălțimea din P pe AC să determine segmente de lungimi a și b ca în figura următoare:



În acest caz înălțimea din P are lungimea $PB = h = \sqrt{ab}$ și mediana PO are lungimea $m = \frac{a+b}{2}$. Este evident ca $h \leq m$ (cea mai mică distanță de la un punct exterior la o dreaptă este

lungimea perpendicularei din punct pe dreaptă), deci $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.106)

3.6.2. Învățarea prin descoperire

Descoperirea, ca mijloc de instruire, constituie aspectul unor intense preocupări ale didacticii moderne. Găsirea unor soluții în diferite probleme concrete presupune o activitate de descoperire. Elevii pot descoperi astfel o formulă, o noțiune, un principiu, o regulă, o definiție sau teoremă. Elevii descoperă adevăruri deja cunoscute, deci de fapt descoperirea de tip didactic este o redescoperire.

Aparent asemănătoare metodei problematizării, învățarea prin descoperire presupune analiza unei situații-problemă la care elevii trebuie să descopere soluții posibile.

Învățarea prin descoperire se poate realiza:

- independent, atunci când elevul desfășoară întreaga activitate iar profesorul doar urmărește desfășurarea acesteia;
- dirijat, atunci când profesorul coordonează întreaga activitate.

Metoda descoperirii dirijate este folosită destul de des în cadrul lecțiilor de matematică, dirijarea de către profesor a activității elevului se realizează într-o măsură mică; elevii prin efort personal, prin analiză, sinteză, inducție, generalizare, analogie sunt lăsați să descopere o teoremă, o demonstrație, un algoritm de calcul. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007)



Exemplu 1: (clasa a VII-a) Enunț: Să se determine $\sin 15^\circ$.

Fie un triunghi isoscel SBC , unde se știe că $SB = SC = 10$ cm, $m(\angle BSC) = 30^\circ$

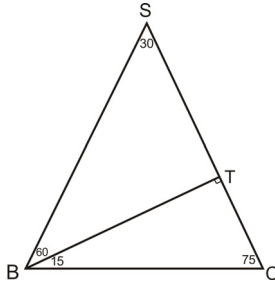
Se construiește $BT \perp SC$ și se scrie aria triunghiului



UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRUFondul Social European
POȘ DRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



în două moduri :

$$A_{\Delta SBC} = \frac{BS \cdot CS \cdot \sin 30^\circ}{2} = \frac{SC \cdot BT}{2} \Rightarrow 10 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot BT$$

$$\Rightarrow BT = 5 \text{ cm}$$

$$\text{În } \Delta BTS \quad \sin 60^\circ = \frac{ST}{BS} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ST}{10} \Rightarrow ST = 5\sqrt{3}$$

$$CT = CS - ST = 10 - 5\sqrt{3}$$

Scriind teorema lui Pitagora în ΔBTC : $BC^2 = BT^2 + TC^2$

$$BC^2 = 5^2 + (10 - 5\sqrt{3})^2. \text{ Efectuând calculele rezultă: } BC = 10\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\text{În } \Delta BTC: \sin 15^\circ = \frac{CT}{BC} = \frac{10 - 5\sqrt{3}}{10\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} \cdot (2 + \sqrt{3})}{2} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

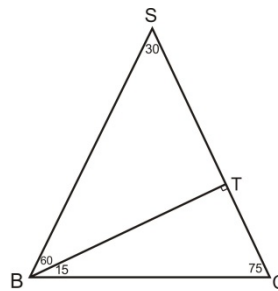
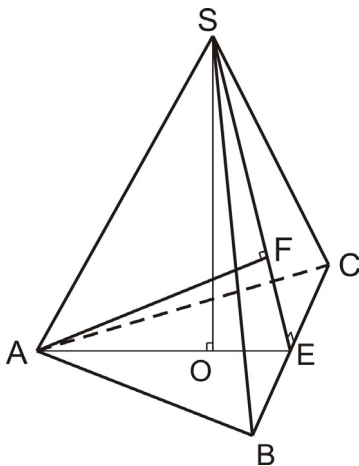
S-a scris $2 - \sqrt{3}$ ca un pătrat perfect, folosind formula pătratului unui binom:

$$2 - \sqrt{3} = \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2. \text{ Deci s-a demonstrat că: } \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}.$$

**Exemplu 2:** (clasa a VIII-a) **Volumul tetraedrului**

Enunț: Se dă piramida triunghiulară regulată $SABC$ cu lungimea muchiei laterale $SA = 10 \text{ cm}$ și $m(\angle ASB) = 30^\circ$. Să se arate că volumul tetraedrului nu depinde de alegerea bazei (adică tetraedrul poate fi așezat pe oricare dintre fețe, volumul rămânând același).

Soluție : Realizarea în caiete a figurii corespunzătoare.

Pentru aflarea muchiei bazei, se construiește triunghiul isoscel SBC în plan.

$$\begin{aligned} \text{Știind că } BS = SC = 10 \text{ cm și } m(\angle BSC) = 30^\circ &\Rightarrow m(\angle B) = m(\angle C) = \\ &= \frac{[180^\circ - m(\angle A)]}{2} = 75^\circ \end{aligned}$$

Se duce perpendiculara $BT \perp SC$, unde $T \in [SC]$, astfel se obține ΔBST - dreptunghic cu $m(\angle SBT) = 60^\circ$. Se determină lungimea segmentelor BT și ST , adică



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$BT = \frac{BS}{2} = 5 \text{ cm} \quad \text{și} \quad \sin 60^\circ = \frac{ST}{BS} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ST}{10} \Rightarrow ST = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$CT = CS - ST = 10 - 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{În } \triangle BTC, m(\angle T) = 90^\circ \xrightarrow{T.Pitagora} BC^2 = BT^2 + TC^2$$

$$BC^2 = 200 - 100\sqrt{3}, \quad BC = 10\sqrt{2 - \sqrt{3}} \text{ cm.}$$

În $\triangle ABC$ echilateral, $AE \perp BC$. Înălțimea unui triunghi echilateral este $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, unde a este

$$\text{latura triunghiului} \Rightarrow AE = \frac{BC\sqrt{3}}{2} \quad \text{și} \quad OE = \frac{1}{3} \cdot AE = \frac{BC\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Adică } OE = \frac{5\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}}{3} \text{ cm. } AO = 2OE \Rightarrow AO = \frac{10\sqrt{6 - 3\sqrt{3}}}{3} \text{ cm.}$$

Fie SO este înălțimea tetraedrului, $O \in (ABC)$. Pentru a afla lungimea acesteia, se consideră triunghiul dreptunghic SAO cu $m(\angle O) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} SO^2 = SA^2 - AO^2$

$$SO^2 = \frac{300(1 + \sqrt{3})}{9}, \quad SO = 10\sqrt{\frac{1 + \sqrt{3}}{3}}$$

Se calculează volumul tetraedrului, considerând baza triunghiul echilateral ABC iar înălțimea corespunzătoare fiind segmentul SO .

$$V = \frac{A_{\triangle ABC} \cdot SO}{3}$$

$$\text{Dar } A_{\triangle ABC} = \frac{BC^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{100(2 - \sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}}{4} = 25(2\sqrt{3} - 3) \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$V = \frac{25(2\sqrt{3} - 3) \cdot 10\sqrt{3 + 3\sqrt{3}}}{3 \cdot 3} = 0,43 \text{ cm}^3 \quad (1)$$

Se calculează volumul tetraedrului considerând baza triunghiul isoscel CSB .

Se știe că $A_{\triangle CSB} = \frac{BC \cdot SE}{2}$. Pentru a calcula segmentul SE , se consideră $\triangle SEC$ cu

$$m(\angle E) = 90^\circ \xrightarrow{T.P.} SE^2 = SC^2 - EC^2 \quad EC = \frac{BC}{2} \quad SE = 5\sqrt{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow$$

$$A_{\triangle CSB} = \frac{BC \cdot SE}{2} = \frac{10\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot 5\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} = 25 \text{ cm}^2$$

Perpendiculara pe planul (CSB) din vârful opus este AF . Această perpendicularitate se demonstrează cu ajutorul reciprocei a doua a teoremei celor trei perpendiculare.

Adică: $OE \perp BC$, $OE \notin (SBC)$

$$SE \perp BC, \quad SE \subset (SBC)$$

$$\text{Se construiește } AF \perp SE, \quad F \in SE \xrightarrow{R2T3\perp} AF \perp (SBC)$$

Deci segmentul AF este înălțimea tetraedrului când baza este triunghiul CSB . Pentru a afla lungimea acestui segment, se scrie aria triunghiului ASE în două moduri.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$A_{\Delta ASE} = \frac{SE \cdot AF}{2} = \frac{AE \cdot SO}{2} \Rightarrow AF = \frac{AE \cdot SO}{SE}$$

$$\text{Dar } AE = \frac{BC \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{(2-\sqrt{3})} \cdot 3}{2} = 5\sqrt{6-3\sqrt{3}} \text{ cm}$$

$$\text{Atunci } \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot AF = 10\sqrt{\sqrt{3}-1} \quad . \quad AF = 10\sqrt{3\sqrt{3}-5} \text{ cm}$$

Se calculează volumul tetraedrului, considerând baza triunghiul isoscel SBC, iar înălțimea

$$\text{corespunzătoare segmentul AF} \Rightarrow V = \frac{A_{\Delta SBC} \cdot AF}{3}$$

$$\text{Adică } V = \frac{25 \cdot 10\sqrt{3\sqrt{3}-5}}{3} = 0,43 \text{ cm}^3 \quad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) egale \Rightarrow volumul tetraedrului nu depinde de alegerea bazei.

3.6.3. Modelarea matematică

Modelarea este o metodă pedagogică prin care gândirea elevului este condusă la descoperirea adevărului cu ajutorul modelului, având la bază raționamentul prin analogie.

Modelele pot fi clasificate în:

- modele materiale care se folosesc sub formă de machete, dar pot fi și ilustrate în film, tv, video sau softuri pentru computere;
- modele ideale: grafice, logice, matematice. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.118)

3.6.4. Metoda învățării pe grupe

Metoda învățării pe grupe constă în faptul că sarcinile de lucru sunt executate de grupe de elevi și presupune o activitate comună în cadrul grupului. Prin munca în grup se urmărește pe lângă educarea elevului în spiritul muncii sociale, dezvoltarea responsabilităților individuale cu efect asupra grupului.

Din ce în ce mai mulți profesori folosesc această metodă recunoscându-i eficacitatea.

Grupele se pot forma de către profesor sau se pot autoalege.

Criteriile de formare sunt: omogenitatea, eterogenitatea, criteriul afectiv.

Grupele omogene conțin elevi de același nivel de pregătire, cele eterogene sunt formate sunt formate din elevi de toate categoriile iar cele alcătuite pe criteriul afectiv sunt bazate pe prietenii, vecinătate de bancă sau de domiciliu, preocupări comune.

Numărul elevilor dintr-un grup variază de la 2 la 10, randamentul maxim este oferit de grupurile de 4-6 elevi.

Activitatea pe grupe presupune următoarele etape:

- repartizarea materialului de lucru pe grupe;
- munca independentă a grupului;
- discuția în comun a rezultatelor.

Sarcinile de lucru pot să difere în funcție de tipul grupelor: la grupe omogene se vor repartiza sarcini corespunzătoare nivelului de omogenitate; în celelalte cazuri se dau sarcini echivalente tuturor grupelor cu sarcini suplimentare pentru polii grupului.

La sfârșitul activității soluțiile se prezintă pe tablă, se poartă discuții privind corectitudinea și variantele de rezolvare. Rolul profesorului este de a incita discuțiile în scopul dezvoltării de raționamente și de a trage concluziile în încheiere. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.122)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

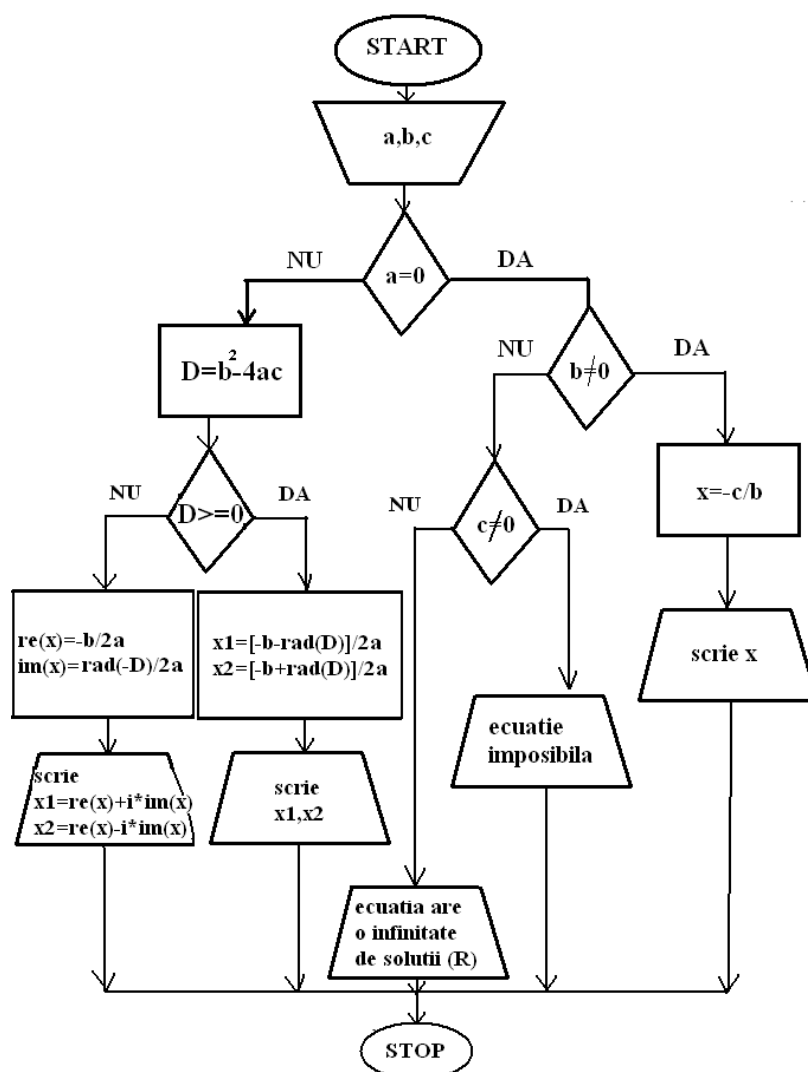
3.6.5. Algoritmizarea

Este o metodă folosită frecvent în cadrul orelor de matematică. *Algoritmizarea* presupune existența unor scheme logice care să permită rezolvarea unor sarcini de lucru.

Algoritmizarea reprezintă o metodă didactică de învățământ care angajează un lanț de exerciții dirijate, integrate la nivelul unei scheme de acțiune didactică standardizată, care urmărește îndeplinirea sarcinii de instruire în limitele demersului prescris de profesor. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.132)



Exemplu : Transpunerea procedurii de rezolvare a ecuației de gradul al doilea într-un algoritm a cărui schemă logică este:



3.6.6. Instruirea programată

Instruirea programată reprezintă o metodă de învățământ care organizează acțiunea didactică, aplicând criteriile ciberneticii la nivelul activității de predare-învățare - evaluare, concepută ca un sistem dinamic complex, constituit dintr-un ansamblu de elemente și inter-relații. (Ardelean, L.; Secelean, N., 2007, p.137)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

3.6.7. Softuri educaționale

Softurile educaționale sunt de asemenea metode didactice folosite în procesul predării – învățării matematicii.

Sunt programe interactive prin care exersarea se face nu numai prin exerciții și probleme, ci și prin jocuri educaționale interactive. Conțin module de predare care ajută elevul să-și reamintească lecția predată în clasă. Conțin teste pe nivele de dificultate, respectiv sinteze la sfârșit de capitol.

Aceste softuri educaționale sunt ideale pentru pregătirea evaluărilor la sfârșitul unității de învățare; asociază noțiunile teoretice cu elemente din viața reală; sunt atractive pentru elevi, dobândind astfel într-un mod plăcut noțiuni de geometrie.

Programul educațional pornește automat prin introducerea CD – ului în PC în unitatea CD – rom sau DVD – rom și chiar la început furnizează toate informațiile privind funcționarea lui.

Aceste softuri educaționale sunt interactive și pentru rulare necesită intervenția utilizatorului prin acționarea mouse – ului sau a tastaturii.

Sunt utile atât elevilor cât și profesorilor. Pe elevi îi ajută la înțelegerea acestui segment al geometriei, iar pentru profesori reprezintă un instrument în predare sau recapitulare a noțiunilor teoretice.



Exemplu: (Geometrie-clasa a VI-a): CD – ul : Geometrie între joc și nota 10 „Secretul lui Euclid” ; (Geometrie- clasa a VII-a): CD – ul : Relații metrice în triunghi „Comoara Tălharilor”; CD – ul „Gazeta Matematică” - Ediție Electronică, care cuprinde o colecție integrală a revistei Gazeta Matematică.

De asemenea prin lecțiile AeL elevii sunt motivați mai mult, înțeleg mai ușor problemele și sunt antrenați în găsirea soluțiilor. Prin aceste lecții învățarea bazată pe memorare este înlocuită de învățarea prin descoperire.

Profesorul are la dispoziție o bază de date, conținuturile sunt prezentate sub formă de pachete de lecții care la rândul lor sunt formate din mai multe momente independente ce pot fi folosite de profesor.

3.7. Metode activ-participative utilizate în lecția de matematică

Sensul schimbărilor în didactica actuală este orientat spre formarea de competențe. Învățarea nu mai are ca unic scop de memorarea și reproducerea de cunoștințe, ci presupune explicarea și susținerea unor puncte de vedere proprii, realizarea unui schimb de idei cu ceilalți. Pasivitatea elevilor nu produce învățare, decât în foarte mică măsură. Este mult mai eficient dacă elevii participă activ la procesul de învățare.

3.7.1. Investigația

Investigația oferă posibilitatea elevului de a aplica în mod creativ cunoștințele însușite, în situații noi și variate. Metoda presupune definirea unei sarcini de lucru cu instrucțiuni precise, înțelegerea acesteia de către elevi înainte de a trece la rezolvare propriu-zisă. Prin această metodă elevul demonstrează și exersează totodată, o gamă largă de cunoștințe și capacități în contexte variate.

Investigația oferă elevului posibilitatea de a se implica activ în procesul de învățare. Stimulează inițiativa elevilor pentru luarea deciziilor, oferă un nivel de înțelegere mult mai profund a evenimentelor și fenomenelor studiate, motivează elevii în realizarea activităților propuse.

Prin realizarea unei investigații pot fi urmărite următoarele elemente esențiale:

- înțelegerea și clarificarea sarcinii de lucru;
- identificarea procedeelelor pentru obținerea informațiilor necesare;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

- colectarea și organizarea datelor sau informațiilor necesare;
- formularea și testarea unor ipoteze de lucru;
- schimbarea planului de lucru sau a metodologiei de colectare a datelor, dacă este necesar;
- colectarea altor date, dacă este necesar;
- motivarea opțiunii pentru anumite metode folosite în investigație;
- scrierea / prezentarea unui scurt raport privind rezultatele investigației.

Demersul investigației poate fi raportat la trei etape esențiale care trebuie parcurse:

- definirea problemei;
- alegerea metodei / metodologiei adecvate;
- identificarea soluțiilor.

Sarcinile de lucru adresate elevilor de către profesor în realizarea unei investigații pot varia ca nivel de complexitate a cunoștințelor și competențelor implicate.(Ardelean, L.; Secălean, N., 2007, p.140)

3.7.2. Proiectul

Metoda proiectului înseamnă realizarea unui produs, ca urmare a colectării și prelucrării unor date referitoare la o temă fixată anterior. Este activitatea cel mai pregnantă centrată pe elev. Este un produs al imaginației acestora, menit să permită folosirea liberă a cunoștințelor însușite, într-un context nou și relevant. Este o activitate personalizată, elevii putând decide nu numai asupra conținutului său, dar și asupra formei de prezentare.

Proiectul începe în clasă, prin conturarea obiectivelor, formularea sarcinii de lucru. În afara orelor de curs, dar sub îndrumarea profesorului, elevii stabilesc metodologiile de lucru și fixează termenele pentru diferite etape ale proiectului.

După corelarea datelor și organizarea materialului, proiectul se încheie în clasă prin prezentarea rezultatelor obținute.



Exemplu: (Fixarea cunoștințelor - clasa a VI-a) *Linii importante în triunghi.*

3.8. Metode interactive de grup utilizate în lecția de matematică

Ca urmare a aplicării Reformei școlare s-a diminuat utilizarea metodelor expositive și a crescut ponderea celor moderne. Se pune accent pe promovarea metodelor și tehnicilor de instruire care să soluționeze adecvat situațiile noi de învățare, pe utilizarea unor metode active (care să stimuleze implicarea elevilor în activitatea de învățare, să le dezvolte gândirea critică și capacitatea de adaptare la viață, să îi antreneze în activități de investigare și cercetare directă a fenomenelor) și apelarea la metodele pasive numai când este nevoie, pe accentuarea tendinței formativ-educative a metodei didactice, pe extinderea metodelor care conduc la formarea capacităților de autoinstruire ce oferă educatului autonomie în achiziționarea și prelucrarea informațiilor.

Cerințe pentru ca învățarea în clasă să fie interactivă:

- elevii să fie implicați/angajați în sarcini de învățare autentice și multidisciplinare;
- aprecierile să se bazeze pe performanțele reale;
- strategiile didactice să aibă la bază interrelaționarea reciprocă;
- grupurile de lucru să fie eterogene;
- cadrul didactic să fie un facilitator al învățării;
- elevii să învețe căutând, descoperind, explorând nu numai singuri ci și împreună;
- feedback-ul să fie continuu, rapid și constructiv.(Oprea, C.L., 2009, p.21)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Metodele interactive de grup:

- sunt centrate pe elev și pe activitate;
- comunicarea este multidirecțională;
- accentul cade pe dezvoltarea gândirii, pe formare de aptitudini și deprinderi;
- evaluarea este formativă;
- încurajează participarea elevilor, inițiativa, creativitatea acestora;
- existența parteneriatului: cadru didactic -elev.

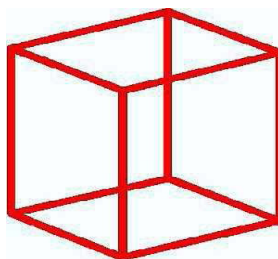
Se prezintă mai jos câteva metode interactive utilizate în lecția de matematică. Fiecare dintre ele înregistrează avantaje și dezavantaje, important este însă momentul ales pentru desfășurarea lor. Cadrul didactic este acela care are puterea decizională și capacitatea de a alege ceea ce știe că se poate desfășura în propriul colectiv de elevi.

3.8.1. Metoda cubului

Este o metodă de explorare a unei situații matematice din diferite perspective cognitive. Cowan, G. și Cowan, E., 1980 propun analiza unui concept sau a unei sintagme, proiectând-o pe șase fețe ale unui cub. Fiecare față oferă a altă perspectivă în abordarea conceptului, punând în evidență diferite operații mentale.

Etapete pentru organizarea unor activități utilizând metoda cubului sunt:

- alegerea unității de învățare și a activităților de învățare;
- pregătirea materialului didactic: confecționarea unui cub pe ale cărui fețe s-au notat șase dintre deprinderile care trebuie exersate: **descrie, compară, analizează, asociază, aplică, argumentează.**
- organizarea colectivului de elevi prin împărțirea lui în 6 grupe, fiecare dintre ele examinând tema din perspectiva cerinței de pe una dintre fețele cubului:
 - Descrie:** culorile, formele, mărimile etc.
 - Compară:** Ce este asemănător? Ce este diferit?
 - Analizează:** Spune din ce este alcătuit etc.
 - Asociază:** La ce te îndeamnă să te gândești?
 - Aplică:** Ce poți face cu aceasta? La ce se poate folosi?
 - Argumentează:** Pro sau contra enumeră o serie de motive care vin în sprijinul afirmației tale.
- valorificarea sarcinilor de grup: sarcina finalizată este prezentată de reprezentantul fiecărui grup întregului colectiv de elevi.
- afișarea formei finale pe tablă sau pe pereții clasei. (Neagu, M., Mocanu. M. 2007, p. 48)



Această metodă se aplică unei clase de elevi împărțit în șase grupe. Fiecare grupă își alege un reprezentant (lider) care va da cu zarul-cubul (fiecărei fețe a cubului, cadrul didactic îi asociază o cerință, care trebuie neapărat să înceapă cuvintele: „descrie”, „compară”, „analizează”, „asociază”, „aplică”, „argumentează”), va descoperi sarcina grupei și se va întoarce în grupul său cu materialele necesare rezolvării (fișe, materiale didactice, culori, etc).

Este preferabil ca elevul să urmeze ordinea indicată mai sus (în acest sens fețele cubului ar putea fi numerotate), dar nu este neapărat obligatoriu acest lucru. Se poate începe cu rezolvarea sarcinii indicate pe oricare față a cubului.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Modul de utilizare a metodei poate stimula creativitatea și originalitatea organizării unei lecții de către profesor ce-și propune să atingă competențe și să formeze atitudini, valori, sentimente.

Analiză SWOT :

<p style="text-align: center;">PUNCTE TARI</p> <ul style="list-style-type: none"> + permite diferențierea sarcinilor de învățare; + stimulează gândirea logică; + sporește eficiența învățării (elevii învață unii de la alții); + poate fi aplicată în orice moment al lecției; + lucrul individual, în echipe, sau participarea întregii clase la realizarea cerințelor “cubului” este o provocare ce determină o întrecere în a demonstra asimilarea corectă și completă a cunoștințelor; + se poate adapta, substituind sarcinile propuse de autori cu altele în funcție de context; + se pot folosi doar unele dintre fețe-pentru o bună încadrare în timp; + resurse materiale ieftine; + elevul participă activ în procesul de învățare; + dezvoltă la elevi abilitatea de a prezenta și de a comunica informația; + obișnuiește pe elevi de a avea atitudine tolerantă față de opiniile altora; + contribuie la dezvoltarea creativității și gândirii critice. 	<p style="text-align: center;">PUNCTE SLABE</p> <ul style="list-style-type: none"> - durata mare de pregătire; - durata organizării pe echipe și colectării feedback-ului este mare; - elevii buni nu sunt suficient motivați; - urmărirea activității din cadrul grupelor este dificilă din cauza sarcinilor diferite.
<p style="text-align: center;">OPORTUNITĂȚI</p> <ul style="list-style-type: none"> + optimizarea metodei în urma experimentării acesteia la clasă: consemnarea de către profesor a eventualelor disfuncționalități apărute; + îmbinarea cu alte metode interactive sau cu cele tradiționale. 	<p style="text-align: center;">AMENINȚĂRI</p> <ul style="list-style-type: none"> - neimplicarea unor elevi; -neîncadrarea în timp; -exacerbarea metodei; -agitația și gălăgia specifice lucrului în echipă poate crea disconfort unor elevi; -stilul didactic al profesorului trebuie adaptat în funcție de fiecare tip de elev: timid, agresiv, pesimist, nerăbdător, pentru fiecare gășind gestul, mimica, sfatul, orientarea, lauda, aprecierea potrivită.

(Breben, S., Gongea, E., Ruiu, G., Fulga, M., 2002)

Această metodă se poate aplica la clasă în toate lecțiile de consolidare a cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor și de recapitulare, datorită adaptabilității sale și impactului pozitiv asupra elevilor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu 1:

Tema: Recapitularea și sistematizarea cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor referitoare la **POLIEDRE** - clasa a VIII-a.

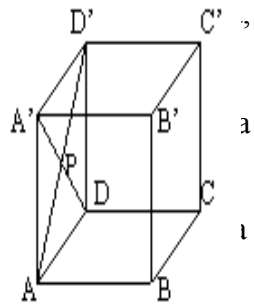
Sarcina didactică: Rezolvarea cerințelor de pe fișele de lucru.

Material didactic:

-un cub pe ale cărui fețe sunt scrise cuvintele: descrie, compară, a aplică, argumentează.

- fișe de lucru cu sarcini corespunzătoare fiecărei fețe a cubului.

Regula jocului: Împărțirea clasei în 6 grupe; fiecare analizând te cerinței de pe una din fețele cubului.



1. **Descrie** poliedrele studiate, începând cu denumirea lor, apoi continuă grafică atât a lor cât și a desfășurării lor plane, cu identificarea elementelor (muchie laterală, latura bazei, apotema, diagonala, înălțimea, apotema încheind cu scrierea formei geometrice a bazei și a unei fețe laterale pentru fiecare corp în parte.

2. **Compară** corpurile studiate între ele (cubul cu o prismă patrulateră regulată dreaptă și cu un paralelipiped dreptunghic, piramidă triunghiulară regulată cu un trunchi de piramidă triunghiulară regulată, poliedrele oarecare și cele regulate), găsind asemănări și deosebiri, analogii plan – spațiu.

3. **Asociază** a) fiecărui poliedru studiat câte două obiecte din mediul înconjurător, care să aibă formă asemănătoare acestuia;

b) printr-o săgeată, fiecărui poliedru studiat formulele de calcul pentru volum sau arie laterală, respectiv totală:

Volum trunchi de piramidă regulată

$$\frac{A_b \cdot h}{3}$$

Aria totală cub

$$A_B + A_b + A_t$$

Volum piramidă regulată

$$4 \cdot l^2$$

Diagonală cub

$$L \cdot l \cdot h$$

Volum cub

$$A_t + 2 \cdot A_b$$

Aria totală paralelipiped dreptunghic

$$l \cdot \sqrt{3}$$

Aria laterală trunchi de piramidă regulată

$$(P_b + P_b) \cdot \frac{h}{2}$$

Diagonală paralelipiped dreptunghic

$$\sqrt{L^2 + l^2 + h^2}$$

Aria totală prismă regulată dreaptă

$$6 \cdot l^2$$

Volum prismă regulată dreaptă

$$\frac{P_b \cdot h}{2} \cdot A_p$$

Aria laterală piramida regulată

$$l^3$$

Volum paralelipiped dreptunghic

$$A_b \cdot h$$

Aria totală piramidă regulată

$$2(l \cdot h + l \cdot h + l \cdot l)$$

Aria laterală prismă regulată dreaptă

$$P_b \cdot h$$

Aria laterală cub

$$\frac{h}{3} (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b})$$

Aria totală trunchi de piramidă regulată

$$A_b + A_t$$

3. **Argumentează** fiecare calcul efectuat în cadrul rezolvării problemei următoare:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

În figura alăturată ABCDA'B'C'D' este o prismă patrulateră dreaptă, cu baza ABCD pătrat, în care $AB = 5\text{ cm}$ și $AA' = 2\sqrt{2}\text{ cm}$, iar $A'D' \perp AD' = \{P\}$.

- Calculează: a) aria totală și volumul prisme;
b) lungimea segmentului C'P;
c) cosinusul unghiului diedru dintre planele (A'B'C') și (AD'C').

5. Analizează ce secțiuni se poate realiza (axială, diagonală, paralelă cu baza) și efectuează secțiunile respective pentru poliedrele: cub, paralelipiped dreptunghic, piramidă triunghiulară regulată și trunchi de piramidă patrulateră regulată.

După ce ai realizat secțiunile cerute, completează tabelul următor:

	Forma secțiunii paralelă cu baza	Forma secțiunii diagonale	Corpuri obținute după secționarea paralelă cu baza
Cub			
Paralelipiped dreptunghic			
Piramidă patrulateră regulată			
Trunchi de piramidă triunghiulară regulată			

6. Aplică: formulele învățate, calculează și alege răspunsul corect.

1. Cubul cu diagonala de $5\sqrt{3}\text{ cm}$ are volumul egal cu :

- a) 375 cm^3 b) 125 cm^3 c) $125\sqrt{3}\text{ cm}^3$

2. Prisma hexagonală regulată dreaptă cu latura bazei de $3\sqrt{2}\text{ cm}$ și înălțimea de 4 cm are aria laterală egală cu :

- a) $12\sqrt{2}\text{ cm}^2$ b) $18\sqrt{2}\text{ cm}^2$ c) $72\sqrt{2}\text{ cm}^2$

Adevărat sau fals?

3. Paralelipipedul dreptunghic cu dimensiunile de $2, 3$ respectiv $\sqrt{2}$ are lungimea diagonalei de 4 cm .



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

4. Înălțimea unei piramide triunghiulare regulate cu volumul de $15\sqrt{3} \text{ cm}^3$ și latura bazei de 3 cm este de 20 cm.

5. Aplică toate cunoștințele necesare pentru a răspunde la cerința problemei următoare:

Calculează aria totală a unui trunchi de piramidă patrulateră regulată cu $L=12 \text{ cm}$,

$l=4 \text{ cm}$ și $h=3 \text{ cm}$.

Rezultatele obținute se expun pe tablă sau pe pereții clasei pentru a fi comentate.

După expirarea timpului de lucru de 30 min., se poate utiliza pentru evaluarea activității *metoda Turul galeriei*.

Exemplu 2:

Unitatea de învățare: Calcul de arii și volume.

Tema: Recapitularea și sistematizarea cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor referitoare la **CORPURI ROTUNDE** - clasa a VIII-a.

Sarcina didactică: Rezolvarea cerințelor de pe fișele de lucru.

Material didactic:

-un cub pe ale cărui fețe sunt scrise cuvintele: descrie, compară, analizează, asociază, aplică, argumentează.

- fișe de lucru cu sarcini corespunzătoare fiecărei fețe a cubului.

Regula jocului: Împărțirea clasei în 6 grupe; fiecare analizând tema din perspectiva cerinței de pe una din fețele cubului.

1. Descrie – fișa de lucru conține cerințele:

-Enumeră corpurile rotunde studiate.

-Realizează reprezentarea plană a corpurilor.

-Realizează sistematizat etapele generării unui cilindru și a unui con.

-Descrie elementele unui cilindru și ale unui con.

-Realizează un tabel cu datele lor.

-Descrie corpul de rotație obținut prin rotirea unui trunghi dreptunghic în jurul ipotenuzei.

2. Compară și stabilește asemănările și deosebirile dintre corpurile rotunde și poliedrele regulate învățate.

Se consideră o prismă patrulateră regulată ABCDEFGH cu lungimea laturii bazei de 6 cm și muchia laterală egală cu 8 cm. Calculează volumul prisme și apoi volumul cilindrului ale cărui baze sunt înscrise în bazele prisme și înălțimea este egală cu înălțimea prisme. Compară rezultatele.

3. Analizează secțiunile paralele cu baza și secțiunile axiale în corpurile rotunde studiate. Desenează și colorează aceste secțiuni pe corpurile rotunde învățate. Completează tabelul:

Corpul studiat	Forma secțiunii paralele cu baza	Forma secțiunii axiale

Secțiunea axială a unui cilindru circular drept este un pătrat cu latura de 4 cm. Află aria laterală și volumul cilindrului.

Secțiunea axială a unui con circular drept are aria de 48 cm^2 și înălțimea conului este de 6 cm. Află cosinusul unghiului dintre R și G și volumul conului.

4. Asociază fiecărui corp rotund formulele de calcul pentru arie și volum. Identifică pe desene/obiecte cunoscute corpurile rotunde învățate și dă exemple din viața cotidiană de



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

obiecte care sunt corpuri rotunde.

Completează spațiile libere cu răspunsul corect:

- Un cilindru circular drept cu $R=3\text{ cm}$ și $h=8\text{ cm}$ are aria totală egală cu cm^2 .
- Un con circular drept cu $R=8\text{ cm}$ și $A_f=36\pi\text{ cm}^2$ are generatoarea egală cu cm .
- O sferă cu $R=5\text{ cm}$ are volumul egal cu cm^3 .

5. Aplică formulele pentru arie și volum învățate pentru a alege răspunsul corect:

- Un con circular drept cu $R=10\text{ cm}$ și $h=24\text{ cm}$ are aria laterală egală cu:
 - 240π
 - 260
 - 240
 - 260π
- O sferă cu volumul de $288\pi\text{ cm}^3$ are raza egală cu:
 - 6
 - 6π
 - $6\sqrt{6}\pi$
 - $6\sqrt{6}$
- Un cilindru circular drept cu aria bazei $2\pi\text{ cm}^2$ și $G=6\text{ cm}$ are volumul egal cu:
 - 4π
 - 12π
 - 12
 - 4
- Un trunchi de con cu $r=3\text{ cm}$, $R=7\text{ cm}$ și $H=3\text{ cm}$ are aria laterală egală cu:
 - $30\sqrt{2}\pi$
 - 50
 - 50π
 - 45π

6. Argumentează. Stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor. Justifică răspunsul.

- Dacă raza unui cilindru circular drept este de 2 cm , atunci aria bazei este de 4 cm .
(.....)
- Dacă volumul unui con circular drept este de $12\pi\text{ cm}^3$, $R=4\text{ cm}$, atunci înălțimea este de 3 cm (.....)
- Într-un con circular drept secțiunea paralelă cu baza prin mijlocul înălțimii formează două corpuri de volume egale (.....)
- Dacă înălțimea unui cilindru circular drept este de 1 cm , atunci $A_b=V$ (.....)

După expirarea timpului de 30 min , se aplică **metoda Turul galeriei**. Cele șase coli primite la începutul lecției, completate, vor fi expuse pe pereții clasei. Liderul fiecărei grupe prezintă sarcinile pe care le-au avut de realizat, modul cum au înțeles ei să le realizeze, după care, la semnalul profesorului, în mod organizat, se trece la vizionarea fiecărui poster în parte. Elevii pot face observații în scris, pot da note, pot adăuga sau pot pune întrebări. În grup, elevii vor analiza notele primite, vor corecta eventualele erori semnalate și vor da răspunsuri la întrebările apărute.



Exemplifică: metoda cubului pentru o lecție de recapitulare și sistematizare a cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor referitoare la PATRULATERE, clasa a VII-a.
R: Revedi paragraful 3.8.1.

3.8.2. Metoda R.A.I. (ROUND ASSOCIATED IDEAS)

Are la bază stimularea și dezvoltarea capacităților elevilor de a comunica, prin întrebări și răspunsuri, ceea ce tocmai au învățat. Denumirea provine de la inițialele cuvintelor **RĂSPUNDE-ARUNCĂ-INTEROGHEAZĂ** și se desfășoară astfel: la sfârșitul unei activități, cadrul didactic împreună cu elevii, investighează rezultatele obținute în urma învățării, printr-un joc de aruncare a unei mingi de la un copil la altul. Cel care aruncă mingea trebuie să pună o întrebare din lecția învățată celui care o prinde. Cel care prinde mingea răspunde la întrebare și apoi aruncă mai departe altui coleg, punând o nouă întrebare. Evident cel care întreabă trebuie să cunoască și răspunsul întrebării adresate. Elevul care nu cunoaște răspunsul iese din joc, iar răspunsul va veni din partea celui care a pus întrebarea. Acesta are ocazia de a arunca încă o dată mingea și, deci, de a mai pune o întrebare. În cazul în care cel care interoghează este descoperit că nu cunoaște răspunsul la propria întrebare, este scos din joc, în favoarea celui căruia i-a adresat întrebarea. Eliminarea celor care nu



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

au răspuns corect sau a celor care nu au dat nici un răspuns, conduce treptat la rămânere în grup a celor mai bine pregătiți.

Metoda R.A.I. :

- poate fi folosită la sfârșitul lecției, pe parcursul ei sau la începutul ei (în scopul descoperirii de către cadrul didactic a eventualelor lacune în cunoștințele copiilor și a reactualizării lor);
- este o metodă de a realiza un feedback rapid, într-un mod plăcut, energizant și mai puțin stresant decât metodele clasice de evaluare;
- se desfășoară în scopuri constatativ – ameliorative și nu în vederea sancționării;
- permite reactualizarea și fixarea cunoștințelor dintr-un domeniu, pe o temă dată;
- îmbină cooperarea cu competiția;
- exersează abilitățile de comunicare interpersonală, capacitățile de a formula întrebări și de a găsi cel mai potrivit răspuns;
- încurajează chiar și pe cei mai timizi copii pentru că sunt antrenați în acest joc cu mingea și astfel ei comunică cu ușurință și participă cu plăcere la activitate.

Există un oarecare suspans care întreține interesul pentru metoda R.A.I.. Tensiunea este dată de faptul că elevii nu știu la ce întrebări să se aștepte din partea colegilor, dar și din faptul că nu știu dacă mingea le va fi adresată sau nu. Această metodă este un exercițiu de promptitudine, atenția participanților trebuind să rămână permanent trează și distributivă. Metoda R.A.I. poate fi organizată cu toată clasa sau pe grupe mici, fiecare deținând câte o minge. Membrii grupurilor se autoelimină treptat, rămânând cel mai bun din grup. Acesta intră în finala câștigătorilor de la celelalte grupe, jocul desfășurându-se până la rămânerea în cursă a celui mai bine pregătit. Întrebările pe care le pun elevii colegilor lor se pot redacta pe bilețele, pe care aceștia să le extragă la începutul activității. În acest fel se câștigă timp, poate fi cuprinsă o arie mai largă de cunoștințe și se evită repetiția. Cadrul didactic supraveghează desfășurarea jocului și în final lămurește problemele la care nu s-au găsit soluții. Metoda R.A.I. poate fi folosită și pentru verificarea cunoștințelor pe care copiii și le-au dobândit independent. Accentul se pune pe ceea ce s-a învățat și pe ceea ce se învață în continuare prin intermediul creării de întrebări și de răspunsuri. (www.nefsegrant.siveco.ro)

Puncte tari	Puncte slabe
-completează eventualele lacune în cunoștințele elevilor ; -are rol de fixare și consolidare a cunoștințelor predate.	-elevii sunt tentați să-i scoată din „joc” pe unii colegi sau să se răzbune pe alții, adresându-le întrebări prea dificile pentru ei.



Exemplu :

Unitatea de învățare: Divizibilitatea numerelor naturale-recapitulare și sistematizare a cunoștințelor- clasa a VI-a.

Sarcina didactică: Să formuleze întrebări clare pe înțelesul colegilor utilizând cunoștințele referitoare la divizibilitatea numerelor naturale.

Material didactic: Minge

Regula jocului : - un elev aruncă cu mingea altui elev, formulând o întrebare.

- cel care prinde mingea răspunde la întrebare, apoi o aruncă mai departe altui elev, punând o nouă întrebare.
- elevul care nu știe răspunsul iese afară din joc, la fel și cel care este descoperit că nu știe răspunsul la propria întrebare.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Exemple de întrebări:

- Când spunem că numărul natural b divide numărul natural a ?
 - Ce înseamnă că numărul natural b nu divide numărul natural a ?
 - Cum procedăm pentru a afla dacă un număr natural a este divizibil cu un număr natural nenul b , fără a aplica definiția?
 - Ce divizori are numărul natural 0 ?
 - Care sunt multiplii numărului natural 0 ?
 - Care este proprietatea de tranzitivitate a relației de divizibilitate?
 - Care sunt divizorii improprii ai oricărui număr natural?
 - Ce se înțelege prin divizori proprii ai unui număr natural?
 - Ce proprietăți ale relației de divizibilitate cunoști?
 - Care este criteriul de divizibilitate cu 2 ?
 - Care este criteriul de divizibilitate cu 5 ?
 - Care este criteriul de divizibilitate cu 10 ?
 - Care este criteriul de divizibilitate cu 3 ?
 - Care este criteriul de divizibilitate cu 9 ?
 - Produsul dintre cel mai mic număr par de două cifre și cel mai mare număr impar de o cifră este divizibil cu 2 ?
 - Cel mai mare număr natural de trei cifre micșorat cu pătratul lui 2 este divizibil cu 5 ?
 - Ce cifră trebuie să adaugi la numărul 791 pentru a obține un multiplu de 10 ?
 - Ce multipli de 5 cunoști între 7643 și 7700 ?
 - Spune patru multipli de 5 având suma cifrelor 3 .
 - Ce este un număr prim?
 - Ce este un număr compus?
 - Cum se calculează c.m.m.m.c. a două sau mai multe numere naturale?
 - Cum se calculează c.m.m.d.c. a două sau mai multe numere naturale?
-
- Ce se înțelege prin numere prime între ele?
 - Care este relația între c.m.m.d.c., c.m.m.m.c. și produsul a două numere?

Recompensă: Fiecare elev va primi câte un ecuson pe care scrie: “Specialist în divizibilitate”.VII-a.



Exemplifică: metoda R.A.I. pentru o lecție de recapitulare și sistematizare a cunoștințelor având tema: Proprietăți ale triunghiurilor- clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.2.

3.8.3. Metoda JIGSAW (MOZAICUL)

Jigsaw (în engleză *jigsaw puzzle* înseamnă *mozaic*) sau “*metoda grupurilor interdependente*” (Neculau Adrian, Boncu Șt., 1998, apud Oprea, C.L., 2003, p.7) este o strategie bazată pe învățarea în echipă (team-learning). Fiecare elev are o sarcină de studiu în care trebuie să devină *expert*. El are în același timp și responsabilitatea transmiterii informațiilor asimilate, celorlalți colegi.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

În cadrul acestei metode rolul cadrului didactic este mult diminuat, el intervine semnificativ la începutul lecției când împarte elevii în grupurile de lucru și trasează sarcinile și la sfârșitul activității când va prezenta concluziile activității.

Există mai multe variante ale metodei mozaic, dar varianta standard a acestei metode se realizează în *cinci etape*.

ETAPE ȘI FAZE:

1. Pregătirea materialului de studiu:

- Profesorul stabilește *tema de studiu* și o împarte în 4 sau 5 *subteme*. Opțional, poate stabili pentru fiecare subtemă, elementele principale pe care trebuie să pună accentul elevul, atunci când studiază materialul în mod independent. Acestea pot fi formulate fie sub formă de întrebări, fie afirmativ, fie un text eliptic care va putea fi completat numai atunci când elevul studiază materialul.

- Realizează o *fîșă-expert* în care trece cele 4 sau 5 *subteme propuse* și care va fi oferită fiecărui grup.

2. Organizarea colectivului în echipe de învățare de câte 4-5 elevi .

- Fiecare elev din echipă, primește un număr de la 1 la 4-5 și are ca sarcină să studieze în mod independent, subtema corespunzătoare numărului său.

- El trebuie să devină expert în problema dată. De exemplu, elevii cu numărul 1 din toate echipele de învățare formate, vor aprofunda subtema cu numărul 1. Cei cu numărul 2 vor studia subtema numărul 2, și așa mai departe.

Faza independentă:

- Fiecare elev studiază subtema lui, citește textul corespunzător. Acest studiu independent poate fi făcut în clasă sau poate constitui o temă de casă, realizată înaintea organizării mozaicului.

3. Constituirea grupurilor de experți:

După ce au parcurs faza de lucru independent, experții cu același număr se reunesc, constituind *grupuri de experți* pentru a dezbate problema împreună. Astfel, elevii cu numărul 1, părăsesc echipele de învățare inițiale și se adună la o masă pentru a aprofunda subtema cu numărul 1. La fel procedează și ceilalți elevi cu numerele 2, 3, 4 sau 5. Dacă grupul de experți are mai mult de 6 membri, acesta se divizează în două grupuri mai mici.

Faza discuțiilor în grupul de experți:

Elevii prezintă un *raport individual* asupra a ceea ce au studiat independent. Au loc discuții pe baza datelor și a materialelor avute la dispoziție, se adaugă elemente noi și se stabilește modalitatea în care noile cunoștințe vor fi transmise și celorlalți membri din echipa inițială. Fiecare elev este membru într-un grup de experți și face parte dintr-o echipă de învățare. Din punct de vedere al aranjamentului fizic, mesele de lucru ale grupurilor de experți trebuie plasate în diferite locuri ale sălii de clasă, pentru a nu se deranja reciproc. Scopul comun al fiecărui grup de experți este să se instruiască cât mai bine, având responsabilitatea propriei învățări și a predării și învățării colegilor din echipa inițială.

4. Reîntoarcerea în echipa inițială de învățare.

Faza raportului de echipă:

Experții transmit cunoștințele asimilate, reținând la rândul lor cunoștințele pe care le transmit colegii lor, experți în alte subteme. Modalitatea de transmitere trebuie să fie scurtă, concisă, atractivă, putând fi însoțită de suporturi audio-vizuale, diverse materiale. Specialiștii într-o subtemă pot demonstra o idee, citi un raport, folosi computerul, pot ilustra ideile cu ajutorul diagramelor, desenelor, fotografiilor. Membrii sunt stimulați să discute, să pună întrebări și să-și noteze, fiecare realizându-și propriul plan de idei.

5. Evaluarea

Faza demonstrației:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Grupele prezintă rezultatele întregii clase. În acest moment elevii sunt gata să demonstreze ce au învățat. Profesorul poate pune întrebări, poate cere un raport sau un eseu ori poate da spre rezolvare fiecărui elev o fișă de evaluare. Dacă se recurge la evaluarea orală, atunci fiecărui elev i se va adresa o întrebare la care trebuie să răspundă fără ajutorul echipei.

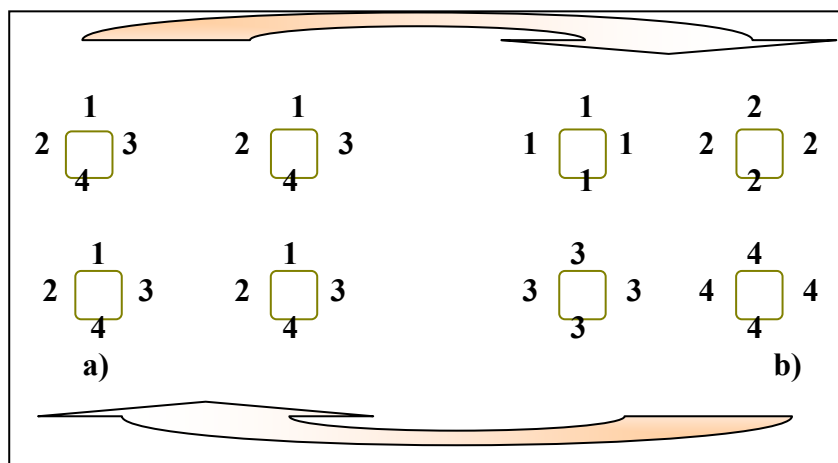


Fig. Reprezentarea spațială a amplasării *echipelor de învățare* (în faza raportului pe echipe) – a) și a *grupurilor de experți* (în faza discuțiilor) – b).

Avantajele Jigsaw-ului:

- strategia mozaicului este focalizată pe dezvoltarea capacităților de *ascultare, vorbire, cooperare, reflectare, gândire creativă și rezolvare de probleme*. Astfel, elevii trebuie să asculte activ comunicările colegilor, să fie capabili să expună ceea ce au învățat, să coopereze în realizarea sarcinilor, să găsească cea mai potrivită cale pentru a-i învăța și pe colegii lor ceea ce au studiat;
- stimulează încrederea în sine a elevilor;
- dezvoltă abilități de comunicare argumentativă și de relaționare în cadrul grupului;
- dezvoltă gândirea logică, critică și independentă;
- dezvoltă răspunderea individuală și de grup;
- optimizează învățarea prin predarea achizițiilor altcuiva. (Oprea, C., 2003, p.9)



Exemplu 1:

Etape:

1. Pregătirea materialului de studiu

a) **Stabilirea temei de studiu:** Grupuri-Exemple - lecție de consolidare la clasa a XII-a.

b) Alegerea **subtemelor** de studiu corespunzătoare celor 4 echipe:

- 1 : Grupuri numerice.
- 2 : Grupuri de matrice.
- 3 : Grupuri de permutări de ordin n.
- 4 : Grupul claselor de resturi modulo n.

2. Organizarea colectivului în echipe de învățare de câte 4 elevi.

Împărțirea clasei în grupuri eterogene de 4 elevi, fiecare dintre aceștia primind câte o fișă de învățare numerotată de la 1 la 3. Fiecare elev din echipă primește câte un număr de la 1 la 4 și are ca sarcină să studieze în mod independent subtema corespunzătoare numărului său pentru a deveni expert în problema dată. Astfel, elevii cu numărul 1 studiază subtema 1), elevii cu numărul 2 studiază subtema 2), elevii cu numărul 3



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

studiază subtema 3), iar elevii cu numărul 4 studiază subtema 4).

Se prezintă succint subiectul tratat. Se explică sarcinile de lucru și modul în care se va desfășura activitatea proiectată pentru lecția următoare. Fiecare elev primește ca temă pentru acasă să studieze individual tema de pe o fișă de lucru și să devină „expert” în domeniu.

3. *Constituirea grupurilor de experți*

După parcurgerea fazei de lucru independent, experții cu același număr se reunesc, constituind grupe de experți pentru rezolvarea sarcinii împreună.

Are loc faza discuțiilor în grupul de experți în care elevii prezintă fiecare ceea ce știe despre noțiunea avută spre studiu, au loc discuții, se rezolvă sarcinile respective și se stabilește modalitatea în care noile cunoștințe vor fi transmise și celorlalți membri din echipa inițială.

4. *Reîntoarcerea în echipa inițială de învățare*

Are loc faza raportului de echipă în care experții transmit cunoștințele asimilate, reținând la rândul lor cunoștințele pe care le-au transmis colegii lor, experții în alte subteme.

Membrii din echipele inițiale de învățare discută între ei, pun întrebări pentru a-și clarifica anumite lucruri.

Dacă sunt neclarități, se adresează întrebări expertului. Dacă neclaritățile persistă se pot adresa întrebări și celorlalți membri din grupul de experți pentru secțiunea respectivă. În fiecare grup sunt „predate” astfel cele patru secvențe ale lecției. În acest fel fiecare elev devine responsabil pentru propria învățare, cât și pentru transmiterea corectă și completă a informațiilor.

5. *Evaluarea*

În cadrul acestei etape are loc faza demonstrației în care rezultatele grupelor se prezintă întregii clase. Se trece în revistă materialul dat prin prezentare cu toată clasa, cu toți participanții. Se alege câte o problemă pentru fiecare subtemă și se rezolvă.

Fișa - expert:

Subtema 1: *Grupuri numerice*

1. Prezentați proprietățile operațiilor uzuale cu numere reale și cu numere întregi.
2. Dați exemple de grupuri de numere reale și întregi.
3. Rezolvați problema: Pe mulțimea numerelor întregi Z se definește aplicația: $x*y=x+y-2$. Să se arate că $(Z,*)$ este un grup comutativ.

Subtema 2: *Grupuri de matrice*

1. Definiți noțiunea de matrice și operațiile cu matrice învățate.
2. Dați exemple de grupuri de matrice.

3. Arătați că mulțimea matricelor $G=$



are o structură de grup în raport cu

operația de înmulțire a matricelor.

Subtema 3: *Grupul de permutări de ordin n*

1. Definiți permutarea de ordin n și operația de compunere a permutărilor de ordin n .



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



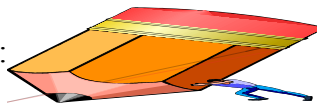
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2. Dați exemple de grupuri de permutări de ordin n .

3. Arătați că mulțimea permutărilor: $S = \{e, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$, unde:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 4 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$



împreună cu

operația de compunere a permutărilor formează un grup.

Subtema 4: Grupul claselor de resturi modulo n

1. Introduceți relația de congruență modulo n și proprietățile acesteia.

2. Introduceți clasele de resturi modulo n , mulțimea Z_n , operațiile de adunare \oplus și de înmulțire \otimes a claselor de resturi modulo n .

3. Demonstrați că $(Z_n, +)$ este grup comutativ, numit grupul aditiv al claselor de resturi modulo n .

Pentru $n = 2, 3, 4$ întocmiți tabla operației de adunare.



Exemplu 2:

Etape:

1. Pregătirea materialului de studiu

a) **Stabilirea temei de studiu:** Relații metrice în triunghiul dreptunghic - lecție recapitulativă la clasa a VII-a.

b) Alegerea **subtemelor** de studiu corespunzătoare celor 4 echipe:

- 1 : Teorema înălțimii, teorema catetei.
- 2 : Teorema lui Pitagora și reciproca.
- 3 : Elemente de trigonometrie.
- 4 : Rezolvarea triunghiului dreptunghic.

2. Organizarea colectivului în echipe de învățare de câte 4 elevi.

Împărțirea clasei în grupuri eterogene de 4 elevi, fiecare dintre aceștia primind câte o fișă de învățare numerotată de la 1 la 3. Fiecare elev din echipă primește câte un număr de la 1 la 4 și are ca sarcină să studieze în mod independent subtema corespunzătoare numărului său pentru a deveni expert în problema dată. Astfel, elevii cu numărul 1 studiază subtema 1), elevii cu numărul 2 studiază subtema 2), elevii cu numărul 3 studiază subtema 3), iar elevii cu numărul 4 studiază subtema 4).

Se prezintă succint subiectul tratat. Se explică sarcinile de lucru și modul în care se va desfășura activitatea proiectată pentru lecția următoare. Fiecare elev primește ca temă pentru acasă să studieze individual tema de pe o fișă de lucru și să devină „expert” în domeniu.

3. Constituirea grupurilor de experți

După parcurgerea fazei de lucru independent, experții cu același număr se reunesc, constituind grupe de experți pentru rezolvarea sarcinii împreună.

Are loc faza discuțiilor în grupul de experți în care elevii prezintă fiecare ceea ce știe despre noțiunea avută spre studiu, au loc discuții, se rezolvă sarcinile respective și se stabilește modalitatea în care noile cunoștințe vor fi transmise și celorlalți membri din echipa inițială. Se pot folosi desene, simboluri matematice.

4. Reîntoarcerea în echipa inițială de învățare

Are loc faza raportului de echipă în care experții transmit cunoștințele asimilate, reținând la rândul lor cunoștințele pe care le-au transmis colegii lor, experții în alte subteme.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Membrii din echipele inițiale de învățare discută între ei, pun întrebări pentru a-și clarifica anumite lucruri.

Dacă sunt neclarități, se adresează întrebări expertului. Dacă neclaritățile persistă se pot adresa întrebări și celorlalți membri din grupul de experți pentru secțiunea respectivă. În fiecare grup sunt „predate” astfel cele patru secvențe ale lecției. În acest fel fiecare elev devine responsabil pentru propria învățare, cât și pentru transmiterea corectă și completă a informațiilor.

5. Evaluarea

În cadrul acestei etape are loc faza demonstrației în care rezultatele grupelor se prezintă întregii clase. Se trece în revistă materialul dat prin prezentare cu toată clasa, cu toți participanții. Se alege câte o problemă pentru fiecare subtemă și se rezolvă.



Exemplu 3:

Etape:

1. Pregătirea materialului de studiu

a) **Stabilirea temei de studiu:** Proiecția unui punct/segment pe o dreaptă. Media geometrică a două numere reale pozitive.- lecție de predare de noi cunoștințe la clasa a VII-a.

Unitatea de învățare: Relații metrice în triunghiul dreptunghic.

b) Alegerea **subtemelor** de studiu corespunzătoare celor 3 echipe:

1 : Proiecția unui punct pe o dreaptă.

2 : Proiecția unui segment pe o dreaptă.

3 : Media geometrică a două numere reale pozitive.

2. Organizarea colectivului în echipe de învățare de câte 3 elevi.

Împărțirea clasei în grupuri eterogene de 3 elevi, fiecare dintre aceștia primind câte o fișă de învățare numerotată de la 1 la 3. Fiecare elev din echipă primește câte un număr de la 1 la 3 și are ca sarcină să studieze în mod independent subtema corespunzătoare numărului său pentru a deveni expert în problema dată. Astfel, elevii cu numărul 1 studiază subtema 1), elevii cu numărul 2 studiază subtema 2), iar elevii cu numărul 3 studiază subtema 3).

Se prezintă succint subiectul tratat. Se explică sarcinile de lucru și modul în care se va desfășura activitatea proiectată pentru lecția următoare. Fiecare elev primește ca temă pentru acasă să studieze individual tema de pe o fișă de lucru și să devină „expert” în domeniu. Studiul se poate face și direct în clasă.

3. Constituirea grupurilor de experți

După parcurgerea fazei de lucru independent, experții cu același număr se reunesc, constituind grupe de experți pentru rezolvarea sarcinii împreună.

Are loc faza discuțiilor în grupul de experți în care elevii prezintă fiecare ceea ce știe despre noțiunea avută spre studiu, au loc discuții, se rezolvă sarcinile respective și se stabilește modalitatea în care noile cunoștințe vor fi transmise și celorlalți membri din echipa inițială.

3. Reîntoarcerea în echipa inițială de învățare

Are loc faza raportului de echipă în care experții transmit cunoștințele asimilate, reținând la rândul lor cunoștințele pe care le-au transmis colegii lor, experții în alte subteme.

Membrii din echipele inițiale de învățare discută între ei, pun întrebări pentru a-și clarifica anumite lucruri.

Dacă sunt neclarități, se adresează întrebări expertului. Dacă neclaritățile persistă se pot



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

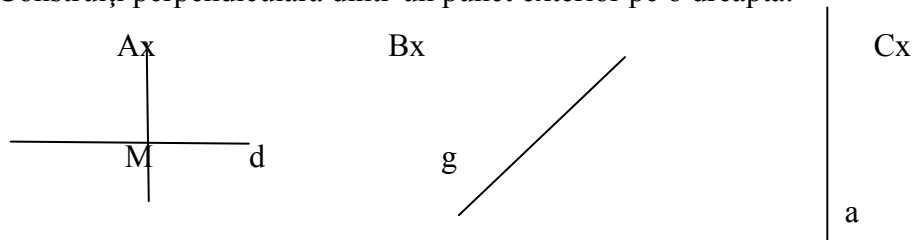
adresa întrebări și celorlalți membri din grupul de experți pentru secțiunea respectivă. În fiecare grup sunt „predate” astfel cele trei secvențe ale lecției. În acest fel fiecare elev devine responsabil pentru propria învățare, cât și pentru transmiterea corectă și completă a informațiilor.

5. Evaluarea

În cadrul acestei etape are loc faza demonstrației în care rezultatele grupelor se prezintă întregii clase. Se trece în revistă materialul dat prin prezentare cu toată clasa, cu toți participanții. Se alege câte o problemă pentru fiecare subtemă și se rezolvă.

Subtema 1 :Proiecția unui punct pe o dreaptă.

- 1) Construiți perpendiculara dintr-un punct exterior pe o dreaptă:



Observație: Construind perpendiculara din punctulpe dreapta..... s-a constatat ca ea este unică!

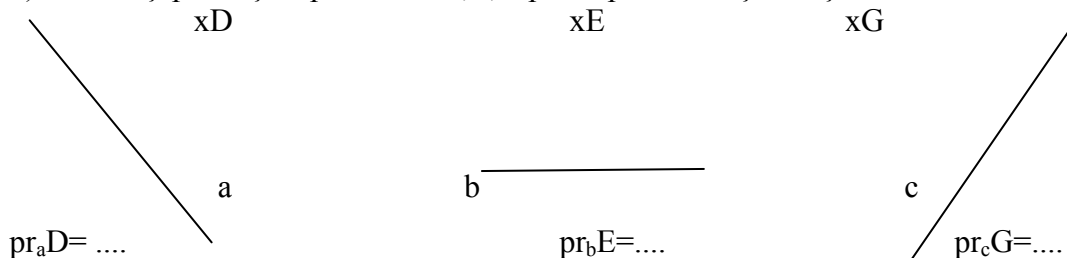
Punctul M se numește piciorul perpendicularei coborâtă din A pe d.

- 2) Se numește proiecția ortogonală a unui punct pe o dreaptă piciorul perpendicularei duse din acel punct pe dreaptă.

Notăție: $pr_d A=M$

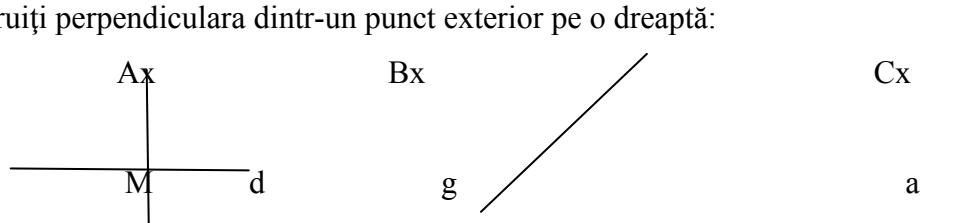
Se citește:proiecția punctului A pe dreapta d este punctul M.

- 3)Construiți proiecțiile punctelor D,E,G pe dreptele date și notați-le!



Subtema 2 :Proiecția unui segment pe o dreaptă.

- 1)Construiți perpendiculara dintr-un punct exterior pe o dreaptă:



Observație: Construind perpendiculara din punctulpe dreapta..... am constatat ca ea este unică!

Punctul M se numește piciorul perpendicularei coborâtă din A pe d.

- 1) Se numește proiecția ortogonală a unui punct pe o dreaptă piciorul perpendicularei duse din acel punct pe dreaptă.

Notăție: $pr_d A=M$

Se citește:proiecția punctului A pe dreapta d este punctul M.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



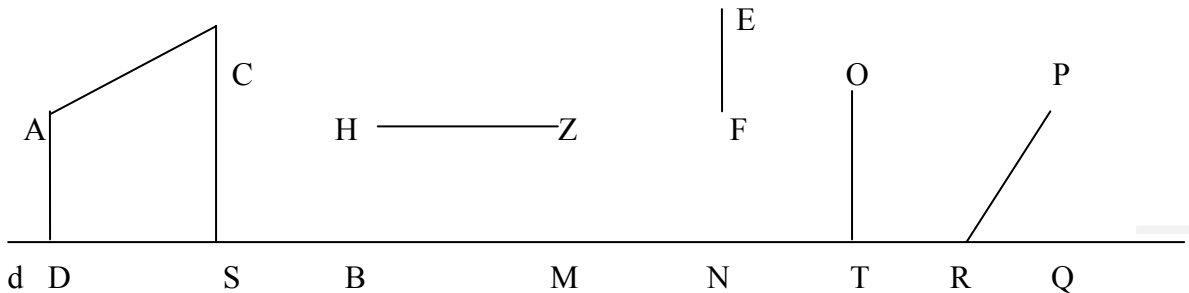
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- 2) Se știe că un segment este o porțiune dintr-o dreaptă mărginită la ambele capete. Segmentul este format dintr-o mulțime de puncte. Este suficient să se proiecteze capetele segmentului (două puncte) pe dreaptă pentru a obține proiecția segmentului pe dreaptă.



Notație: $pr_d AC = DS$

Se citește: proiecția segmentului AC pe dreapta d este segmentul DS.

- 3) Construiți celelalte proiecții din figura de mai sus și notați-le! Ce observați?

$pr_d AC = \dots$ $pr_d EF = \dots$ $pr_d PR = \dots$ $pr_d OT = \dots$ $pr_d HZ = \dots$

Observație: Proiecția unui segment pe o dreaptă poate fi unsau un.....

Subtema 3 : Media geometrică a două numere reale pozitive.

- 1) Fie proporția $x/2=8/x$. Calculați x^2 și aflați x .

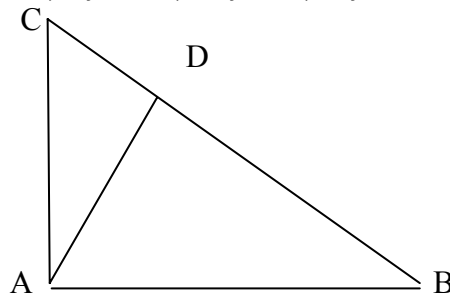
Observație: Spunem că $x = \dots$ este medie proporțională (geometrică) a numerelor 2 și 8.

- 2) Fiind date două numere reale pozitive b și c, se numește medie geometrică (proporțională) a numerelor b și c numărul $a = \sqrt{b \times c}$.

- 3) Calculați media geometrică (proporțională) a numerelor:

a) 4 și 9; b) 4 și 16; c) 50 și 2; d) 4 și 25.

- 4)



Dacă $BD = 16$ cm și $DC = 4$ cm, efectuați:

a) $BD \times DC = \dots$

b) $\sqrt{BD \times DC} = \dots$

Exemplu 4:

Etape:

1. Pregătirea materialului de studiu

a) **Stabilirea temei de studiu:** Tehnici de rezolvare a sistemelor de ecuații - lecție de dobândire de noi cunoștințe la clasa a IX-a.

b) Alegerea **subtemelor** de studiu corespunzătoare celor 4 echipe:

- 1 : Sisteme de ecuații liniare.
- 2 : Sisteme de ecuații formate dintr-o ecuație de gradul I și una de gradul al II-lea.
- 3 : Sisteme simetrice.
- 4 : Sisteme omogene.

2. Organizarea colectivului în echipe de învățare de câte 4 elevi.

Împărțirea clasei în grupuri eterogene de 4 elevi, fiecare dintre aceștia primind câte o



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

fișă de învățare numerotată de la 1 la 4. Fiecare elev din echipă primește câte un număr de la 1 la 4 și are ca sarcină să studieze în mod independent subtema corespunzătoare numărului său pentru a deveni expert în problema dată. Astfel, elevii cu numărul 1 studiază subtema 1), elevii cu numărul 2 studiază subtema 2), elevii cu numărul 3 studiază subtema 3), iar elevii cu numărul 4 studiază subtema 4).

Se prezintă succint subiectul tratat.

Profesorul va prezenta la tablă noțiuni teoretice referitoare la tehnicile de rezolvare a

sistemelor de ecuații

1. – sisteme de ecuații lineare-recapitulare.
2. – sisteme de ecuații formate dintr-o ecuație de gradul I și una de gradul al II-lea.
3. – sisteme simetrice: -definiția ecuațiilor simetrice;
-definiția sistemului simetric;
-se amintește forma ecuației de gradul al II-lea când se cunosc S și P.
$$(z^2 - sz + p) = 0$$
4. – sisteme omogene: - forma generală a unui astfel de sistem;
- metoda de rezolvare în funcție de natura termenilor liberi
(discuție pe 3 cazuri).

Se explică sarcinile de lucru și modul în care se va desfășura activitatea proiectată pentru lecția următoare. Fiecare elev primește ca temă pentru acasă să studieze individual tema de pe o fișă de lucru și să devină „expert” în domeniu.

3. *Constituirea grupurilor de experți*

După parcurgerea fazei de lucru independent, experții cu același număr se reunesc, constituind grupe de experți pentru rezolvarea sarcinii împreună.

Are loc faza discuțiilor în grupul de experți în care elevii prezintă fiecare ceea ce știe despre noțiunea avută spre studiu, au loc discuții, se rezolvă sarcinile respective și se stabilește modalitatea în care noile cunoștințe vor fi transmise și celorlalți membri din echipa inițială.

4. *Reîntoarcerea în echipa inițială de învățare*

Are loc faza raportului de echipă în care experții transmit cunoștințele asimilate, reținând la rândul lor cunoștințele pe care le-au transmis colegii lor, experții în alte subteme.

Membrii din echipele inițiale de învățare discută între ei, pun întrebări pentru a-și clarifica anumite lucruri.

Dacă sunt neclarități, se adresează întrebări expertului. Dacă neclaritățile persistă se pot adresa întrebări și celorlalți membri din grupul de experți pentru secțiunea respectivă. În fiecare grup sunt „predate” astfel cele patru secvențe ale lecției. În acest fel fiecare elev devine responsabil pentru propria învățare, cât și pentru transmiterea corectă și completă a informațiilor.

5. *Evaluarea*

În cadrul acestei etape are loc faza demonstrației în care rezultatele grupelor se prezintă întregii clase. Se trece în revistă materialul dat prin prezentare cu toată clasa, cu toți participanții. Se alege câte o problemă pentru fiecare subtemă și se rezolvă

la tablă de către liderul grupului și se discută cu profesorul și restul colegilor.

Fișa – expert:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Subtema 1: Să se rezolve sistemele:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 3 \\ x - 4y = 2 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 9x + 5y = 3 \\ 4x - 3y = 7 \end{cases}$$

Subtema 2: Să se rezolve sistemele:

$$\text{a) } \begin{cases} x - 3y = 0 \\ 2x^2 + 6xy - 9y^2 = x + 2y \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -x + y = 1 \\ 2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$$

Subtema 3: Să se rezolve sistemele:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 3 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

Subtema 4: Să se rezolve sistemele:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x^2 - 3xy = 0 \\ 4x^2 - 5xy - y^2 = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x^2 + xy = 10 \\ y^2 + xy = 15 \end{cases}$$



Exemplifică: metoda mozaicului pentru tema de studiu: Proprietăți ale

triunghiurilor-lecție de consolidare a cunoștințelor la clasa a VI-a.

R: Revedi paragraful 3.8.3.

3.8.4. Metoda PIRAMIDEI

Metoda piramidei sau *metoda bulgărelui de zăpadă* are la bază împletirea activității individuale cu cea desfășurată în mod cooperativ, în cadrul grupurilor. Ea constă în încorporarea activității fiecărui membru al colectivului într-un demers colectiv mai amplu, menit să ducă la soluționarea unei sarcini sau a unei probleme date.

Fazele de desfășurare a metodei piramidei:



Faza 2

Faza 5

Faza 4

Faza 3

Faza 1

1. **Faza introductivă:** profesorul expune datele problemei în cauză;
2. **Faza lucrului individual:** elevii lucrează pe cont propriu la soluționarea problemei timp de cinci minute. În această etapă se notează întrebările legate de subiectul tratat.
3. **Faza lucrului în perechi:** elevii formează grupe de doi elevi pentru a discuta rezultatele individuale la care a ajuns fiecare. Se solicită răspunsuri la întrebările individuale din partea colegilor și, în același timp, se notează dacă apar altele noi.
3. **Faza reuniunii în grupuri mai mari.** De obicei se alcătuiesc două mari grupe, aproximativ egale ca număr de participanți, alcătuite din grupele mai mici existente anterior și se discută despre soluțiile la care s-a ajuns. Totodată se răspunde la întrebările rămase nesoluționate.
5. **Faza raportării soluțiilor în colectiv.** Întreaga clasă, reunită, analizează și concluzionează asupra ideilor emise. Acestea pot fi trecute pe tablă pentru a putea fi vizualizate de către toți participanții și pentru a fi comparate. Se lămuresc și răspunsurile la întrebările nerezolvate până în această fază, cu ajutorul conducătorului (profesorul);
6. **Faza decizională.** Se alege soluția finală și se stabilesc concluziile asupra demersurilor realizate și asupra participării elevilor la activitate.

Ca și celelalte metode care se bazează pe lucrul în perechi și în colectiv, metoda piramidei are **avantajele** stimulării învățării prin cooperare, al sporirii încrederii în forțele proprii prin testarea ideilor emise individual, mai întâi în grupuri mici și apoi în colectiv. Dezvoltă capacitatea de a emite soluții inedite la problemele și sarcinile apărute, precum și dezvoltarea spiritului de echipă și întrajutorare.

Dezavantajele înregistrate sunt de ordin evaluativ, deoarece se poate stabili mai greu care și cât de însemnată a fost contribuția fiecărui participant. (Oprea, C.L., 2003, p. 31)

Această metodă poate fi utilizată în rezolvarea problemelor cu mai multe căi de rezolvare și a căror rezolvare presupune rezolvarea mai multor operații.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOAANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu:

Tema: Trapezul – lecție de consolidare a cunoștințelor – la clasa a VII-a.

Etape:

1. Faza introductivă.

Se prezintă problema:

Se consideră un trapez dreptunghic $MNPQ$ ($MN \parallel PQ$), $m(\sphericalangle M) = m(\sphericalangle Q) = 90^\circ$, $MN = 26$ cm, $PQ = 8$ cm, $m(\sphericalangle N) = 45^\circ$ și $MQ \cap NP = \{R\}$. Calculați: MQ și RP .

2. Faza lucrului individual.

Elevii au lucrat pe cont propriu la soluționarea problemei timp de cinci minute.

3. Faza lucrului în perechi.

Elevii au format grupe de doi elevi, constituite din colegii de bancă, pentru a discuta rezultatele individuale la care a ajuns fiecare.

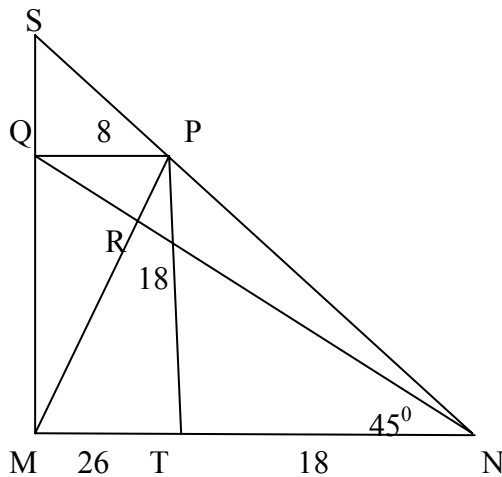
3. Faza reuniunii în grupuri mai mari.

S-au format, progresiv, grupe de câte 4, apoi de câte 8 elevi și au discutat problema, au verificat soluțiile găsite.

5. Faza raportării soluțiilor în colectiv. Soluțiile găsite s-au scris pe tablă și s-au verificat colectiv.

6. Faza decizională.

Se păstrează doar soluțiile care reprezintă rezolvarea corectă a problemei.



Varianta 1

Se construiește $PT \perp MN$, $T \in [MN] \Rightarrow PT \parallel QM$ și $PT = QM$.

În $\triangle PTN$ ($m(\sphericalangle T) = 90^\circ$) și $m(\sphericalangle N) = 45^\circ$ (ipoteză) $\Rightarrow m(\sphericalangle P) = 45^\circ \Rightarrow \triangle PTN$ dr. is. $\Rightarrow PT = TN$. ($QP \parallel MT$) și $[QP] \equiv [MT] \Rightarrow MT = 8$ cm $\Rightarrow TN = MN - MT = 26 - 8 = 18$ cm $\rightarrow QM = PT = 18$ cm.

În $\triangle PTM$ ($m(\sphericalangle T) = 90^\circ$) $\xrightarrow{T.P.} PM^2 = PT^2 + MT^2 \Rightarrow PM = 2\sqrt{97}$ cm.

$$\triangle PRQ \sim \triangle MRN \text{ (U.U.)} \xrightarrow{T.F.A.} \frac{QP}{MN} = \frac{RP}{RM} \Leftrightarrow \frac{QP}{QP+MN} = \frac{RP}{MP} \Leftrightarrow \frac{8}{34} = \frac{RP}{2\sqrt{97}} \Rightarrow RP = \frac{16\sqrt{97}}{3298} \text{ cm}$$

Varianta 2. (de calcul al lui MQ)

Se consideră $MQ \cap NP = \{S\}$, $\triangle SMN$ dr. is. $\Rightarrow SM = MN = 26$ cm.

În $\triangle SMN$ ($QP \parallel MN$ ($MNPQ$ trapez)) $\xrightarrow{T.F.A.} \frac{SQ}{SM} = \frac{QP}{MN} \Rightarrow \frac{SQ}{26} = \frac{8}{26} \Leftrightarrow \frac{SQ}{26} = \frac{8}{26} \Rightarrow SQ = 8$ cm $\Rightarrow MQ = SM - SQ = 26 - 8 = 18$ cm.

Varianta 3. (de calcul al lui MQ)

Fie $MQ \cap NP = \{S\}$ $QP \parallel MN$ și SN sec

$\Rightarrow \sphericalangle SPQ \equiv \sphericalangle SNM \Rightarrow m(\sphericalangle SPQ) = 45^\circ \Rightarrow \triangle SQP$ dr. is. $\Rightarrow SQ = QP = 8$ cm.

$\triangle SMN$ dr. is. $\Rightarrow SM = MN = 26$ cm \Rightarrow

$MQ = SM - SQ = 26 - 8 = 18$ cm.





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Exemplifică: metoda piramidei pentru tema: Limite de funcții –clasa a XI-a.

R: Revedi paragraful 3.8.3.

3.8.5. Metoda BRAINSTORMING

Brainstoming-ul este o metodă de stimulare a creativității ce constă în enunțarea spontană a cât mai multor idei pentru soluționarea unei probleme într-o atmosferă lipsită de critică.

Folosirea acestei metode impune participarea activă a elevilor, dezvoltă capacitatea de a formula întrebări, de a argumenta, de a căuta și găsi soluții, de a lua decizii, în ceea ce privește alegerea unor căi de lucru; se exersează atitudinea creativă și exprimarea personalității.

Metoda se desfășoară în grupuri de 5-20 elevi. Durata optimă de timp pentru elevi este de 20 minute în funcție de problema supusă dezbaterii și de numărul de elevi care fac parte din grup.

Se impune respectarea unor cerințe/reguli și ele vizează:

- selectarea problemei propuse în discuție (să reprezinte interes de studiu și dezbateri din partea copiilor);
- crearea unui mediu educațional corespunzător stimulării creativității;
- admiterea de idei în lanț, pornind de la o idee se pot rezolva altele prin combinații, asociații;
- implicarea activă a tuturor participanților;
- înregistrarea exactă a ideilor în ordinea prezentată;
- amânarea aprecierilor și a evaluării ideilor emise.

Etapele metodei:

- alegerea temei și a sarcinii de lucru;
- solicitarea exprimării într-un mod cât mai scurt și corect a frazelor, fără cenzură, a tuturor ideilor”trăsnete” ori neobișnuite, fanteziste, așa cum le vine în minte; într-un astfel de caz ne bazăm pe principiul”cantitate generează calitate”; se pot face asociații în legătură cu afirmațiile celorlalți, se pot prelua, completa sau transforma ideile de grup, dar sub niciun motiv, nu se vor admite referiri critice, nimeni nu are voie să facă observații negative;
- înregistrarea tuturor ideilor în scris sau video;
- anunțarea unei pauze pentru așezarea ideilor (de la 1-2 zile pentru a vorbi între ei ori în familie să își lămurească opiniile personale);
- reluarea ideilor pentru a fi grupate pe categorii, simboluri cuvinte cheie, imagini care reprezintă posibile criterii, etc;
- analiza critică, evaluarea, argumentarea, contraargumentarea ideilor emise anterior, la nivelul clasei;
- selecționarea ideilor originale sau a celor apropiate de soluții fezabile pentru problema sau tema pusă în discuție;
- afișarea ideilor rezultate în forme cât mai variate și originale: imagini, desene, cântece, joc de rol, colaje, etc.(Breben, S., Gongea, E., Ruiu, G., Fulga, M., 2002).



Exemplu 1:

Etape:

1. Alegerea temei: Proiecții ortogonale pe un plan- Recapitulare - clasa a VIII-a .

Sarcina de lucru: Completați textul problemei următoare cu cât mai multe cerințe adăugând sau nu alte informații în ipoteză.

Fie triunghiul ABC dreptunghic în A cu $AB = 12$ m și $BC = 15$ m . În A se construiește dreapta $(d) \perp (ABC)$ pe care se alege punctul D astfel încât $DA = 7$ m.

2. Solicitarea exprimării într-un mod cât mai rapid a cerințelor compuse, fără



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

cenzură a ideilor, așa cum vin ele în minte. Nimeni nu are voie să facă observații negative.

3. Fiecare elev se gândește timp de 10 minute și scrie cerințele pe un bilețel primit anterior.

4. La expirarea celor 10 minute, toți elevii clasei vin și lipesc bilețelele pe planșa pe care era scris textul incomplet al problemei.

5. *Analiza critică, evaluarea, argumentarea, contraargumentarea ideilor emise anterior, la nivelul clasei.*

Exemple de cerințe compuse:

- 1) Calculează lungimea laturii AC.
- 2) Calculează aria triunghiului ABC.
- 3) Calculează lungimea laturii DB.
- 4) Calculează distanța de la punctul D la dreapta BC.
- 5) Calculează distanța de la A la planul DBC.
- 6) Calculează măsura unui unghi plan al unghiului diedru determinat de planele (ABC) și (DBC).
- 7) Calculează aria triunghiului DBC.
- 8) Dacă AE este înălțimea din A a triunghiului ABC atunci calculează lungimea segmentului AE.
- 9) Calculează distanța de la punctul C la dreapta DB.
- 10) Calculează lungimea segmentului BE .
- 11) Exemplifică din textul problemei două plane perpendiculare.
- 12) Calculează măsura unghiului determinat de dreapta DB cu planul (ABC).

Exemplu 2:

Tema: Probleme celebre- Cerc de matematică –clasa a VII-a.

Etape:

1. **Alegerea sarcinii de lucru. Problema piesei de 5 lei a lui Țițeica:** Trei cercuri $C(O_1, R) \cap C(O_2, R) \cap C(O_3, R) = \{ H \}$. Luându-le două câte două se obțin încă trei puncte de intersecție A, B, C. Demonstrați că cercul determinat de punctele A, B, C are raza egală cu R .

2. **Solicitarea exprimării într-un mod cât mai rapid, a tuturor ideilor referitoare la strategiile de rezolvare a problemei. Sub niciun motiv nu se vor admite referiri critice.**

Pot apărea sugestii legate de realizarea figurii, de verificarea "pe desen" a unor proprietăți necesare în demonstrarea concluziei problemei, de măsurare a unor unghiuri sau segmente., etc.

3. **Înregistrarea tuturor ideilor în scris (pe tablă). Anunțarea unei pauze pentru așezarea ideilor.**

Se notează pe tablă toate propunerile elevilor. În pauză se poate cere elevilor să mai reflecteze asupra lor și să formuleze textul problemei.

4. **Reluarea ideilor emise și gruparea lor pe categorii, simboluri, cuvinte cheie etc.**

Se extrag următoarele cuvinte cheie: cerc, congruență, paralelism, patrulater: paralelograme, romburi.

5. **Analiza critică, evaluarea, argumentarea, contraargumentarea ideilor emise anterior. Selectarea ideilor originale.**

Cu ajutorul întrebărilor de tipul: "Am putea rezolva problema folosind măsurători pe figură? Este util să studiem un caz particular al problemei? Ce anume trebuie să



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

demonstrăm? Ce “căi” de demonstrare a concluziei ați putea aborda? “ se analizează pas cu pas, toate ideile propuse. Se vor selecta cele care corespund cerinței inițiale.

6. Ca urmare a discuțiilor avute cu elevii, trebuie să rezulte strategia de rezolvare a problemei. Aceasta poate fi sintetizată sub forma unor indicații de rezolvare de tipul:

- construim figura;
- identificăm romburile care trec prin H;
- aplicăm proprietăți ale romburilor pentru a identifica paralelograme;
- folosim triunghiuri congruente pentru a demonstra concluzia problemei.



Exemplifică metoda brainstorming pentru tema: Calcul de arii și volume –clasa a VIII-a.

R: Revezi paragraful 3.8.5

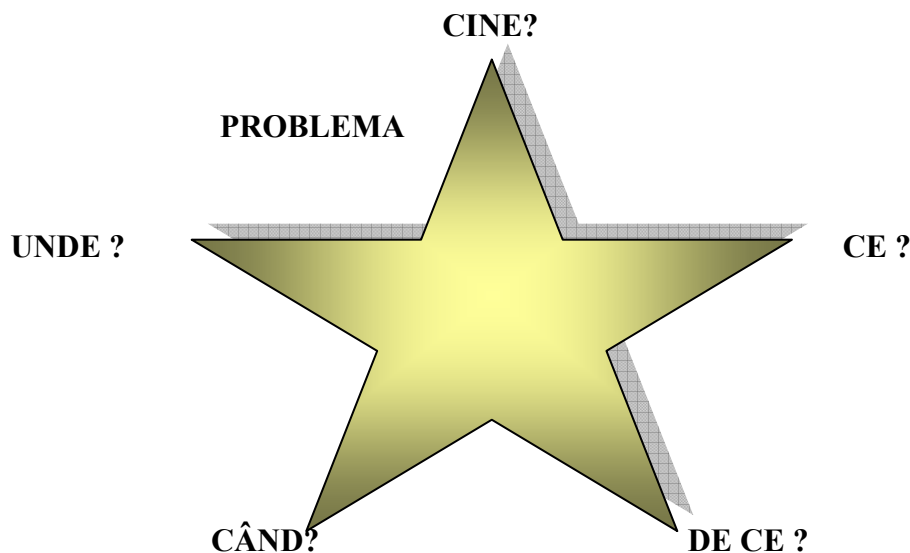
3.8.6. Metoda STARBURSTING (EXPLOZIA STELARĂ)

Starbursting (eng. “star” = stea; eng. ”burst” = a exploda), este o metodă nouă de dezvoltare a creativității, similară metodei brainstorming. Începe din centrul conceptului și se împrăștie în afară, cu întrebări, asemeni exploziei stelare.

Cum se procedează:

Se scrie ideea sau problema pe o foaie de hârtie și se înșiră cât mai multe întrebări care au legătură cu ea. Un bun punct de plecare îl constituie cele de tipul: **Ce?, Cine?, Unde?, De ce?, Când?**

Lista de întrebări inițiale poate genera altele, neașteptate, care cer și o mai mare concentrare.



Scopul metodei este de a obține cât mai multe întrebări și astfel cât mai multe conexiuni între concepte. Este o modalitate de stimulare a creativității individuale și de grup. Organizată în grup, starbursting facilitează participarea întregului colectiv, stimulează crearea de întrebări la întrebări, așa cum brainstormingul dezvoltă construcția de idei pe idei.

Etape:

1. Propunerea unei probleme;
2. Colectivul se poate organiza în grupuri preferențiale sau prin tragere la sorți;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

3. Grupurile lucrează pentru a elabora o listă cu cât mai multe întrebări și cât mai diverse.

3. Comunicarea rezultatelor muncii de grup.

5. Evidențierea celor mai interesante întrebări și aprecierea muncii în echipă.

Facultativ, se poate proceda și la elaborarea de răspunsuri la unele dintre întrebări.

Variante ale acestei metode:

Varianta 1

1. Împărțirea clasei în 5 grupe eterogene.
2. Alegerea, prin tragere la sorți a unei întrebări din cele cinci sugerate.
3. Producerea de alte întrebări, în cadrul grupei, pornind de la întrebarea selectată.
4. Comunicarea rezultatelor muncii fiecărei grupe și aflarea răspunsurilor la întrebări prin participarea tuturor elevilor.

Varianta 2

1. Împărțirea clasei în grupe eterogene.
2. Elaborarea unei liste de întrebări generate de cele cinci întrebări sugerate.
3. Comunicarea rezultatelor muncii fiecărei grupe și aflarea răspunsurilor la întrebări prin participarea tuturor elevilor.

Metoda exploziei stelare poate fi combinată cu Știu/Vreau să știu/Am învățat astfel: se folosește explozia stelară pentru a genera cât mai multe întrebări legate de temă. La cele la care se cunoaște răspunsul, se răspunde pe loc, iar cele care implică noțiuni sau cunoștințe noi se trec într-un tabel ca în metoda Știu/Vreau să știu/Am învățat. Se face în acest mod un inventar al cunoștințelor existente și altele al celor de dorit să se știe.

Exemplu:



Tema: Relații între puncte, drepte și plane. Recapitulare - clasa a VIII-a.

Pornind de la ideea formulării de întrebări la întrebări, se organizează clasa în 4 grupe și se parcurg următoarele **etape**:

1. Se propune o temă: Relații între puncte, drepte și plane.
2. Se împarte colectivul în grupe de câte 4 elevi.
3. Fiecare grup lucrează pentru a elabora o listă cu cât mai multe întrebări și cât mai diverse.
3. Se comunică rezultatele muncii de grup și se răspunde la întrebări.
5. Se evidențiază cele mai interesante întrebări și se apreciază munca în echipă.

Exemple de întrebări:

Ce poziții relative ale unei drepte față de un plan cunoști?

Ce poziții relative a două plane cunoști?

Unde în sala de clasă ați identificat drepte paralele? Dar drepte perpendiculare pe un plan?

Când spunem că o dreaptă este perpendiculară pe un plan?

Cine dorește să descrie și să reprezinte piramida? Dar prisma?

Ce se înțelege prin tranzitivitatea relației de paralelism între plane?

Cine continuă enunțul teoremei alăturate? Dacă un plan conține două drepte concurente paralele cu un alt plan, atunci.....

Ce legătură este între dreapta perpendiculară pe un plan și distanța de la un punct la un plan?

Ce cazuri de determinare a dreptei cunoști?

Când spunem că o dreaptă este paralelă cu un plan?

Ce metodă întâlnim mai des în demonstrarea teoremelor de geometrie în spațiu?



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

De ce afirmația de mai jos este falsă?

“Dându-se două plane paralele, orice dreaptă dintr-un plan este paralelă cu orice dreaptă din al doilea plan.”

Când spunem că două plane sunt paralele?

Ce descriere și reprezentare are trunchiul de piramidă?

Unde apar diferențe între definiția piramidei triunghiulare regulate și a tetraedrului regulat?

Ce cazuri de determinare a planului cunoști?

Ce definiție are unghiul a două drepte în spațiu?

Unde ați mai întâlnit metoda reducerii la absurd?



Exemplifică: metoda starbursting pentru tema: Corpuri rotunde. Recapitulare - clasa a VIII-a.

R: Revedi paragraful 3.8.6.

3.8.7. Metoda „CIORCHINELUI”

Este o metodă de brainstorming neliniară, menită să încurajeze elevii să gândească liber și să stimuleze conexiunile de idei, o modalitate de a realiza asociații de idei sau de a oferi noi sensuri ideilor însușite anterior. Poate fi folosită cu succes atât la începutul unei lecții pentru reactualizarea cunoștințelor predate anterior, cât și în cazul lecțiilor de sinteză, de recapitulare, de sistematizare a cunoștințelor. (Pfeifer, G., www.pagini-scolare.ro)

Etape:

1. Se scrie un cuvânt, care urmează a fi cercetat, în mijlocul foii.
2. Elevii grupați în echipe de câte patru, sunt invitați să scrie cuvinte sau sintagme care le vin în minte în legătură cu tema propusă.
3. Cuvintele sau ideile vor fi legate prin linii de noțiunea centrală.
3. Activitatea se oprește când se epuizează toate ideile sau s-a atins limita de timp indicată.
5. Se vor nota ideile în timpul alocat, de preferință 10-15 minute.
6. Fiecare grupă prezintă “ciorchinele” propriu.
7. Se analizează fiecare “ciorchine” și se efectuează unul comun pe tablă, cu ajutorul cadrului didactic.

Există câteva **reguli** ce trebuie clar specificate elevilor și care trebuie respectate în utilizarea tehnicii ciorchinelui:

1. Scrieți tot ce vă trece prin minte referitor la tema / problema pusă în discuție.
2. Nu judecați / evaluați ideile produse, ci doar notați-le.
3. Nu vă opriți până nu epuizați toate ideile care vă vin în minte sau până nu expiră timpul alocat; dacă ideile refuză să vină insistați și zăboviți asupra temei până ce vor apărea unele idei.
3. Lăsați să apară cât mai multe și mai variate conexiuni între idei; nu limitați nici numărul ideilor, nici fluxul legăturilor dintre acestea. (http://www.asociatia-profesorilor.ro/docs/articole_revista/ciorchinele.pdf)

Avantajele metodei:

Prin această tehnică se fixează mai bine ideile și se structurează informațiile facilitându-se reținerea și înțelegerea acestora.

(<http://scoala7tm.scoli.edu.ro/geom4/coliniar/metodica/ciorchin.html>)

Ciorchinele este o tehnică flexibilă care poate fi utilizată individual, în perechi, în grupuri, frontal (Breban, S.; Gongea, E.; Ruiu, G.; Fulga, M., 2002).

Exemplu : Metoda ciorchinelui se poate aplica în cadrul unei lecții de recapitulare la

sfârșitul unității de învățare ”Matrice” **Tema:** „Matrice”- clasa a XI-a.



Etape:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

1. Elevii sunt împărțiți în 5 grupe a câte 4, 5 sau 6 elevi fiecare.
 2. Fiecare grupă primește câte o fișă în mijlocul căreia se află scris cuvântul : matrice.
 3. Elevii scriu timp de 5 minute cât mai multe cuvinte sau sintagme care le vin în minte în legătură cu matricele (de exemplu: pătratică, nulă, unitate, operații, adunare, înmulțire, ridicare la putere, distributivitate, asociativitate, metode, etc.) și leagă cuvintele sau ideile produse de acest cuvânt, prin trasarea unor linii (săgeți) care evidențiază conexiunile dintre idei.
 4. Fiecare grupă prezintă ciorchinele realizat în fața clasei și acolo unde este nevoie se vine cu completări sau se corectează eventualele greșeli. Din exemplele de ciorchine prezentate de fiecare grupă se va realiza pe tablă ciorchinele final.
- Un exemplu de ciorchine (Munteanu, D., E., 2010):



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

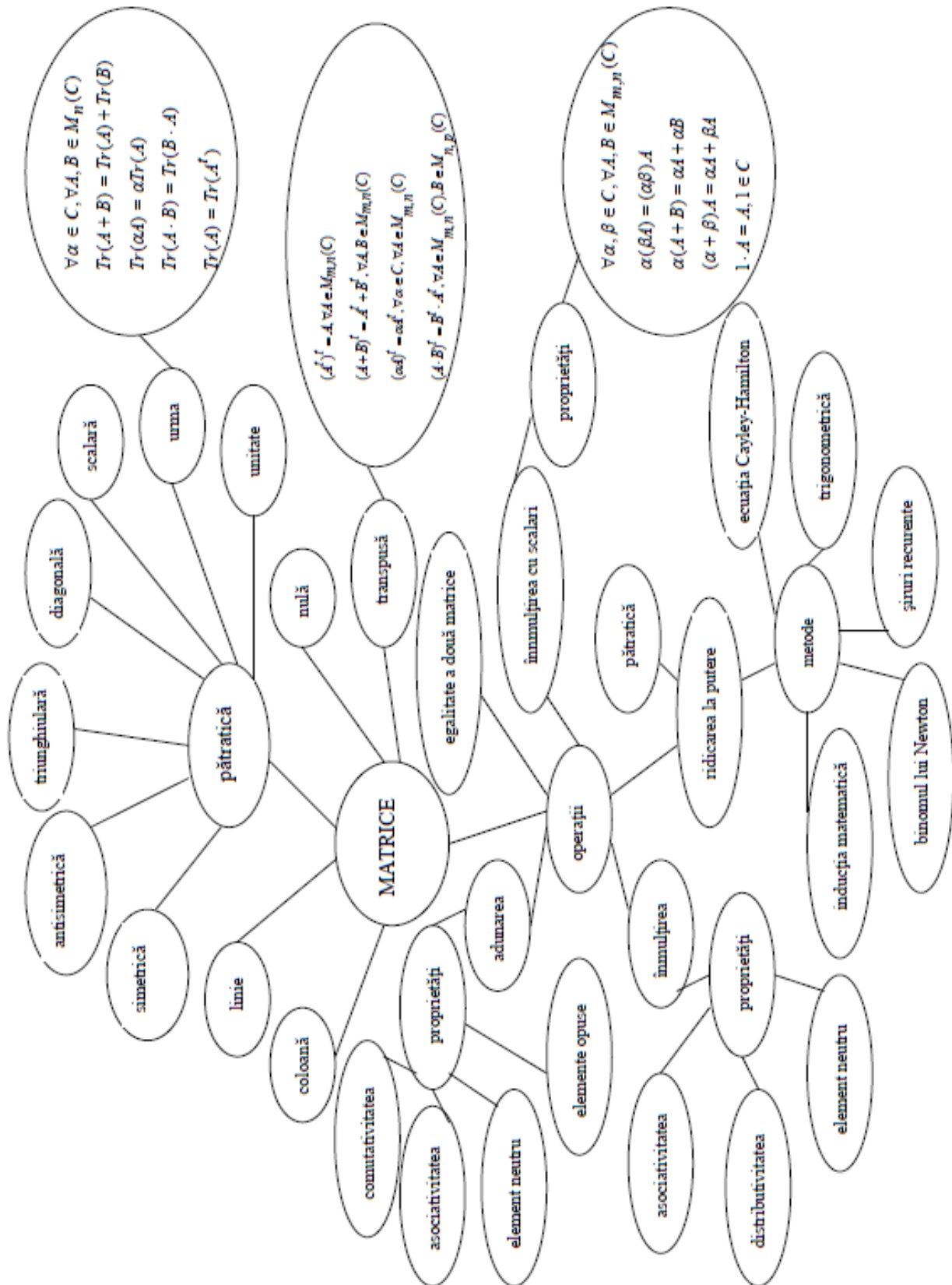


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplifică: metoda ciorchinelui pentru o lecție de recapitulare și sistematizare a cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor referitoare la poliedre, clasa a VIII-a.

R: Revedi paragraful 3.8.7.

3.8.8. Tehnica DIAGramei VENN

Tehnica ce poartă numele logicianului englez John Venn reprezintă o tehnică de organizare grafică a informațiilor. Are rolul de a reprezenta sistematic, într-un mod cât mai creativ, asemănările și deosebirile evidente dintre două categorii de operații matematice. Dă rezultate deosebite la activitatea în echipă. (Pfeifer, G. , www.pagini-scolare.ro)

Diagrama reprezintă una sau mai multe mulțimi și o relație logică între acestea. Mulțimile sunt reprezentate sub forma unor cercuri/elipse. Zona de suprapunere a doua cercuri/elipse (mulțimi) conține elementele comune ambelor mulțimi, și reprezintă o a treia mulțime. Cercurile/elipsele care nu se întretaie reprezintă mulțimi fără elemente comune (disjuncte).

Exersarea sarcinilor ce implică Diagrama Venn facilitează :

- Concentrarea atenției.
- Eficientizarea rezolvării unei probleme sau situații problemă.
- Formarea spiritului de analiză sistematică.
- Transferarea soluției la o altă situație asemănătoare.

Diagrama Venn are o scară largă de aplicabilitate, în orice etapă a lecției, la orice tip de lecție, în cadrul tuturor modurilor de organizare a clasei (frontal, individual, în perechi, pe grupe).



Exemplu 1:

Tema: Proprietăți ale triunghiurilor - clasa a VI-a.

Etape:

1. Comunicarea sarcinii de lucru și activitatea individuală

Folosiți diagrama Venn pentru a ilustra relațiile între triunghiurile isoscele, triunghiurile echilaterale și triunghiurile dreptunghice. Enunțați proprietăți ale acestora.

Elevii lucrează independent.

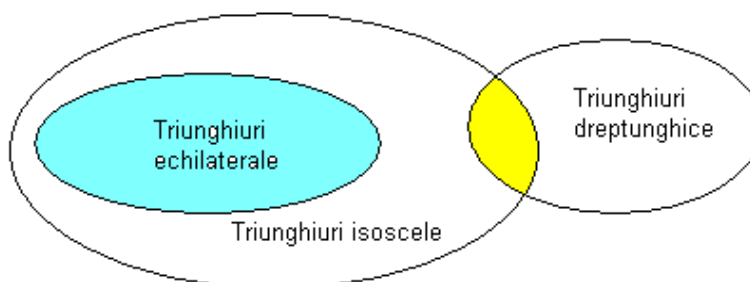
2. Activitatea în grup

Se formează grupe a câte 4 elevi fiecare și în fiecare grup, elevii completează diagrama Venn pentru cele trei figuri geometrice plane și proprietățile acestora, adăugând sau corectând informațiile găsite independent. Între elevi are loc un schimb de informații, argumente, aprecieri, analize comparative și se definitivează sarcina inițială.

3. Activitatea frontală

Pe tablă se realizează diagrama Venn și se completează cu idei de la toate grupele.

DIAGRAMA VENN





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Diagrama Venn de mai sus arată trei intersecții :

- culoarea galbenă arată mulțimea triunghiurilor dreptunghice isoscele (triunghiul dreptunghic isoscel este un caz particular de triunghi dreptunghic dar și de triunghi isoscel),
- culoarea albastră arată incluziunea mulțimii triunghiurilor echilaterale în mulțimea triunghiurilor isoscele (triunghiul echilateral este un caz particular de triunghi isoscel),
- mulțimea triunghiurilor echilaterale nu se intersectează cu mulțimea triunghiurilor dreptunghice (în triunghiul dreptunghic ipotenuza este mai mare decât fiecare dintre celelalte două laturi).

Se repetă cu întreaga clasă proprietățile celor trei clase de triunghiuri.

Exemplu 2:

Tema: Patrulater particulare: Dreptunghiul. Pătratul- Reactualizarea cunoștințelor din ciclul primar- la clasa a VI-a.

Etape:

1. Comunicarea sarcinii de lucru și activitatea individuală

Stabiliți asemănări și deosebiri între pătrat și dreptunghi. Elevii lucrează independent. Într-o elipsă scriu proprietăți ale pătratului, iar în cealaltă, proprietăți ale dreptunghiului. În intersecția celor două elipse scriu proprietăți comune celor două figuri geometrice plane.

2. Activitatea în perechi

Se păstrează așezarea în bănci și în fiecare pereche, elevii completează diagrama Venn pentru cele două figuri geometrice plane, adăugând sau corectând informațiile găsite de ei.

Între elevi are loc schimb de informații, argumente, aprecieri, analize comparative și se definitivează sarcina inițială.

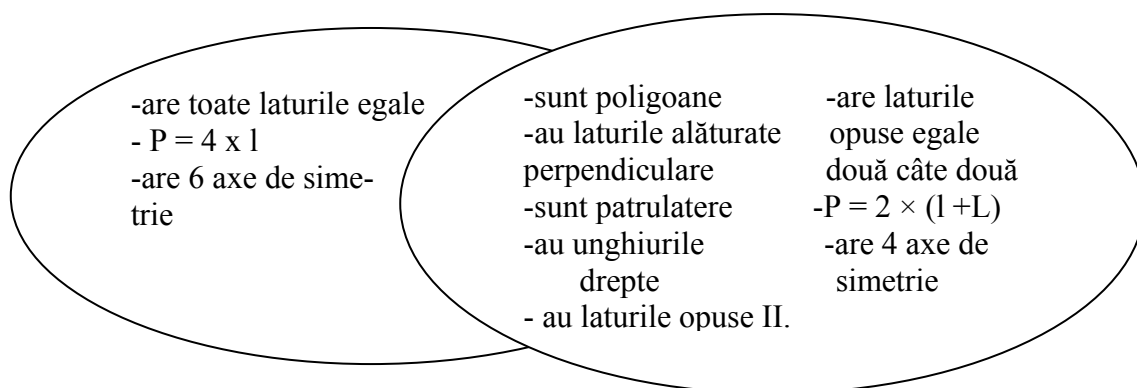
3. Activitatea frontală

Pe tablă se realizează diagrama Venn și se completează cu idei de la toate perechile:

DIAGRAMA VENN

PĂTRATUL

DREPTUNGHIUL





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplifică: metoda diagramei Venn pentru tema: Pătratul și rombul. Definiții,

proprietăți- clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.8.

3.8.9. Metoda CADRANELOR

Metoda a gândirii critice, este o modalitate de rezumare și sintetizare a unui conținut informațional solicitând participarea și implicarea elevilor în înțelegerea lui adecvată. Metoda presupune trasarea a două axe principale perpendiculare în urma cărora apar ”patru cadrane”. În cadrul acestei metode se poate lucra individual sau cu clasa împărțită pe grupe și atunci fiecare grupă va primi câte o fișă. Se pot propune diferite cerințe în cadrul metodei cadranelor în funcție de obiectivele urmărite în lecția respectivă. Activitatea se poate desfășura pe grupe sau ca activitate independentă. În cazul organizării pe echipe, fiecare grup va avea propriul cadran. La finalul exercițiului dirijat de cadrul didactic, se vor prezenta variantele lucrate, fie într-un Tur al galeriei, fie prin completarea unui cadran la tablă. Lucrul individual, în echipe sau participarea întregii clase la realizarea “cadranelor” este o provocare și determină o întrecere în a demonstra asimilarea corectă și completă a cunoștințelor noi, conexiuni legate de termenul propus.

Metoda poate fi folosită la o lecție de consolidare, dar și ca evaluare, după o serie de activități ce au presupus aceeași abordare. (Breben S, Gangea E., Fulga M., 2002, apud www.pagini-scolare.ro)

Se poate utiliza această metodă în lecțiile ce presupun rezolvare de probleme, deoarece stimulează atenția și gândirea și conduce cu ușurință la sintetizarea informațiilor, scoțând în evidență modul propriu de gândire și înțelegere al elevului.



Exemplu 1:

Tema: Probleme care se rezolvă prin ecuații. (Metoda figurativă-pentru verificare)-
Lecție de recapitulare și sistematizare- clasa a VI-a.

Etape:

1. Se constituie 6 grupe a câte 4 elevi fiecare.
2. Fiecare grupă primește câte o fișă de lucru pe care se află scris textul problemei care urmează să fie rezolvată.

FIȘA DE LUCRU NR.1

Suma a trei numere naturale consecutive este 315. Să se afle cele trei numere.

FIȘA DE LUCRU NR.2

Suma a trei numere este 418. Dacă primul număr este de două ori mai mare decât al treilea, iar al doilea cu 2 mai mic decât sfertul primului, află numerele.

FIȘA DE LUCRU NR.3

Într-o clasă sunt 23 elevi. Dacă ar mai veni 4 băieți, atunci fetele ar fi de două ori mai multe decât băieții. Află câți băieți și câte fete sunt în acea clasă.

FIȘA DE LUCRU NR.4

Suma a trei numere este 660. Află numerele știind că al treilea este dublul primului număr, iar al doilea număr este de trei ori mai mare decât primul.

FIȘA DE LUCRU NR.5

În doi saci sunt 150 kg făină. Dacă din primul sac se scot 3 kg și se adaugă la al doilea, atunci în primul sac sunt de două ori mai multe kg decât în al doilea. Câte kg de făină sunt în fiecare sac?

FIȘA DE LUCRU NR.6

Află numărul natural care, adunat cu sfertul său, este egal cu 250.

Sub textele problemelor sunt trasate cele două drepte perpendiculare pentru formarea celor patru cadrane. Elevii citesc cu atenție textul problemei.

3.Se anunță elevilor cerințele corespunzătoare pentru completarea celor patru cadrane: Cadrantul I: Scrie datele problemei prescurtat; Cadrantul II: Notează necunoscuta problemei, scrie ecuația de rezolvare a problemei și realizează reprezentarea grafică a problemei; Cadrantul III: Rezolvă ecuația problemei și redactează planul logic de rezolvare al problemei; Cadrantul IV: Verifică și scrie răspunsul problemei și/sau scrie formulele numerice.

4.Se verifică modul de rezolvare al problemei prin citirea a ceea ce s-a scris în fiecare cadran și corectarea eventualelor greșeli.

Metoda este eficientă deoarece delimitează clar în mintea elevului etapele pe care trebuie să le parcurgă pentru a obține rezultatul problemei. Poate fi utilizată și în compunerea de probleme: acoperind cadrantul I și descoperind doar cadranele II, III sau IV se poate cere elevilor să compună probleme asemănătoare (reprezentării grafice, sau planului de rezolvare).

Exemplificare a celor patru cadrane pentru FIȘA DE LUCRU NR.5

<p>I. 150 kg făină.....-3 kg din I sac și se pun în II.....I sac rămâne dublul cantității celui de al doilea.....? kg în fiecare sac</p>	<p>II. Se notează cu x cantitatea din sacul mai ușor. Ecuația problemei: $3x+9 = 150$ -3 +3 x.. } 150</p>
<p>IV. Verificare: $103 + 47 = 150$ R: 103 kilograme</p>	<p>III. Rezolvare: $3x = 141$ $x = 47$ $150 - 47 = 103$</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

<p>Formule numerice: $(150 - 6) : 3 =$ $150 - (150 - 6) : 3 =$</p>	<p>-suma segmentelor egale: $150 - 9 = 141$ - sacul mai ușor: $141 : 3 = 47$ (kilograme) - sacul mai greu: $150 - 47 = 103$ (kilograme)</p>
--	---



Exemplifică: metoda cadranelor pentru o lecție de matematică ce presupune rezolvarea de probleme prin ecuații, clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.9.

3.8.10. Metoda ȘTIU/VREAU SĂ ȘTIU/AM ÎNVĂȚAT

KWL elaborată de Donna M. Ogle în 1986 , (Wilson, Nick et al., 2001 apud Neagu, M., Mocanu. M., 2007, p.49) este o metodă de învățare prin descoperire prin care elevii realizează un inventar a ceea ce știu deja despre o temă și apoi formulează întrebări legate de tema nouă la care vor găsi răspunsuri prin valorificarea cunoștințelor anterioare.

Etapele metodei :

- colectivul clasei se organizează în perechi/grupe și fiecare pereche/grupă primește ca sarcină realizarea unei liste cu tot ceea ce știe sau crede că știe despre o anumită temă. În timp ce elevii realizează lista, profesorul desenează pe tablă un tabel pe care elevii îl vor completa întâi în perechi/grupe și apoi la tablă;

Știu	Vreau să știu	Am învățat
Informații pe care elevii le dețin cu privire la tema ce urmează să fie abordată.	Întrebări pe care elevii le au în legătură cu tema respectivă.	Informații dobândite după activitatea de învățare.

- fiecare pereche/grupă va completa propriul tabel și se vor nota apoi, în tabelul de pe tablă, în coloana din stânga, informațiile cu care toată clasa este de acord ;
- elevii vor formula întrebările generate de noua temă, iar profesorul le va scrie în a doua coloana a tabelului. Aceste întrebări vor evidenția nevoile de învățare ale elevilor în legătură cu tema aflată în discuție ;
- elevii citesc individual lecția din manual, iar după lectură, se revine asupra întrebărilor din a doua coloana și se analizează la care dintre întrebări s-a găsit răspunsul în text; răspunsurile elevilor vor fi notate în coloana AM ÎNVĂȚAT.
- elevii compară ceea ce cunoșteau deja în legătură cu tema respectivă (informațiile din prima



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

coloană a tabelului) cu ceea ce ei au învățat (informațiile din a treia coloană a tabelului); unele dintre întrebările lor pot rămâne fără răspuns sau pot genera întrebări noi, în aceste cazuri, întrebările pot fi folosite ca punct de plecare pentru investigații personale.

- informațiile cuprinse în coloana AM ÎNVĂȚAT vor fi structurate sub forma lecției noi.

**Exemplu:****Tema lecției:** Grupuri- clasa a XII-a.**Etape:**

1. Se formează 5 grupe a câte 5 elevi fiecare. Elevii aleg câte un cartonaș pe care sunt scrise numere de la 1 la 5. Pe mesele de lucru se plasează de asemenea câte un cartonaș cu numere de la 1 la 5, astfel că, elevii care au ales cartonașele cu numărul 1 formează grupa cu numărul 1 și se așează la masa de lucru unde se află cartonașul cu numărul 1, elevii care au ales cartonașele cu numărul 2 formează grupa cu numărul 2 și se așează la masa de lucru unde se află cartonașul cu numărul 2 ș.a.m.d.

2. Elevii citesc textul problemei (*Pe mulțimea numerelor întregi Z se definește aplicația: $x*y=x+y-2$. Să se arate că $(Z, *)$ este grup comutativ*) și în cadrul grupului din care fac parte încearcă să stabilească ceea ce știu și ceea ce vor să știe. Apoi, se discută părerile elevilor, discuția având loc frontal.

3. Elevii notează pe fișa de lucru ceea ce știu și ceea ce vor să știe în rubricile corespunzătoare.

4. Se completează rubrica „Am învățat”. Aici, elevii scriu operațiile și rezultatele corespunzătoare fiecărei întrebări din rubrica „Vreau să știu”.

<i>Știu</i>	<i>Vreau să știu</i>	<i>Am învățat</i>
<ul style="list-style-type: none"> • ce este o lege de compoziție. • proprietățile generale ale legilor de compoziție: <p>Fie $G \neq \emptyset$ și $*$ o lege de compoziție pe G.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Asociativitatea $(x*y)*z=x*(y*z), \forall x,y,z \in G$; - Elementul neutru $\exists e \in G$ a.î. $\forall x \in G$ să avem: $e*x=x*e=x$; - Elementul simetrizabil: Pentru fiecare $x \in G, \exists x' \in G$ a.î. $x*x'=x*x=e$; - Comutativitatea: $x*y=y*x, \forall x,y \in G$; <ul style="list-style-type: none"> • Ce este un grup; • Ce este un grup comutativ. 	<p>1. Dacă aplicația $*$ este asociativă.</p> <p>2. Dacă aplicația $*$ are element neutru.</p> <p>3. Orice element din G este simetrizabil în raport cu $*$.</p>	<p>$x*y=x+y-2$ Verificăm dacă $(x*y)*z=x*(y*z)$ $(x*y)*z=(x+y-2)*z$ $=x+y-2+z-2$ $=x+y+z-4$ $x*(y*z)=x*(y+z-2)$ $=x+y+z-2-2$ $=x+y+z-4$ $\Rightarrow x*y=x+y-2$ este asociativă.</p> <p>Să arătăm că există $e \in Z$ a.î. $x*e=e*x=x, \forall x \in Z$. Din $x*e=x, \forall x \in Z$ rezultă $x+e-2=x$ sau $e=2 \in Z$. $\Rightarrow x*y=x+y-2$ are element neutru.</p> <p>Fie $x \in Z$. Să arătăm că există $x' \in Z$ pentru care $x*x'=x'*x=e$. Din $x*x'=e$ $\Rightarrow x+x'-2=e$ sau $x'=4-x \in Z$. Deci $x'=4-x$</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

		este simetricul lui x în raport cu $*$.
	4. Dacă aplicația $*$ este comutativă.	Avem de demonstrat că $x*y=y*x, \forall x,y, \in Z$. Relația de demonstrat se rescrie $x+y-2=y+x-2, , \forall x,y, \in Z$, ceea ce este adevărat deoarece adunarea pe Z este comutativă ($x+y=y+x$)
		Din 1.,2.,3.,3., $\Rightarrow (Z,*)$ grup abelian.



Exemplu:

Tema lecției: Teorema înălțimii și teorema catetei- clasa a VII-a.

Tipul lecției: de predare de noi cunoștințe.

Unitatea de învățare: Relații metrice în triunghiul dreptunghic.

Etape:

1. Se formează 2 grupe de elevi. Elevii aleg câte un cartonaș pe care sunt scrise numerele 1 sau 2. Cu mesele unite se formează două puncte de lucru, pe care se plasează un cartonaș cu numerele 1 sau 2, astfel că, elevii care au ales cartonașele cu numărul 1 formează grupa cu numărul 1 și se așează la masa de lucru unde se află cartonașul cu numărul 1 și elevii care au ales cartonașele cu numărul 2 formează grupa cu numărul 2 și se așează la masa de lucru unde se află cartonașul cu numărul 2.

2. Elevii citesc textele problemelor din fișele de lucru:

Fișa nr 1

Fie ΔABC dreptunghic cu $m(\angle A)=90^\circ$ și AD perpendiculara din A pe BC .

Ar putea avea loc relațiile:

a) $BD/AB=AB/BC$

b) $AD/DC=BD/AD$?

Fișa nr 2

1) În ΔABC , $m(\angle A)=90^\circ$, $AD \perp BC$, $BD=5\text{cm}$, $BC=12\text{cm}$, calculează AB .

2) În ΔABC , $m(\angle A)=90^\circ$, $AD \perp BC$, $DC=4\text{ cm}$, $BD=9\text{ cm}$, calculează AD .

3) În ΔMNP , $m(\angle N)=90^\circ$, $NR \perp MP$, $NR=12\text{ cm}$, $RP=8\text{cm}$, calculează MR .

4) În ΔABC , $m(\angle A)=90^\circ$, $AD \perp BC$, $AD=15\text{cm}$, $DC=10\text{ cm}$, calculează BC .

5) În ΔEFG , $m(\angle F)=90^\circ$, $FO \perp EG$, $OE=a$, $OG=a$, calculează EG, FE, FG .

și în cadrul grupului din care fac parte încearcă să stabilească ceea ce știu și ceea ce vor să știe.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

3. Elevii notează pe fișa de lucru ceea ce știu și ceea ce vor să știe în rubricile corespunzătoare.

4. Se completează rubrica „Am învățat”. Aici, elevii scriu operațiile și rezultatele corespunzătoare fiecărei întrebări din rubrica „Vreau să știu”. Timp de lucru: 10-15 minute.

După expirarea timpului se lucrează la tablă și se confruntă rezolvările.

<i>Știu</i>	<i>Vreau să știu</i>	<i>Am învățat</i>
Proiecția unui punct pe o dreaptă. Media geometrică (proporțională). Teorema fundamentală a asemănării.	Fie $\triangle ABC$ dreptunghic cu $m(\angle A) = 90^\circ$ și AD perpendiculara din A pe BC . Ar putea avea loc relațiile: a) $BD/AB = AB/BC$ b) $AD/DC = BD/AD$ Ce exprimă ele? Cine sunt segmentele din relațiile de mai sus?	Strategie de lucru : 1) construim figura; 2) recunoaștem triunghiurile posibil asemenea; 3) demonstrăm asemănarea folosind un criteriu de asemănare; 4) alegem rapoartele convenabile; 5) căutam să dăm o altă formă relațiilor și să denumim segmentele din relații. $AB^2 = BD \times BC$ sau $AB = \sqrt{BD \times BC}$ (teorema catetei). $AD^2 = BD \times DC$ sau $AD = \sqrt{BD \times DC}$ (teorema înălțimii). BD, DC = proiecțiile catetelor AB și AC pe ipotenuza BC . AD = înălțimea dusă din vârful A pe ipotenuză.



Exemplifică: metoda Știu/Vreau să știu/Am învățat pentru lecția cu tema: Adunarea numerelor întregi- clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.10.

3.8.11. Metoda TURUL GALERIEI

Turul galeriei este o metodă interactivă de învățare bazată pe colaborarea între elevi, care sunt puși în ipostaza de a găsi soluții de rezolvare a unor probleme. Această metodă presupune evaluarea interactivă și profund formativă a produselor realizate de grupuri de elevi.

Astfel, **turul galeriei** constă în următoarele **etape**:

1. Elevii, în grupuri de trei sau patru, rezolvă o problemă (o sarcină de învățare) susceptibilă de a avea mai multe soluții (mai multe perspective de abordare).
2. Produsele muncii grupului se materializează într-o schemă, diagramă, inventar de idei etc. notate pe o hârtie (un poster).
3. Posterele se expun pe pereții clasei, transformați într-o veritabilă galerie.
4. La semnalul cadrului didactic, grupurile trec pe rând, pe la fiecare poster pentru a examina soluțiile propuse de colegi. Comentariile și observațiile vizitatorilor sunt scrise pe posterul analizat.
5. După ce se încheie turul galeriei (grupurile revin la poziția inițială, înainte de plecare) fiecare echipă își reexaminează produsul muncii lor comparativ cu ale celorlalți și discută



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

observațiile și comentariile notate de colegi pe propriul poster. (Leonte R., 2007, apud www.pagini-scolare.ro)

Observație: Metoda Turul galeriei poate fi folosită împreună cu alte metode interactive, în faza de prezentare a produselor (rezultatelor muncii echipelor). Elevii oferă și primesc un feedback referitor la munca lor și au șansa de a compara produsul muncii lor cu al altor echipe, într-un mod organizat și productiv.

Avantajele metodei:

- atrage și stârnește interesul elevilor care interacționează;
- promovează autoevaluarea și interevaluarea obiectivă;
- reduce fenomenul blocajului emoțional.



Exemplu de aplicare a metodelor: Mozaicul și Turul galeriei

Tema: „ Proprietăți ale determinanților”- clasa a XI-a.

Etape:

- 1.Se formează 3 grupe eterogene.
- 2.Se trage la sorți una dintre fișele numerotate: 1, 2, 3.

Fișa nr. 1 : . Să se calculeze determinanții:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$$

P1) Dacă elementele de pe o linie (sau coloană) sunt toate zero, atunci determinantul este egal cu zero.

Fișa nr. 2 : Să se calculeze determinanții:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & -4 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a & x & ka \\ b & y & kb \\ c & z & kc \end{vmatrix}$$

P2) Dacă elementele de pe două linii (sau coloane) sunt proporționale, atunci determinantul este egal cu zero.

Fișa nr. 3 : Să se calculeze determinanții:

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 6 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a & x & a \\ b & y & b \\ c & z & c \end{vmatrix}$$

P3) Dacă elementele de pe două linii (sau coloane) sunt identice, atunci determinantul este egal cu zero.

Ca sarcină de lucru, elevii vor calcula valoarea determinanților, prin una din metodele învățate și apoi vor compara rezultatele obținute la fiecare dintre cei doi determinanți. (Se verifică totodată și modul în care și-au însușit cele trei metode de calcul ale determinanților: REGULA TRIUNGHIULUI, REGULA LUI SARRUS SAU DESCOMPUNEREA DUPĂ O LINIE SAU COLOANĂ)

-Se cere apoi ca elevii din fiecare grup să privească cu atenție determinanții și să observe caracteristicile comune ale celor doi determinanți (asemănările dintre elementele de pe linie (linii) sau coloană (coloane) a celor doi determinanți).

-Fiecare echipă desemnează un reprezentant care va scrie pe tablă rezultatele găsite și va preciza care au fost constatările pe care le-a făcut echipa din care face parte.

-Toți elevii vor fi atenți pentru a vedea ce a avut fiecare echipă de lucru, la ce rezultate s-a ajuns și care au fost caracteristicile comune celor doi determinanți avuți spre rezolvare.

-La final, se vor nota în caiete enunțurile proprietăților determinate de către elevi.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu de aplicare a metodelor: Turul galeriei și Ciorchinelui

Tema: „Triunghiul isoscel, echilateral și dreptunghic”- clasa a VI-a.

Etape:

1. Se formează 3 grupe eterogene.

2. Se trage la sorți una dintre fișele numerotate: 1, 2, 3.

Fișa nr. 1: 1. Construiți triunghiul isoscel MNP , cunoscând lungimea bazei $NP = 4$ cm, înălțimea corespunzătoare bazei $MA = 5$ cm, unde $A \in [NP]$.

2. Enunțați și scrieți cu ajutorul simbolurilor matematice proprietățile triunghiului isoscel.

3. Realizați un ciorchine pe planșă având ca nucleu triunghiul isoscel.

Fișa nr. 2: 1. Construiți triunghiul echilateral EFG , cunoscând lungimile laturilor $EF = FG = 4,5$ cm și $m(\angle F) = 60^\circ$.

2. Enunțați și scrieți cu ajutorul simbolurilor matematice proprietățile triunghiului echilateral.

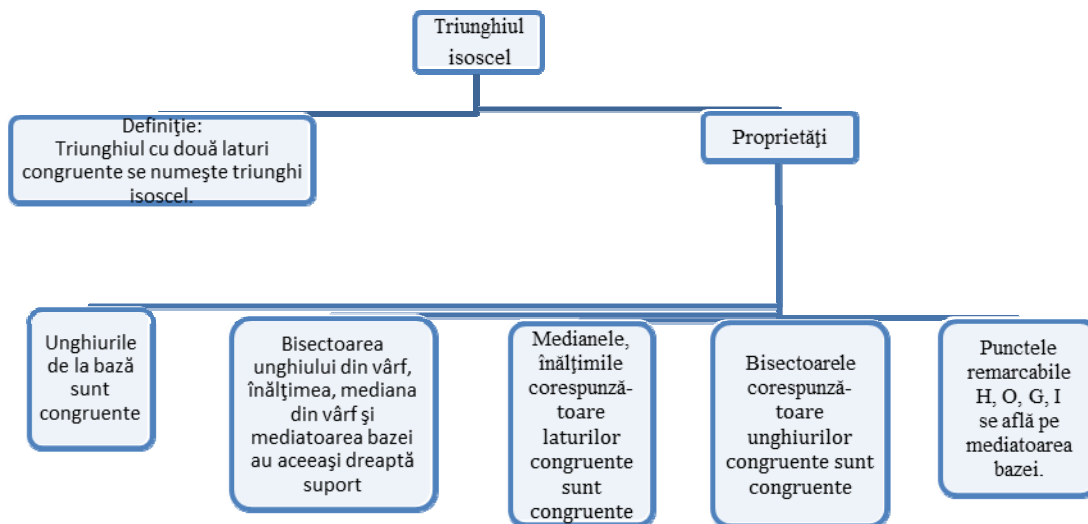
3. Realizați un ciorchine pe planșă având ca nucleu triunghiul echilateral.

Fișa nr. 3: 1. Construiți triunghiul dreptunghic CDE , cunoscând lungimea laturii $DE = 5$ cm, $m(\angle D) = 90^\circ$ și $m(\angle E) = 40^\circ$.

2. Enunțați și scrieți cu ajutorul simbolurilor matematice proprietățile triunghiului dreptunghic.

3. Realizați un ciorchine pe planșă având ca nucleu triunghiul dreptunghic.

Exemplu de ciorchine corespunzător fișei nr.1:



Exemplifică metoda Turul galeriei pentru Tema: „Patrulater”- clasa a VII-a.

R: Revezi paragraful 3.8.11.

3.8.12. Metoda CVINTETUL

Este o poezie în 5 versuri care pune accentul pe forța creativă a elevului. Ea impune sintetizarea unor informații, conținuturi în exprimări clare care descriu sau prezintă reflecții asupra



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

temei date sau subiectului dat. Este o poezie a cărei construcție are la bază anumite reguli pe care elevii trebuie să le respecte, iar timpul de întocmire este de 5-7 minute.

Se poate porni de la un subiect (un cuvânt-cheie din lecția zilei respective sau din lecția anterioară), iar elevii, în timpul dat, trebuie să dovedească capacitatea lor de a crea și de a fi receptivi la cele discutate în clasă. E o metodă eficientă care combină utilul cu plăcutul.

Regulile de întocmire ale unui cvintet:

-primul vers: 1 cuvânt care precizează **subiectul**;

-al II-lea vers: 2 cuvinte care **descriu** subiectul;

-al III-lea vers: 3 cuvinte care exprimă **acțiuni**;

-al IV-lea vers: 1 propoziție, formată din patru cuvinte care exprimă **o idee, o definiție** sau **sentimente** față de subiect;

-al V-lea vers: 1 cuvânt care exprimă **esența** subiectului.

Metoda poate fi folosită fie la captarea atenției (5 minute)- pentru a recapitula ceea ce se cunoaște despre tema dată, fie la feedback - pentru a verifica ceea ce s-a învățat.



Exemple de cvintete:

Geometria

Dificilă, atractivă

Gândești, desenezi, calculezi

Dezvoltă gândirea tuturor elevilor

Creativă.

Necunoscuta

Căutată, neștiută

Determini, calculezi, verifici

Se determină făcând proba

Ecuatie.

Pătratul

Patrulater, paralelogram

Măsoară, desenează, calculează

Are toate laturile egale

Simetrie.



Exemplifică: metoda cvintetului pentru captarea atenției în cadrul unei lecții de recapitulare și sistematizare a cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor referitoare la Triunghiul isoscel, clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 3.8.12.

3.8.13. Metoda TEHNICA LOTUS (FLOAREA DE NUFĂR) (LOTUS BLOSSOM TECHNIQUE)

Tehnica florii de nufăr presupune deducerea de conexiuni între idei, concepte, pornind de la o temă centrală. Problema sau tema centrală determină cele 8 idei secundare care se construiesc în jurul celei principale, asemeni petalelor florii de nufăr.

Etape:

1. Construirea diagramei, conform figurii prezentate;

2. Scrierea temei centrale în centrul diagramei;

3. Participanții se gândesc la ideile sau aplicațiile legate de tema centrală. Acestea se trec în cele 8 "petale" (cercuri) ce înconjoară tema centrală, de la A la H, în sensul acelor de ceasornic.

4. Folosirea celor 8 idei deduse, drept noi teme centrale pentru celelalte 8 cadrane. ("flori de nufăr").

5. Etapa construirii de noi conexiuni pentru cele 8 noi teme centrale și consemnarea lor în diagramă. Se completează în acest mod cât mai multe cadrane. ("flori de nufăr").



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

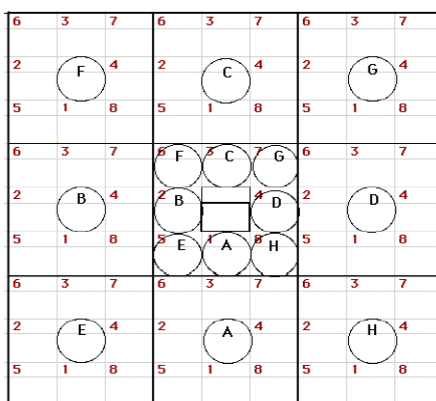


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

6. Etapa evaluării ideilor. Se analizează diagramele și se apreciază rezultatele din punct de vedere calitativ și cantitativ. Ideile emise se pot folosi ca sursă de noi aplicații și teme de studiu în lecțiile viitoare.

Tehnica Lotus stimulează munca colaborativă în echipă și efortul creativ al fiecărui membru al grupului în soluționarea sarcinii date. Există și o oarecare competiție între grupe, în sensul găsirii celei mai potrivite idei (care poate fi supusă discuției în etapa nr. 5), în rapiditatea cu care lucrează un grup față de altul, cu toate că acestea nu se înscriu în dezideratele metodei. Scopul central este participarea tuturor elevilor la un exercițiu creator și, în unele cazuri, la găsirea unei soluții la o problemă dată. Elevii lucrează cu plăcere în cadrul acestei tehnici, mai ales dacă grupurile au fost alese preferențial. (adaptat după “*Thinkpak*” de Michael Michalko, 1994, apud Oprea, C.L., 2003, p.15).



LOTUS DE GRUP

Varianta nr.1

Etape:

1.Cadrul didactic anunță tema centrală.

2.Elevii au câteva minute de gândire în mod individual, după care se va proceda la completarea orală a celor 8 idei secundare ale temei centrale, pe baza dialogului și consensului desfășurat între elevi și profesor. Ideile secundare se trec în diagramă.

3.Colectivul se împarte apoi în 8 grupe de câte 3, 4 sau 5 elevi fiecare, în funcție de numărul de elevi din clasă. Acolo unde un grup este deficitar din punct de vedere al numărului de elevi, cadrul didactic va participa ca membru al aceluși grup.

4.Ideile secundare devin teme centrale pentru fiecare din cele 8 grupuri constituite. Astfel, fiecare grup lucrează independent, la dezvoltarea uneia dintre ele, exercițiu creator la care participă toți membrii grupului.

De exemplu: - grupul A are de găsit 8 idei pentru tema A;

- grupul B are de găsit 8 idei pentru tema B etc.

5.Prezentarea în fața colectivului a rezultatelor fiecărui grup în parte. Completarea diagramei pe baza ideilor expuse de fiecare grup și a discuțiilor purtate între membrii grupurilor în scopul clarificării și corectării. (Oprea, C.L., 2009, p.207)

6.Evaluarea muncii colaborative în grup, aprecierea participării și folosirea rezultatelor obținute în activitățile următoare.

Tehnica Lotus stimulează munca colaborativă în echipă și efortul creativ al fiecărui membru al grupului în soluționarea sarcinii date. Există și o oarecare competiție între grupe, în sensul găsirii celei mai potrivite idei (care poate fi supusă discuției în etapa nr.5), în rapiditatea cu care lucrează un grup față de altul, cu toate că acestea nu se înscriu în dezideratele metodei. Scopul central este participarea tuturor elevilor la un exercițiu creator și, în unele cazuri, la găsirea unei soluții la o problemă dată. Elevii lucrează cu plăcere în cadrul acestei tehnici, mai ales dacă grupurile au fost alese preferențial.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Varianta nr.2

Etape:

1. Cadrul didactic sau elevii propun tema centrală.
2. Moment de lucru independent: fiecare elev se gândește la ideile conexe.
3. Discutarea ideilor obținute și trecerea lor în diagramă. (Oprea, C.L., 2009, p.208)
4. Constituirea grupurilor. De data aceasta nu mai este necesar să se constituie numărul fix de 8 grupe, ci a unora similare ca număr de elevi sau ca posibilități creative.
5. Fiecare grup își aduce contribuția la întreaga diagramă, având în vedere dezvoltarea, atât cât poate, a fiecăreia dintre cele 8 noi teme centrale stabilite. Astfel, având o limită de timp, membrii grupului A, de exemplu, vor elabora pe rând, cât mai multe idei (maxim 8 idei) pentru temele A, B, C, D, E, F, G, H, trecându-le în diagrama pe care fiecare grup o are la dispoziție.
6. la un semn (dat de cadrul didactic), diagramele se schimbă între grupuri, în sensul acelor de ceasornic. Locurile (cercurile) din diagramă rămase goale de la grupul precedent au șansa de a fi completate acum. Rotirea diagramelor se face până când acestea ajung la grupul inițial.
7. În final se citesc diagramele și se apreciază rezultatele.

Dacă diagrama este completată în întregime (toate cele 8 cadrane), rezultă un număr de 64 de idei noi, conexe, care împreună cu cele 8 teme din care decurg, alcătuiesc 72 de idei generate de tema centrală.

În stabilirea temei centrale se poate pleca de la una propusă de cadrul didactic sau de către elevi: Tema poate fi anunțată sau nu în lecția premergătoare. În cazul în care ea este dinainte cunoscută de către elevi, aceștia sunt motivați să lucreze singuri acasă înainte, căutând variante, culegând materiale pentru a găsi cât mai multe soluții. (Oprea, C.L., 2009, p.209)



Exemplu :

Etape:

- 1.În cadrul lecției cu **tema:** Unități de măsură - clasa a V-a, se poate alege această temă ca temă centrală pentru aplicarea acestei metode.
- 2.După aflarea temei fiecare elev se gândește independent la ideile conexe acestei teme centrale.
- 3.Are loc apoi discutarea ideilor la care s-au gândit elevii și se trec în diagramă cele potrivite temei centrale, respectiv: 1. unități de măsură pentru timp, 2. unități de măsură pentru arie, 3. unități de măsură pentru volum, 4. unități de măsură pentru capacitate, 5. unități de măsură pentru masă, 6. unități monetare, 7.transformări între unitățile de măsură, 8. rezolvări de probleme corespunzătoare temei.
- 4.În această etapă se constituie grupurile. Se pot forma 8 grupe de câte 3, 4, sau 5 elevi. Cele opt grupe se formează prin numărare de la 1 la 8. Elevii cu numărul 1 au format grupa 1, elevii cu numărul 2 – grupa 2,..., iar elevii cu numărul 8 – grupa 8.
- 5.Timp de 10 minute, fiecare grup își aduce contribuția la completarea a cât mai multor exemple, exerciții, sau probleme corespunzătoare celor 8 idei secundare.
- 6.La semnalul :“două bătăi din palme”, se trece la prezentarea în fața colectivului a rezultatelor fiecărui grup în parte, la completarea diagramei pe baza ideilor expuse de fiecare grup și a discuțiilor purtate între membrii grupurilor în scopul clarificării și corectării.
- 7.În această ultimă etapă se apreciază rezultatele.

Pe parcursul completării de către elevi a diagramelor, profesorul urmărește activitatea acestora și unde este cazul îi îndrumă pentru a putea participa toți elevii la această activitate creatoare.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplifică: Tehnica Lotus pentru o lecție cu tema: Poliedre, clasa a VIII-a.

R: Revedi paragraful 3.8.13.

3.8.14. Metoda PREDĂRII-ÎNVĂȚĂRII RECIPROCE

Prin metoda predării-învățării reciproce elevii sunt puși în situația de a fi ei înșiși profesori, de a explica colegilor diverse subiecte teoretice.

Elevii sunt împărțiți în grupe de câte 4, în care fiecare are un rol bine definit.

Rezumatorul - cel care face un scurt rezumat al textului citit;

Întrebătorul - cel care pune întrebări clarificatoare;

Clarificatorul - el trebuie să aibă o viziune de ansamblu și să încerce să răspundă întrebărilor grupului;

Prezicătorul - cel care își va imagina, în colaborare cu ceilalți care va fi cursul evenimentelor.

Metoda este foarte potrivită la matematică pentru studierea textelor științifice. Elevii aceleiași grupe vor colabora în înțelegerea textului și în rezolvarea sarcinilor de lucru, urmând ca frontal să se concluzioneze soluțiile.

Grupele pot avea texte diferite pe aceeași temă, sau pot avea fragmente ale aceluiași text. Ei pot lucra pe fișe diferite, urmând ca în completarea lor să fie o strânsă colaborare sau pot lucra pe o singură fișă pe care fiecare să aibă o sarcină precisă.

Avantajele acestei metode sunt : stimulează și motivează; ajută elevii în învățarea metodelor și tehnicilor de lucru cu textul, tehnici de muncă intelectuală pe care le poate folosi apoi și în mod independent; dezvoltă capacitatea de exprimare, atenția, gândirea cu operațiile ei și capacitatea de ascultare activă; stimulează capacitatea de concentrare asupra textului de citit și priceperea de a selecționa esențialul.



Exemplu:

Tema: Poliedre: descriere, reprezentare în plan, desfășurări – Piramida – clasa a VIII-a.

Elevii, împărțiți în grupe de câte 4 elevi, vor primi pe fișe conținutul ce îl vor avea de învățat:

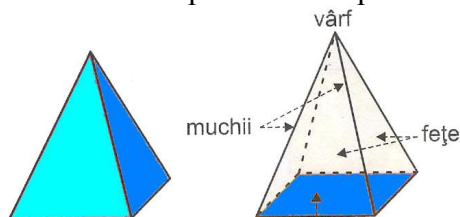
Fișă de lucru - Piramida

Priviți cu atenție imaginile!



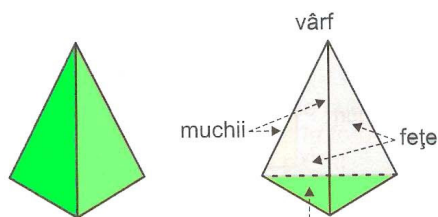
Corpurile de mai sus se numesc piramide.

Elementele componente ale piramidei sunt:



baza piramidei în formă de pătrat

Piramida are 4 fețe și 8 muchii.



baza piramidei în formă de triunghi

Piramida are 3 fețe și 6 muchii.

Fiecare față a piramidei are formă de triunghi.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Piramida cu bază în formă de triunghi are:

3 fețe laterale;

6 muchii;

4 vârfuri.

Piramida cu bază în formă de pătrat are:

4 fețe laterale;

8 muchii;

5 vârfuri.

Rezumatorul: Formulează propoziții referitoare la elementele componente ale piramidei.

Întrebătorul: Pune întrebări colegilor din grupă referitoare la desfășurările piramidelor desenate și notează (desenează) apoi pe fișa sa răspunsurile lor.

Clarificatorul: Întocmește o listă de cuvinte și expresii necunoscute, se folosește de cunoștințele sale sau ale celor din grupa sa pentru a le clarifica.

Prezicătorul: Va identifica piramide în mediul înconjurător sau printre obiectele cunoscute lor.

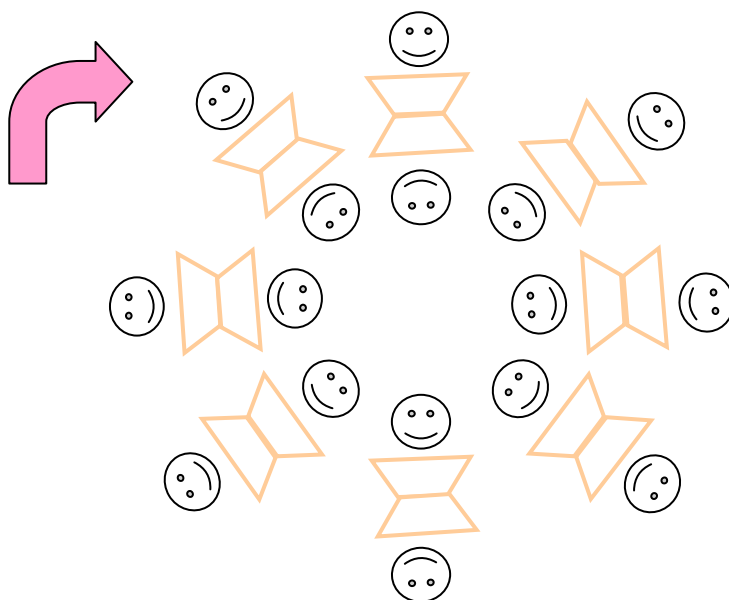


Exemplifică: în cadrul metodei predării-învățării reciproce pentru lecția: Figuri geometrice spațiale, fișa de lucru: Paralelipipedul dreptunghic –clasa a VIII-a.

R: Revezi paragraful 3.8.14.

3.8.15. Metoda “SCHIMBĂ PERECHEA” (SHARE- PAIR CIRCLES)

Share – Pair Circles este o metodă de lucru pe perechi. Se împarte clasa în două grupe egale ca număr de participanți. Se formează două cercuri concentrice, elevii fiind față în față pe perechi.



Cadrul didactic pune o întrebare sau dă o sarcină de lucru în perechi. Fiecare pereche discută și apoi comunică ideile. Cercul din exterior se rotește în sensul acelor de ceasornic, realizându-se astfel schimbarea partenerilor în pereche. Elevii au posibilitatea de a lucra cu fiecare membru al clasei. Fiecare se implică în activitate și își aduce contribuția la rezolvarea sarcinii.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Etapele:

1. Etapa organizării colectivului în două grupe egale.

Fiecare elev ocupă un scaun, fie în cercul din interior, fie în cercul exterior. Cadrul didactic poate să lase elevilor libertatea se a-și alege locul sau poate organiza colectivul punând elevii să numere din doi în doi. Astfel, cei cu numărul 1 se vor așeza în cercul interior cu fața la exterior, iar cei cu numărul 2 în cercul exterior cu fața către elevii din cercul interior. Stând față în față, fiecare elev are un partener. Dacă numărul de elevi este impar, la activitate poate participa și cadrul didactic sau doi elevi pot lucra în “tandem”.

2. Etapa prezentării și explicării problemei:

Cadrul didactic oferă cazurile pentru studiu, problemele de rezolvat sau situațiile didactice și explică importanța soluționării.

3. Etapa de lucru în perechi:

Elevii lucrează doi câte doi pentru câteva minute. Apoi elevii din cercul exterior se mută un loc mai la dreapta pentru a schimba partenerii, realizând astfel o nouă pereche. Jocul se continuă până când se ajunge la partenerii inițiali sau se termină întrebările.

3. Etapa analizei ideilor și a elaborării concluziilor:

În acest moment, clasa se regrupează și se analizează ideile emise. Cadrul didactic face împreună cu elevii o schemă a concluziilor obținute.

Teme de studiu:

- se pot da elevilor întrebări cu răspunsuri eliptice care se vor completa pe rând de către fiecare pereche, iar la final se vor analiza toate răspunsurile și se vor face corectări și completări.
- perechile pot rezolva câte o problemă de pe o fișă dată până la epuizarea sarcinii, iar în final se vor citi rezolvările. Se poate da următoarea comandă (după ce elevii și-au ocupat locurile în cercurile concentrice): „Toți elevii rezolvă punctul nr.1 din fișă, timp de 5 minute.” Are loc apoi schimbarea perechilor și se dă următoarea comandă: „Toate perechile se concentrează la punctul nr. 2 din fișă.” Și așa mai departe, până când se termină fișa de lucru. Se reface colectivul și se analizează pe rând răspunsurile date.

Avantajele metodei Share – Pair Circles:

- este o metodă interactivă de grup, care stimulează participarea tuturor elevilor la activitate;
- elevii au posibilitatea de a lucra cu fiecare dintre membrii colectivului;
- stimulează cooperarea în echipă, ajutorul reciproc, înțelegerea și toleranța față de opinia celuilalt;
- este o metodă ușor de aplicat la orice vârstă și adaptabilă oricărui domeniu și obiect de învățământ;
- dezvoltă inteligența logică-matematică (capacitatea de a analiza logic problemele, de a realiza operații matematice și a investiga științific sarcinile, de a face deducții), inteligența interpersonală ce creează oportunități în munca colectivă. (Oprea, C.L., 2009, p.200)

Lucru în perechi. Copiii lucrează doi câte doi pentru câteva minute.

Copilul aflat în cercul interior spune soluția de rezolvare iar celălalt aduce completări încercând să rezolve cerința. Apoi copiii din cercul exterior se mută un loc mai la dreapta pentru a schimba partenerii, realizând astfel o nouă pereche. Jocul se continuă până când se ajunge la partenerii inițiali sau se termină.

Analiza ideilor și a elaborării concluziilor. În acest moment, copiii se regrupează și se vor analiza pe rând rezolvările problemelor.



Exemplu:

Tema: Proportionalitate directă/proportionalitate inversă - clasa a VI-a.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Etapetele metodei:

1. Etapa organizării colectivului în două grupe egale

Elevii au numărat din doi în doi. Cei cu numere pare se așază în cercul interior cu fața la exterior, iar cei cu numere impare în cercul exterior cu fața către elevii din cercul interior.

2. Etapa prezentării și explicării problemei

Prezentarea **fișei de lucru:**

1. Verifică dacă numerele următoare sunt direct/invers proporționale cu următoarele numere: 3, 6, 15 cu 18, 36, 90.

4, 16, 20 cu 24, 96, 100.

6, 9, 18 cu 12, 4, 8.

3, 3/2, 1 cu 2, 1, 0,(6).

6 ; 18 ; 3,6 cu 12 ; 4 ; 20.

2. Pentru o arie dată, ce fel de mărimi sunt lungimea și lățimea?

3. Pentru o distanță dată, ce fel de mărimi sunt viteza și timpul?

3. Stabilește care dintre următoarele perechi de mărimi sunt direct proporționale:

a) Lungimea laturii unui pătrat și aria sa.

b) Prețul unei cărți și numărul de pagini.

c) Lungimea și aria unui dreptunghi, când lățimea sa este constantă.

d) Timpul de săpare a unui șanț și lungimea acestuia.

e) Timpul în care terminăm de citit o carte și numărul de pagini al cărții.

5. Un magazin a făcut o reducere de 70% pentru prețul fiecărui articol. Arată că prețul inițial și cel obținut după reducere sunt mărimi direct proporționale.

3. Etapa de lucru în perechi

Elevii din cercul interior și-au notat numele pe pagină sus, iar elevii din cercul exterior și-au notat numele în dreptul execuțiului pe care l-au rezolvat împreună cu unul dintre elevii din cercul interior. Timp de 3 minute s-a lucrat în perechi prima sarcină de pe fișa de lucru, iar apoi la semnalul: „Schimbă perechea!”, elevii din cercul exterior s-au deplasat un loc în sensul acelor de ceasornic și au realizat o altă pereche cu care au rezolvat sarcina următoare.

Perechile s-au schimbat până când s-au rezolvat toate sarcinile de pe fișa de lucru, și deci până când s-a ajuns la partenerul de la început – perechea inițială.

3. Etapa analizei ideilor și a elaborării concluziilor

În această etapă s-a realizat corectarea rezultatelor obținute la diversele execuții și probleme, s-au dat explicații cu privire la modul de rezolvare a acestora.



Exemplifică metoda: Schimbă perechea pentru lecția: Ecuații logaritmice - clasa a X-a.
R: Revezi paragraful 3.8.15.

3.8.16. Materiale didactice necesare utilizării metodelor interactive de grup

Mozaicul –fișa expert, ecusoane pentru fiecare echipă, fișă de evaluare;

Explozia stelară–o steluță mare și 5 steluțe mici;

Lotus-8 flori de nufăr mici și o floare de nufăr mare;

Diagrama Venn- o diagramă Venn mare din carton și 4, 5 sau 6 mici;

Turul galeriei- 5, 6 sau 7 foi de carton , sau de bloc de desen, sau foi A4;

Ciorchinele-discuri de mai multe mărimi și culori, săgeți;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Cubul-un cub, 6 fișe lucru cu: descrie, compară, analizează, argumentează, asociază, aplică, însoțite de sarcinile corespunzătoare feței cubului, ecusoane pentru elevi conținând cuvintele de pe fețele cubului;

Cadranele - o foaie de carton A1 pe care sunt reprezentate cele 4 cadrane, 4, 5, 6 fișe de lucru cu probleme, având fiecare de asemenea reprezentate cele 4 cadrane;

Știu/vreau să știu/am învățat - o foaie de carton A1 pe care se realizează tabelul cu cele trei rubrici.

Răspunde –Aruncă-Interoghează- o minge, ecusoane inscripționate;

Metoda piramidei sau **bulgărele de zăpadă** - o foaie de carton A1 pe care se realizează o piramidă.

Predarea-învățarea reciprocă - fișe de lucru cu întrebări, ecusoane.



Să ne reamintim...

Metode și tehnici active și interactive de grup care pot fi utilizate cu succes în lecțiile de matematică: Brainstorming, Cadranele, Ciorchinele, Cubul, Cvintetul, Diagrama Venn, Explozia stelară, Lotus, Mozaicul, Piramida, Predarea-învățarea reciprocă, R.A.I., Schimbă perechea, Știu/vreau să știu/am învățat, Turul galeriei.



3.9. Rezumat

În această unitate de învățare se dobândesc cunoștințe referitoare la metodele de predare – învățare a matematicii în școală.

Se precizează conceptele: metodă de învățământ, tehnică, învățare prin cooperare, interactivitate, metode interactive.

Se expun metodele de predare – învățare specifice matematicii. Astfel, se analizează și se exemplifică demonstrația matematică prin analiză și sinteză, demonstrația matematică prin reducere la absurd și demonstrația matematică prin inducție matematică.

Se prezintă metodele pedagogice tradiționale de predare: expunerea sistematică a cunoștințelor; metoda conversației; metoda exercițiului; metoda muncii cu manualul și cu alte auxiliare matematice.

Se analizează și se exemplifică metodele pedagogice moderne de predare – învățare: problematizarea; învățarea prin descoperire; modelarea matematică; metoda învățării pe grupe; algoritmizarea; instruirea programată; softuri educaționale.

Se descriu metodele activ-participative utilizate în lecția de matematică: investigația, proiectul.

Se prezintă metodele și tehnicile active și interactive de grup care pot fi utilizate cu succes în lecțiile de matematică ale elevilor din învățământul preuniversitar. Se descrie și se exemplifică fiecare metodă interactivă de grup utilizată în lecțiile de matematică: Brainstorming, Cadranele, Ciorchinele, Cubul, Cvintetul, Diagrama Venn, Explozia stelară, Lotus, Mozaicul, Piramida, Predarea-învățarea reciprocă, R.A.I., Schimbă perechea, Știu/vreau să știu/am învățat, Turul galeriei. În final se enumeră materiale didactice necesare utilizării metodelor interactive de grup.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



3.10. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Exemplifică metoda: Schimbă perechea-pentru lecția cu tema: Limite de șiruri-clasa a XI-a.
2. Exemplifică: metoda Cubului urmată de metoda Turul galeriei-pentru o lecție de recapitulare și sistematizare a cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor referitoare la: Determinanți -clasa a XI-a.
3. Exemplifică: metoda Mozaicului - pentru tema de studiu: Binomul lui Newton - clasa a X-a .
3. Exemplifică: metoda Cadranelor pentru o lecție de matematică ce presupune rezolvarea unei probleme de geometrie- clasa a VI-a.



3.11. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

Revezi: exemplele din paragraful 3.8.

Resurse necesare:

- *** Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele V-XII.
- *** Ministerul Educației, Cercetării și Inovării. Programă școlară MATEMATICĂ clasele a V-a, a VI-a, a VII-a, a VIII-a, București, 2009.
- *** Ministerul Educației, Cercetării și Inovării. Programă școlară MATEMATICĂ clasa a IX-a . Ciclul inferior al liceului, București, 2009.
- *** Ministerul Educației și Cercetării. Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru ciclul superior al liceului. MATEMATICĂ, clasa a XII-a, București, 2006.
- *** Ministerul Educației și Cercetării. Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru clasa a X-a. Ciclul inferior al liceului. MATEMATICĂ, București, 2004.
- *** Ministerul Educației și Cercetării. Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare pentru ciclul superior al liceului. MATEMATICĂ, clasa a XI-a, București, 2006.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare 4. Mijloace didactice utilizate în lecția de matematică

Cuprins

4.1. Introducere.....	135
4.2. Competențe	135
4.3. Mijloace didactice	135
4.4. Locul și rolul mijloacelor didactice în conștientizarea noțiunilor matematice.....	138
4.5. Listă de mijloace didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică.....	142
4.6. Rezumat.....	156
4.7. Test de autoevaluare	156
4.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	156
Temă de control 1	156

4.1. Introducere



Predarea matematicii în învățământul preuniversitar și însușirea ei de către elevi depinde de mijloacele didactice pe care profesorul le utilizează în predarea ei.

Dacă în lecția de matematică cadrul didactic valorifică cât mai deplin mijloace didactice variate, ingenios confecționate, atractive, aceasta va conduce atât la creșterea “simpatiei” elevilor față de această disciplină, cât și la realizarea eficientă a obiectivelor lecției și implicit la obținerea progresului la matematică.

În această unitate de învățare se prezintă noțiunile teoretice de bază referitoare la mijloacele didactice utilizate în lecția de matematică.

4.2. Competențele unității de învățare



După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să precizeze conceptul de mijloc didactic;
- să explice factorii determinanți în activitatea de confecționare a mijloacelor didactice cu elevii;
- să prezinte locul și rolul mijloacelor didactice în conștientizarea noțiunilor matematice;
- să enumere mijloacele didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică.

Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 2 ore.



4.3. Mijloace didactice

Mijloacele didactice reprezintă ansamblul instrumentelor materiale, naturale, tehnice etc., selectate și adaptate pedagogic la nivelul metodelor și al procedurilor de instruire pentru realizare eficientă a sarcinilor proiectate la nivelul activității de predare-învățare-evaluare. (Cristea, S., 1998) Ele amplifică valoarea metodelor și împreună cu acestea contribuie la realizarea obiectivelor educației.

Mijloacele didactice sunt instrumente care facilitează transmiterea informației ca act al predării, sprijinind și stimulând în același timp activitatea de învățare. Ele, însă, nu se substituie activității de predare, ci doar amplifică și diversifică funcțiile acesteia printr-o mai bună ordonare și valorificare a informației transmise. Oricât s-ar perfecționa aceste mijloace, ele nu vor putea înlocui activitatea profesorului, ci doar îl vor ajuta pentru a-și îndeplini mai bine sarcinile ce-i revin.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

În afara *funcției informative* (de transmitere de cunoștințe), mijloacele didactice au și o *funcție formativă*, ajutându-i pe elevi să se familiarizeze cu mânuirea și selectarea unor instrumente absolut necesare înțelegerii noțiunilor ce urmează a fi predate. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.42)

Mijloacele didactice acoperă întregul înțeles al instrumentației didactice în scopul realizării obiectivelor educaționale.

Realizarea unei eficiențe sporite a mijloacelor didactice în procesul instructiv-educativ depinde și de măiestria cu care cadrul didactic reușește să integreze efectiv aceste mijloace în cadrul formelor de organizare.

Procesul de integrare a acestor mijloace de învățământ solicită cadrului didactic o pregătire activă complexă, care începe cu mult înainte de desfășurarea activității propriu-zise și se încheie o dată cu stabilirea concluziilor desprinse din evaluarea acesteia, pe baza cărora se vor adopta apoi măsuri pentru optimizarea activității didactice. Înainte de începerea activității didactice este necesar să se stabilească și să se formuleze clar obiectivele urmărite prin folosirea mijloacelor de învățământ.

Mijloacele didactice pot fi definite și ca auxiliare prin care se poate mări valoarea formativă sau informativă a metodelor didactice în procesul de învățământ, ele cuprinzând: scheme, hărți, planșe, filme, diapozitive, poze, etc.

Adoptând atitudinea unui observator discret, aparent pasiv, profesorul poate, dacă a ales cu grijă mijloacele didactice, să creeze o situație în care grupul se autoinstruiește, să dezvolte la membrii săi spiritul critic, care îi va permite să obțină învățăminte pentru situații reale de viață.

Exercițiile bazate pe jocurile didactice, pe utilizarea unui calculator electronic, sunt eficiente: elevii acționează ei înșiși, sunt antrenați să participe, să facă apel la propria lor experiență;

Mijloacele didactice folosite în abordarea interdisciplinară a problematicii predate, permite cadrelor didactice să lărgescă câmpul de cunoștințe al elevilor.

Cerințele esențiale - tehnice, sociale și psihopedagogice - factori determinanți în activitatea de confecționare a mijloacelor didactice cu elevii. (Jinga, I., Istrate, E., 2001; Panțuru, S., Păcurar, D.C., 1997)

1) *Cerințe sociale*

Preocuparea cadrelor didactice de a lega noțiunile teoretice de formarea deprinderilor practice la elevi, face să apară necesitatea confecționării cu elevii de material didactic nou, a reparării și întreținerii celui existent.

Acțiunea de autodotare a dus la crearea în școli a numeroase noi laboratoare audio-vizuale, la crearea și la îmbogățirea sortimentelor de material didactic.

Ea înseamnă nu numai producerea de valori materiale, deoarece autodotarea interesează nu numai sub aspect economic, ci mai mult sub aspect educativ, pentru că se urmărește pregătirea oamenilor capabili să făurească obiecte utile.

Scopul final al activității de confecționare a materialului didactic cu elevii este pregătirea tânărului pentru viață, viața făcându-l apt să trăiască în sânul societății ca om instruit, cu spirit creator și cu personalitate profesională.

2) *Cerințe tehnice*

Școala are nevoie de material didactic cu caracteristici tehnice și didactice superioare, cu gabarite și performanțe care trebuie să răspundă exigențelor modernizării întregului învățământ matematic.

Plecând de la această cerință, în realizarea diferitelor dispozitive și aparate, s-a urmărit ca mijlocul didactic confecționat cu elevii să întrunească anumite *cerințe tehnice*:

-să fie cât mai simplu, spre a fi cât mai ușor intuit;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- să fie cât mai comod de mânuit (mijlocul didactic să fie demontabil);
- să aibă un anumit dinamism, care să stimuleze interesul elevului pentru studiu;
- să promoveze concepția modernă dinamică asupra matematicii, în locul concepției tradiționale cu caracter static;
- să fie astfel construit încât să atragă privirea elevului, să-l determine să-și pună întrebări și să-l ajute să le afle răspunsul;
- modelul trebuie să fie fidel; se înțelege prin aceasta că trebuie să existe între model și original analogii destul de numeroase, pentru ca sugestiile făcute de funcționarea modelului să fie valabile pentru original;
- mijlocul didactic confecționat să fie adaptat, în limita posibilităților, la elementele moderne, care au fost introduse în programele și manualele școlare și să contribuie eficient la construirea unei tehnologii didactice moderne;
- mijlocul didactic confecționat trebuie însoțit de cataloage, instrucțiuni și normative cu privire la valoarea intuitivă, metodică folosirii, prezentarea și întreținerea lui.

3) Cerințe psihopedagogice

În misiunea sa delicată de a conduce elevul de la cunoștințe intuitive la cunoștințe logice, cadrul didactic se sprijină adesea pe folosirea judicioasă a mijloacelor didactice. Profesorul simte nevoia să confecționeze singur, sau, pe baza concepției lui, împreună cu elevii, diferite dispozitive, aparate, planșe, scheme etc., menite să determine o mai bună însușire a noțiunilor predate.

Dacă profesorul pleacă de la concepția că matematica este o colecție de structuri (axiomatice), atunci munca sa de predare cu siguranță va fi influențată de această concepție.

În cazul când acesta stăruie asupra concepției că matematica nu se manifestă decât în legătură cu situațiile vieții practice, materia va fi probabil prezentată ca un amestec de experiențe și de procese de gândire asupra acestor experimente. Cadrul didactic trebuie să folosească aceste concepții în mod echilibrat, fără să absolutizeze una în dauna celeilalte.

Rolul profesorului la matematică constă în a conduce elevul să treacă de la cunoștințele căpătate pe planul intuitiv la cunoștințele organizate la nivelul logic.

Modernizarea conținutului și spiritului matematicii elementare necesită o revizuire completă, o nouă optică în ceea ce privește materialele și mijloacele folosite în clasă. Folosirea desenului, a modelului spațial, a filmului etc., trebuie făcută judicios, la locul și timpul potrivit din lecție.

Utilizarea abuzivă, fără discernământ, a materialului didactic la lecție constituie un pericol, dezvoltă la elevi intuiția în dauna logicii; prin logică, demonstrezi, prin intuiție inventezi.

Pe lângă funcția informativă (de transmitere de cunoștințe), ele au și o funcție formativă, familiarizând elevii cu mânuirea, selectarea unor instrumente indispensabile pentru descrierea și înțelegerea de noi aspecte ale realității.

Mijloacele didactice se pot grupa în **două mari categorii**: (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.42)

- **ce cuprind mesaj didactic** (manuale, culegeri, modele, planșe, tabele cu formule, scheme structurale, seturi de teste);
- **care facilitează transmiterea mesajelor didactice** (computerul, internet).

Mijloacele de didactice se dovedesc utile atâta timp cât sunt integrate în contextul lecțiilor; suplimentează explicațiile verbale, cărora le oferă mai mult suport vizibil, intuitiv; îi familiarizează pe elevi cu o realitate mai greu accesibilă pe cale directă; consolidează cunoștințe și deprinderi; eficientizează folosirea timpului de instruire.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Să ne reamintim...



- **Mijloacele didactice** pot fi definite ca un ansamblu de instrumente materiale produse, adaptate și selecționate în mod intenționat pentru a servi nevoilor organizării și desfășurării procesului de învățământ. Ele amplifică valoarea metodelor și împreună cu acestea contribuie la realizarea obiectivelor educației.
- **Cerințele esențiale - tehnice, sociale și psihopedagogice** - sunt în interacțiune și interdependență și constituie **factori determinanți în activitatea de confecționare a mijloacelor didactice cu elevii.**



Prezintă cerințele tehnice - unul dintre factorii determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic cu elevii.

R: Revezi paragraful 4.3.

4.4. Locul și rolul mijloacelor didactice în conștientizarea noțiunilor matematice

Matematica modernă, deși aparent abstractă, se cere a fi folosită prin bogate mijloace concrete care să implice gândirea logică în operații efectuate cu obiectele. Mai mult decât în oricare domeniu, mijloacele didactice utilizate în învățarea matematicii trebuie ca atât prin structura, cât și prin modul lor de folosire, să conțină elemente care să stimuleze operațiile intelectuale, să sugereze generalizări, să mobilizeze elevii în actul cunoașterii.

Dezvoltarea gândirii intuitive în școală constituie una din problemele cele mai importante ale educației intelectuale a elevilor, întrucât fără capacitate intuitivă nu este posibilă invenția și descoperirea. Gândirea intuitivă la rândul ei trebuie completată cu gândirea logică și analitică a procesului învățării. În școală e necesar să se favorizeze manifestarea gândirii intuitive, dar în același timp elevii să fie inițiați în sistemul logic de cunoaștere. (Golu, P., Verza, E., Zlate, M., 1995)

În practica școlară, trecerea la o nouă calitate a muncii este condiționată de perfecționarea și modernizarea metodelor, iar valoarea unei metode este adeseori dată de valoarea procedeeleor de aplicare care trebuie ordonate într-un tot unitar în care își găsește locul convenit, desigur, folosirea celui mai adecvat și eficient material didactic-intuitiv, care nu trebuie impus și nici limitat.

Fiecare profesor trebuie să-și selecteze acel material, care, potrivit colectivului de elevi, poate asigura randamentul școlar. Nu un material intuitiv încărcat și greu de mânuit duce la eficiență ci un material simplu, dar cu înalt grad de operativitate.

Imagina joacă un anumit rol în intuirea soluțiilor matematice, dar nu un rol decisiv.

Profesorul poate folosi seturi tematice de exerciții, gradate după dificultate. La acestea se anexează seturi diferite ce cuprind indicațiile de rezolvare, răspunsurile sau chiar rezolvările complete ale exercițiilor inițiale, material la care elevul poate apela după caz.

În definierea noțiunilor (mai ales în cadrul analizei matematice), reprezentările intuitive se dovedesc deosebit de folositoare dacă sunt utilizate înainte de a da definiții formalizate.

În activitatea de predare, este recomandat ca profesorul să întrebuițeze anumite planșe care să faciliteze accesul la informație al elevului. Ele trebuie să fie corect realizate, să evidențieze esențialul și să poată fi văzute din orice colț al clasei.

Exemplu (Dan, C.- T.; Chiosa, S., T., 2008, p.43)



Planșe cu:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- grafice de funcții elementare;
- clasificarea șirurilor (din punctul de vedere al monotoniei, mărginirii, convergenței) folosind reprezentarea pe axă și graficul, cu menționarea unor termeni ai șirurilor alese, poziția unor puncte de pe grafic și definiția formalizată;
- grafice ale unor funcții cu ajutorul cărora se poate introduce noțiunea de continuitate (folosind planșa, elevii să poată preciza care funcții sunt continue într-un punct dat și care nu, să determine punctele de discontinuitate ale unei funcții, să poată prelungi prin continuitate o funcție);
- interpretarea geometrică a derivatelor laterale;
- limite fundamentale de șiruri și de funcții, derivate, primitive;
- aplicațiile integralelor definite;
- operații și relații cu mulțimi;
- tipuri de ecuații algebrice;
- structuri algebrice;
- formule trigonometrice;
- corpuri geometrice;
- patrulatere, relații metrice, etc;

În ultima perioadă, computerele și tehnica informațională au devenit un mijloc didactic foarte utilizat. Studiile pedagogice au dovedit eficiența materialelor de instruire interactive, multimedia, arătând că ele stimulează creativitatea și facilitează învățarea prin exersare, descoperire, nu prin memorare.

Specialiștii companiei SIVCO Romania S.A., sprijiniți de pedagogi, psihologi și metodiști cu experiență au dezvoltat un sistem complet de instruire asistată de calculator, **AeL Educational**. Această platformă de eLearning este un sistem integrat de predare-învățare și gestiune a conținutului, bazat pe principiile educaționale moderne. Ea oferă suport pentru predare și învățare, pentru testare și evaluare, pentru administrarea conținutului, monitorizarea procesului de învățământ. În prezent, există implementări AeL în învățământul preuniversitar, universitar și la corporații, pentru nevoile de instruire internă. Sistemul poate fi utilizat de către toți participanții la actul educațional (profesori, elevi, părinți, realizatori de conținut educațional, etc.). Aceștia au astfel acces la materiale interactive de tip multimedia, ghiduri interactive, exerciții, imulări, jocuri educaționale. Dintre principalele caracteristici ale acestui sistem, se menționează:

- profesorul poate controla și monitoriza procesul educativ;
- sistemul poate fi folosit atât în activitatea dirijată cât și în cea independentă, fiind un instrument complementar (nu alternativ) metodelor clasice de predare;
- în procesul de predare-învățare, sunt integrate mijloace informatice moderne în acord cu principiile psiho-pedagogice;
- stimulează la elevi competiția, creativitatea, lucrul în echipă.

Confecționarea materialului didactic cu elevii contribuie la educarea lor prin muncă și pentru muncă.

În activitatea practică de confecționare a mijloacelor didactice se realizează obiectivele educaționale privitoare la dezvoltarea spiritului aplicativ, a aptitudinilor creatoare, îndemânarea, gustul pentru frumos, formarea personalității în acțiune etc. Elevilor, care știu că au de lucrat ceva folositor și văd cu proprii lor ochi că ceea ce au făcut se utilizează la lecții, le sporește încrederea în forțele proprii și se descoperă pe ei înșiși. Aceasta este o cerință esențială a educării prin muncă.

De asemenea, se manifestă la elevi atât colectivismul, cât și grija pentru gospodărirea și păstrarea mijloacelor didactice.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU



Exemplu Sugestii de proiectare, confecționare și utilizare a unor materiale didactice, în concordanță cu obiectivele urmărite și cu nivelul de achiziții anterioare ale elevilor. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.44 - 47)

Materialele prezentate pot fi realizate din hârtie. Exemplele de activități de învățare și sugestiile privind confecționarea materialului didactic necesar sunt grupate în funcție de obiectivele vizate.

A. Demonstrarea și verificarea unor proprietăți geometrice

Obiective vizate:

- Formarea de abilități matematice, prin folosirea unui suport intuitiv ușor de manevrat și ușor de procurat.

Exemplu: Cereți elevilor să decupeze din hârtie sau din carton câte un triunghi ascuțitunghic, iar apoi să construiască înălțimile (respectiv bisectoarele, medianele) triunghiului doar prin îndoirea figurii din hârtie. Solicitați justificarea construcției făcute, apoi cereți-le să formuleze observații în legătură cu figura formată;

- Verificarea practică a unor proprietăți la care s-a ajuns în urma unui raționament matematic.

Exemplu: Cereți elevilor să decupeze din hârtie sau din carton un pătrat, un paralelogram și un romb. Solicitați verificarea următoarelor proprietăți, folosind îndoirea figurilor realizate:

- diagonalele pătratului sunt axe de simetrie;
- diagonalele pătratului sunt bisectoarele unghiurilor;
- paralelogramul are centru de simetrie;
- diagonalele rombului sunt axe de simetrie.

Exemple de probe de evaluare în care este utilizat materialul didactic:

Exemplul 1. (clasa a VI-a, semestrul al II-lea):

1. Prin îndoirea unei foi dreptunghiulare de hârtie, construiți un triunghi isoscel pe care îl notăm ABC ($AB = AC$).
2. Construiți bisectorea AD a triunghiului, folosind doar îndoituri din hârtie. Justificați corectitudinea construcției.

3. Construiți linia mijlocie MN (cu $M \in AB$ și $N \in AC$) a triunghiului folosind doar îndoituri

ale figurii. Demonstrați corectitudinea construcției.

4. Verificați practic și demonstrați că MN trece prin mijlocul bisectoarei AD .

5. Construiți înălțimea CE folosind îndoirea figurii din hârtie, apoi construiți linia mijlocie paralelă cu BA . Enunțați, verificați și demonstrați o proprietate a acestor segmente.

Exemplul 2. (clasa a VII-a, semestrul I):

1. Considerăm că am decupat anterior două paralelograme. Descrieți modul în care obținem din acestea un romb, respectiv un trapez.

2. Folosind simboluri matematice, scrieți câteva proprietăți ale acestora.

3. Verificați aceste proprietăți folosind îndoituri ale figurii obținute și descrieți în scris aceste verificări.

4. Construiți, folosind îndoituri ale hârtiei, linia mijlocie a trapezului. Măsurați linia mijlocie și segmentul determinat de diagonalele trapezului pe aceasta. Comparați aceste lungimi cu suma, respectiv diferența bazelor trapezului. Stabiliți și demonstrați formulele de calcul ale celor două segmente în funcție de lungimile bazelor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5. Marcați un punct pe latura rombului. Folosiți îndoiri ale hârtiei pentru a construi simetricul acestui punct față de centrul rombului. Verificați practic, apoi demonstrați riguros că cele două puncte de pe laturi și două dintre vârfurile opuse ale rombului formează un aralelogram.

Exemplul 3. (clasa a VII-a, semestrul I):

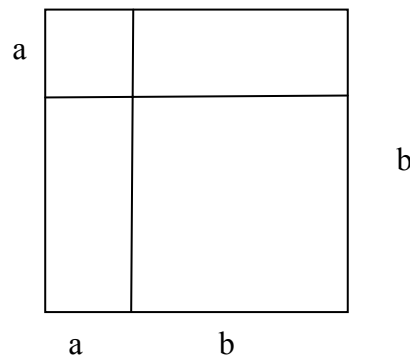
1. Dintr-o foaie de hârtie dreptunghiulară, decupați un triunghi dreptunghic isoscel. Argumentați în scris construcția făcută.
2. Construiți liniile mijlocii ale triunghiului, doar prin îndoirea hârtiei.
3. Precizați ce proprietăți au două dintre liniile mijlocii.
4. Verificați prin îndoirea figurii proprietatea: lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din lungimea ipotenuzei.
5. Se știe că aria unui pătrat este egală cu pătratul lungimii laturii pătratului. Verificați prin îndoirea triunghiului dreptunghic isoscel că aria acestuia este jumătate din pătratul lungimii unei catete.

B. Utilizarea unor construcții din hârtie în scopul ilustrării unor teoreme sau formule.

Obiective vizate:

- Interpretarea geometrică a unor formule algebrice.

Exemplu: Pentru a interpreta geometric formula $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, decupați din carton două pătrate și două dreptunghiuri și așezați-le pentru a forma un pătrat după cum urmează:



- Precizarea unor proprietăți prin observarea corpurilor geometrice.

Exemplul 1. Cereți elevilor să construiască din carton mai multe cuburi de laturi egale. Folosiți astfel de cuburi pentru a forma un cub cu latura de două ori mai mare. Solicitați precizarea relației dintre latura cubului și volum, înainte de actualizarea formulei de calcul a volumului.

Exemplul 2. Construiți din carton trei tetraedre ce formează prin asamblare o prismă triunghiulară. Comparați bazele și înălțimile tetraedrelor, apoi cereți elevilor să găsească formula de calcul pentru volumul piramidei. **Considerăm că formula pentru volumul piramidei nu se poate înțelege fără un astfel de suport intuitiv.**

Exemplu de probă de evaluare (clasa a VI-a, semestrul al II-lea):

1. Decupați din carton 2 dreptunghiuri având dimensiunile 0,5 cm și 1 cm, respectiv, 0,5 cm și 0,25 cm, un pătrat cu latura de 0,5 cm și două pătrate cu latura de 0,25 cm. Arătați că, prin alăturarea lor, se obține un pătrat.
2. Calculați ariile figurilor inițiale și aria pătratului obținut. Folosind aceste rezultate, deduceți apoi egalitatea:
 $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 = 1 - 1/16$.
3. Ce construcție asemănătoare ar trebui realizată pentru a calcula:
 $1/2 + 1/4 + \dots + = 1/2^n$?

Sarcina principală în predarea geometriei este de a-l pune pe elev, în prezența problemelor, să desfășoare o activitate vie și proprie de descoperire



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

În afara mijloacelor didactice descrise, o deosebită valoare didactică o au și desenele făcute de profesor pe tablă cu cretă colorată. Ele se pot realiza succesiv pe măsura avansării explicațiilor în timpul orei. Se pot reda prin desen unele probleme fără text sau unele jocuri matematice.

Mijloacele didactice sunt folosite de multe ori în etapa de captare a atenției, însă acesta este de un real ajutor și în celelalte etape ale lecției, la predarea sau fixarea cunoștințelor.

Utilizarea mijloacelor didactice intuitiv în procesul de învățământ contribuie la stimularea atenției, la însușirea și memorarea temeinică a cunoștințelor, la formarea unei gândiri clare și profunde, la apropierea școlii de viață, de practică.

4.5. Listă de mijloace didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică

Materiale matematică clasele V-VIII

Materiale EDU

- Aritmetică recreativă.
- Matematică fără calcule.
- Matematică pe calculator opțional clasa a VIII-a.
- Model de teză clasa a V-a semestrul I.
- Model de teză clasa a VI-a semestrul I.
- Model de teză clasa a V-a semestrul II.
- Planificare anuală clasa a V-a.
- Planificare anuală clasa a VI-a.
- Planificare anuală clasa a VII-a.
- Planificare anuală clasa a VIII-a.
- Planificare anuală clasele V-VIII.
- Planificare opțional.
- Rebusuri matematice.
- Variatăți matematice.

<http://www.materiale-didactice.ro/index.php/matematica>

Alte materiale

http://www.didactic.ro/materiale-didactice/129967_predarea-interactiva-a-matematicii-in-gimnaziu

PLANȘE

- Algoritm de rezolvare (Ecuatii de gradul I).
- Aria suprafețelor poligonale.
- Calculul ariei suprafeței și a volumelor corpurilor.
- Calculul perimetrului și ariei suprafeței, figuri geometrice.
- Cercul.
- Cilindrul circular drept.Sfera.
- Ecuatii și sisteme cu o necunoscută-Elemente de trigonometrie.
- Formule de calcul prescurtat-Arii(duo).
- Funcția de gradul al doilea.
- Funcția lineară(transformări).
- Funcția modul (Valoare absolută).
- Funcții de gradul II cu o necunoscută-Transformări geometrice.
- Linii importante în triunghi.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Mulțimi (Noțiuni de teoria mulțimilor).
- Mulțimi/Funcții (duo).
- Noțiuni geometrice.
- Numere reale/Funcții (2) (duo).
- Pătrate și radicali(tabele de uz general).
- Patrulare.

FIGURI GEOMETRICE 3D

- Bețișoare și legături 25cm.
- Cilindru.
- Con.
- Con în secțiune triunghiulară.
- Cub în secțiune pătratică.
- Cub în secțiune triunghiulară.
- Paralelipiped dreptunghic.
- Piramida hexagonală regulată.
- Piramida pentagonală regulată.
- Piramida triunghiulară regulată.
- Prisma triunghiulară regulată.
- Prisma hexagonală.
- Prisma hexagonală în secțiune dreptunghiulară.
- Set corpuri geometrice.
- Set corpuri geometrice/forme desfășurate.

SOFT EDUCAȚIONAL

- Culegere Electronică interactivă clasa aV-a.
- Culegere Electronică interactivă clasa aVI-a.
- Culegere Electronică interactivă clasa aVII-a.
- Culegere Electronică interactivă clasa aVIII-a..
- Culegere Matematică Gimnaziu.

ARIA SUPRAFEȚELOR POLIGONALE

PARALELOGRAM

 $A_p = b \cdot h$

TRAPEZ

 $A_t = \frac{(b+c)}{2} \cdot h$

TRIUNGHI

 $A_t = \frac{b \cdot h}{2}$

ALGORITM DE REZOLVARE (Ecuția de gradul întâi)

```

graph TD
    Start([START]) --> Read[SE CONSILIERĂ O ECUAȚIE DE GRADUL ÎNȚI-ȘI O NECUNOSCUTĂ]
    Read --> Fract{EXISTĂ FRACTE?}
    Fract -- DA --> Elim[ELIMINAREA FRACTILOR]
    Fract -- NU --> Op{EXISTĂ OPERĂRI ÎNȚEȘI?}
    Op -- DA --> Exec[EXECUTAREA OPERĂȚIEI]
    Op -- NU --> Ord[ORDONARE]
    Ord --> Red[RESTRĂNGERE]
    Red --> Zero{COPUL ÎNȚEȘI ZERO?}
    Zero -- DA --> Stop([STOP])
    Zero -- NU --> Exp[EXPANZIUNEA ÎNȚEȘI]
    Exp --> Ver[VERIFICAREA]
    Ver --> Rad{RADICINILE SĂTISFACE ECUAȚIA?}
    Rad -- DA --> Desc[DESCOPEREA RĂDĂCINILOR]
    Rad -- NU --> Atent[REȚINE CU ATENȚIE!]
    Atent --> Read
  
```

CERCUL

CERC

LUNGIMEA CERCULUI $L_c = 2\pi r$

DISC

ARIA DISCULUI $A_d = \pi r^2$

$\pi = 3.1415926535... = 3.14$ (număr irațional)

ELEMENTELE CERCULUI

h - coardă
r - rază
d - diametru
a - arc de cerc

Lungimea unui arc de cerc: $L_{arc} = \frac{\alpha}{360} \cdot L_c = \frac{\alpha}{180} \cdot \pi r$

Aria unui sector de cerc: $A_{sector} = \frac{\alpha}{360} \cdot A_d$

COROANĂ CIRCULARĂ

$A_{coroană} = \pi(R^2 - r^2)$

UNGHI LA CENTRU

UNGHI ÎNȚRIS ÎN CERC



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

ECUAȚII CU O NECUNOSCUTĂ

Ecuații de forma
 $ax + b = 0, a, b \in \mathbb{R}$

- $a = 0$
 $0x + b = 0 \Rightarrow 0x = -b$
 $S = \emptyset$ if $b \neq 0$
 $S = \mathbb{R}$ if $b = 0$
- $a \neq 0$
 $x = -\frac{b}{a}$

Ecuații de forma
 $A(x) = B(x)$

DVA
 $A(x_1) = B(x_1)$
 $S = \text{mulțimea soluțiilor}$

Ecuații de gradul I
 $ax + b = 0 \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$
 $mx = 5, m \in \mathbb{R}$
 $3(x-1) = 2x + 4$

Ecuații de gradul II
 $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$

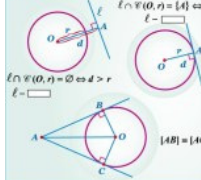
Forma redusă
 $x^2 + px + q = 0$

Forma incompletă
 $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

Forma canonică
 $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

Relațiile lui Viète
 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$
 $x^2 - 15x + 50 = 0$
 $S = \{ \}$

Poziții relative ale unei drepte față de un cerc



CERCUL

Unghi la centru, Unghi înscris în cerc

$\angle AOB = 2 \cdot \angle ACB$
 $m\angle ACB = m\angle ADB = m\angle ANB = 90^\circ$ (if AB is diameter)

Relații metrice în cerc
 $|AM| \cdot |MB| = |DM| \cdot |MC|$
 $|AM| \cdot |MB| = |MC|^2$
 $|OP| = \dots$
 $|CD| = \dots$

Cercuri circumscrise
 $r = \frac{abc}{4S_{\triangle ABC}}$

Cercuri înscrise
 $r = \frac{2S_{\triangle ABC}}{a+b+c}$

$m\angle C + m\angle D = m\angle B + m\angle E = 180^\circ$
 $|PE| + |EK| = |PK| + |EK|$

CALCULUL PERIMETRULUI ȘI ARIEI SUPRAFEȚEI FIGURILOR GEOMETRICE PLANE

TRIUNGHIE DREPTUNGHIC Pr: $\frac{1}{2}ab$ Ar: $\frac{1}{2}ab$	TRIUNGHIE ISOSCEL Pr: $\frac{1}{2}ab$ Ar: $\frac{1}{2}ab$	TRIUNGHIE EQUILATERAL Pr: $\frac{1}{2}ab$ Ar: $\frac{1}{2}ab$	TRIUNGHIE DREPTUNGHIC Pr: $\frac{1}{2}ab$ Ar: $\frac{1}{2}ab$	PĂTRAT Pr: a^2 Ar: a^2
ROMB Pr: $\frac{1}{2}d_1 d_2$ Ar: ab	DREPTUNGHIC Pr: $\frac{1}{2}ab$ Ar: $\frac{1}{2}ab$	PARALELOGRAM Pr: ab Ar: ab	TRAPEZ Pr: $\frac{1}{2}(a+b)h$ Ar: $\frac{1}{2}(a+b)h$	TRAPEZ ISOSCEL Pr: $\frac{1}{2}(a+b)h$ Ar: $\frac{1}{2}(a+b)h$
TRIUNGHIE Pr: $\frac{1}{2}ab$ Ar: $\frac{1}{2}ab$	PĂTRATUL Pr: a^2 Ar: a^2	POLIGON REGULAT Pr: $\frac{1}{2}ab$ Ar: $\frac{1}{2}ab$	CERC - CIRC Pr: πr^2 Ar: πr^2	POLIGON CIRCUMSCRIS (SCALEN) Pr: $\frac{1}{2}ab$ Ar: $\frac{1}{2}ab$
SECTOR DE CERC Pr: $\frac{1}{2}r^2 \alpha$ Ar: $\frac{1}{2}r^2 \alpha$	SEGMENT DE CERC Pr: $\frac{1}{2}r^2 (\alpha - \sin \alpha)$ Ar: $\frac{1}{2}r^2 (\alpha - \sin \alpha)$	CLASIFICAREA UNGHILOR $\alpha = \text{alfa}$ $\beta = \text{beta}$ $\gamma = \text{gamma}$		LITERE GRECEȘTI $\delta = \text{delta}$ $\varphi = \text{fi}$ $\pi = \text{pi}$

FORMULE DE CALCUL PRECURTAT

REGULI DE DESFACERE A PARANTEZELOR

$a(b+c) = ab+ac$
 $a(b-c) = ab-ac$
 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$

pentru orice $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

PĂTRATUL SUMEI
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

PĂTRATUL DIFERENȚEI
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

DIFERENȚA PĂTRATELOR
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

PRODUSUL DINTRE SUMĂ ȘI DIFERENȚĂ
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

CUBUL SUMEI
 $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

CUBUL DIFERENȚEI
 $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

SUMA CUBURILOR
 $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

DIFERENȚA CUBURILOR
 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$41^2 - 40^2 = (41-40)(41+40) = 1 \cdot 81 = 81$
 $78 \cdot 82 = (80-2)(80+2) = 80^2 - 2^2 = 6396$

$52^2 - 50^2 = \dots$ $33^2 - 31^2 = \dots$ $43 \cdot 37 = \dots$ $26 \cdot 34 = \dots$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$
 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
 $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

CILINDRUL CIRCULAR DREPT CILINDRUL DE ROTAȚIE

VOLUMUL
 r = raza bazei
 G = generatoarea
 l = înălțimea cilindrului
 $G = l$

ARIA

$V_{cilindr} = A_b \cdot l$
 $V_{cilindr} = \pi r^2 l$

$A_{cilindr} = 2A_b + A_L$
 $A_{cilindr} = 2\pi r^2 + 2\pi r l$

SPHERA

VOLUMUL CORPULUI SFERIC

r = raza sferei
 Dacă mare este decât secțiuna plană prin centrul sferei
 O = centrul sferei

ARIA SFEREI

Aria suprafeței sferei este egală cu aria a patru discuri mari

$V_{sferă} = \frac{4\pi r^3}{3}$
 $A = 4\pi r^2$

CLASIFICAREA TRIUNGIURILOR

Poligonul cu trei laturi se numește triunghi. Pentru cele trei laturi ale unui triunghi suma lungimilor a două laturi este mai mare decât lungimea celei de a treia laturi.
 Dacă această înegalitate nu este respectată, triunghiul nu se poate construi.
 Dacă lungimile laturilor sunt a, b, c , atunci: $a+b > c$; $a+c > b$; $b+c > a$.

Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Suma măsurilor unghiurilor exterioare unui triunghi $\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$

Într-un triunghi, măsura oricărui unghi exterior este egală cu suma măsurilor unghiurilor interioare realizante cu el.

Clasificarea triunghiurilor			
după unghiuri	acutunghi	dreptunghi	obtusunghi
după laturi	isocel	echilateral	oblic
toate laturile sunt diferite			
două laturi egale			
echilateral			

Un triunghi este isocel dacă lungimile a două laturi sunt egale.
 Un triunghi este dreptunghi dacă măsurile a două unghiuri sunt egale sau are o axă de simetrie.

CONUL CIRCULAR DREPT CONUL DE ROTAȚIE

VOLUMUL
 r = raza bazei
 G = generatoarea
 l = înălțimea

$V_{con} = \frac{A_{baza} \cdot l}{3}$
 $V_{con\ circular} = \frac{\pi r^2 l}{3}$

SUPRAFAȚA

$A = A_{baza} + A_{lat}$
 $A = \pi r^2 + \pi r G$

PIRAMIDA (piramida pătrată regulată)

VOLUMUL

$V_{piramida} = \frac{A_{baza} \cdot l}{3}$
 $V_{piramida} = \frac{a^2 \cdot l}{6}$

ARIA

$A_{piramida} = A_{baza} + 4A_{lat}$
 $A = a^2 + 4a \cdot e$

ECUAȚII DE GRADUL II CU O NECUNOSCUTĂ

$x^2 + px + q = 0$, $p, q \in \mathbb{R}$
 $1, p, q$

forma redusă $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$
 a, b, c

forma incompletă $ax^2 + bx = 0$
 a, b

$ax^2 + c = 0$
 a, c

$ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $\Delta > 0$: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
 $\Delta = 0$: $x = \frac{-b}{2a}$
 $\Delta < 0$: $x \in \emptyset$

$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$
 $S = \emptyset$, dacă $\frac{c}{a} < 0$
 $S = \left\{ -\sqrt{-\frac{c}{a}}, \sqrt{-\frac{c}{a}} \right\}$, dacă $-\frac{c}{a} > 0$

$ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0$
 $S = \left\{ -\frac{b}{a}, 0 \right\}$

$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow ax^2 = -bx - c$
 $S = \emptyset$

$2x^2 - 5x - 3 = 0$
 $x^2 + 6x + 5 = 0$
 $4x^2 - 8 = 0$
 $7x^2 = 0$
 $(x-2) \cdot (x+2) - 4x = 0$

$2x^2 - x - 1 = 0$ | $3x^2 - 4x + 1 = 0$ | $x^2 - 3x + 2 = 0$ | $2x^2 - 4x = 0$ | $5x^2 - 15 = 0$ | $x^2 + 2 = 0$ | $4x^2 = 0$ | $S = \emptyset$

RELAȚIILE LUI VIÈTE

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$x^2 + px + q = 0$

$x_1 + x_2 = -p$
 $x_1 \cdot x_2 = q$

$2x^2 - 5x + 2 = 0$
 $x_1 + x_2 = \frac{5}{2}$
 $x_1 \cdot x_2 = 1$

$x^2 - 7x + 10 = 0$
 $x_1 + x_2 = 7$
 $x_1 \cdot x_2 = 10$

$x_1 + x_2 = -3$
 $x_1 \cdot x_2 = 2$

$x_1 + x_2 = 6$
 $x_1 \cdot x_2 = 5$

DESCOMPUNEREA TRINOMULUI DE GRADUL II ÎN PRODUS

$aX^2 + bX + c = a(X-x_1)(X-x_2)$

$X^2 - 5X + 4 = (X-1)(X-4)$ | $4X^2 - 4X + 1 = 4\left(X - \frac{1}{2}\right)^2 = (2X-1)^2$

$X^2 - 7X + 12$ | $2X^2 - 3X + 1$ | $3X^2 + 5X + 6$

CALCULUL ARIEI SUPRAFEȚEI ȘI AL VOLUMULUI CORPURILOR

CUB $A = 6a^2$ $V = a^3$	PRISMĂ PATRULATERĂ REGULATĂ $A = 2a^2 + 4al$ $V = a^2 l$	PARALELIPED DREPTUNGHIC $A = 2(ab+bc+ca)$ $V = abc$	PRISMĂ HEXAGONALĂ REGULATĂ $A = 3\sqrt{3}a^2 + 6al$ $V = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 l$
PIRAMIDĂ PATRULATERĂ REGULATĂ $A = a^2 + 2al$ $V = \frac{a^2 l}{3}$	PIRAMIDĂ HEXAGONALĂ REGULATĂ $A = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 + 3al$ $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 l$	TRUNC DE PIRAMIDĂ HEXAGONALĂ REGULATĂ $A = A_1 + A_2 + 3l\sqrt{A_1 A_2}$ $V = \frac{h}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$	TRUNC DE PIRAMIDĂ PATRULATERĂ REGULATĂ $A = A_1 + A_2 + 4l\sqrt{A_1 A_2}$ $V = \frac{h}{3}(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$
CILINDRUL CIRCULAR DREPT $A = 2\pi r^2 + 2\pi r l$ $V = \pi r^2 l$	CON CIRCULAR DREPT $A = \pi r^2 + \pi r G$ $V = \frac{\pi r^2 l}{3}$	TRUNC DE CON CIRCULAR DREPT $A = \pi(r_1^2 + r_2^2) + \pi(r_1 + r_2)G$ $V = \frac{\pi h}{3}(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$	SPHERA $A = 4\pi r^2$ $V = \frac{4\pi r^3}{3}$



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTEȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSD DRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

LINII IMPORTANTE ÎN TRIUNGHURI

Înălțimea unui triunghi este perpendiculara coborâtă dintr-un vârf pe latura opusă. Punctul H de concurență a înălțimilor triunghiului (h_a, h_b, h_c) se numește ortocentrul triunghiului.



Mediatoarea unei laturi este dreapta perpendiculară pe latură dusă prin mijlocul laturii, sau locul geometric al punctelor egal depărtate de capetele laturii. Mediatoarele laturilor (m_a, m_b, m_c) sunt concurențe, punctul lor de concurență este centrul cercului circumscris triunghiului.



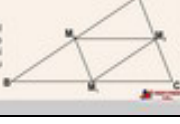
Mediana unui triunghi este dreapta care unește un vârf al triunghiului cu mijlocul laturii opuse. Medianele unui triunghi (s_a, s_b, s_c) sunt concurențe. Punctul G de concurență a medianelor se numește centrul de greutate al suprafeței triunghiulare.



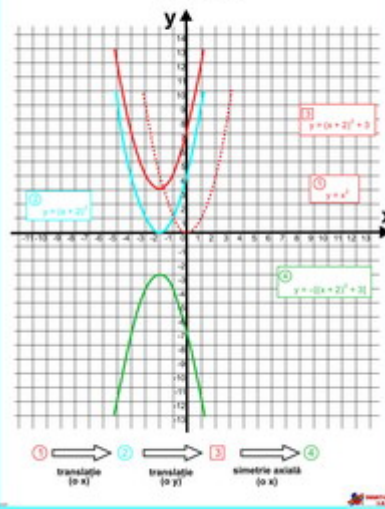
Bisectoarea unui unghi al triunghiului este locul geometric al punctelor din interiorul unghiului egal depărtate de laturile unghiului, reunit cu vârful unghiului. Bisectoarele unghiurilor unui triunghi (b_a, b_b, b_c) sunt concurențe, punctul lor de concurență este centrul cercului înscris în triunghi.



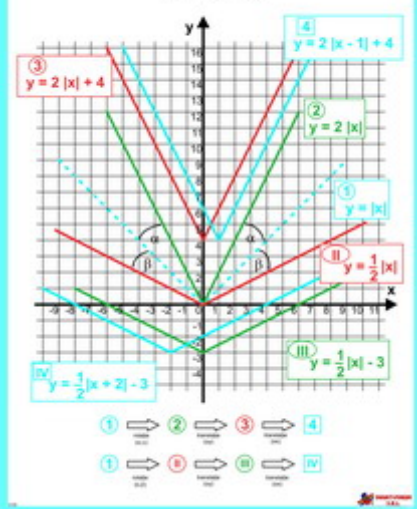
Liniile mijlocie a unui triunghi este segmentul determinat de mijloacele a două laturi ale triunghiului. Linia mijlocie a unui triunghi determinată de două laturi, este paralelă cu cea de-a treia latură.



FUNCȚIE DE GRADUL AL DOILEA (transformări)



FUNCȚIA MODUL (VALOARE ABSOLUTĂ) (transformări)



INECUAȚII CU O NECUNOSCUTĂ

Mulțimea	Intervale de numere		Figura geometrică	Mulțimea	Intervale de numere		Figura geometrică
	se scrie	se reprezintă pe axă			se scrie	se reprezintă pe axă	
$\{x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$	$[a; b]$		[AB]	$\{x \in \mathbb{R}, x > a\}$	$(a; +\infty)$		(AB)
$\{x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$	$[a; b)$		[AB)	$\{x \in \mathbb{R}, x \geq a\}$	$[a; +\infty)$		[AB)
$\{x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$	$(a; b]$		(AB]	$\{x \in \mathbb{R}, x < b\}$	$(-\infty; b)$		(BA)
$\{x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$	$(a; b)$		(AB)	$\{x \in \mathbb{R}, x \leq b\}$	$(-\infty; b]$		[BA)
				$\{x \in \mathbb{R}\}$	$(-\infty; +\infty)$		AB

Proprietăți ale relațiilor de inegalitate

$a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$

$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$, pentru orice $c \in \mathbb{R}$	$5 < 7 \Leftrightarrow 5 + 3 < 7 + 3$	$a < b \Leftrightarrow a \cdot c > b \cdot c$, pentru orice $c < 0$	$1 < 5 \Leftrightarrow 1 \cdot (-4) > 5 \cdot (-4)$
$a < b \Leftrightarrow a \cdot c < b \cdot c$, pentru orice $c > 0$	$3 < 4 \Leftrightarrow 3 \cdot 1,2 < 4 \cdot 1,2$	$a < b \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, pentru orice $a > 0, b > 0$	$4 < 6 \Leftrightarrow \frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

Inecuații de gradul I cu o necunoscută

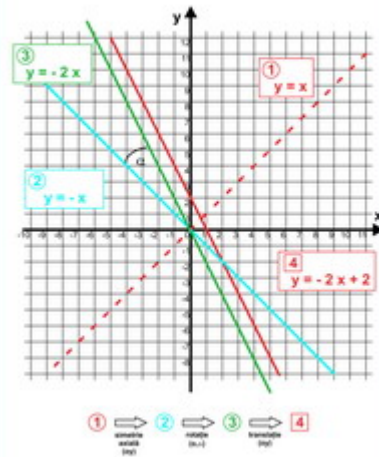
$ax + b > 0, ax + b \geq 0, ax + b < 0, ax + b \leq 0, a \neq 0, a, b \in \mathbb{R}$

$ax + b > 0 \Leftrightarrow ax > -b$	$a > 0$	$x > -\frac{b}{a}$		$x \in (-\frac{b}{a}; +\infty)$	$S = (-\frac{b}{a}; +\infty)$
	$a < 0$	$x < -\frac{b}{a}$		$x \in (-\infty; -\frac{b}{a})$	$S = (-\infty; -\frac{b}{a})$

$4x + 10 > 0 \Leftrightarrow -2x + 4 \leq 0 \Leftrightarrow 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow -3x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow$

$3 - (x - 1) > 3x + 5 \Leftrightarrow 3x - 3 > 3x + 5 \Leftrightarrow 3x - 3x > 5 + 3 \Leftrightarrow 0 \cdot x > 8; x \in \emptyset$. Răspuns: $S = \emptyset$
 $2 \cdot (x - 2) \leq 2x + 3 \Leftrightarrow 2x - 4 \leq 2x + 3 \Leftrightarrow 2x - 2x \leq 3 + 4 \Leftrightarrow 0 \cdot x \leq 7; x \in \mathbb{R}$. Răspuns: $S = \mathbb{R}$

FUNCȚIE LINEARĂ (transformări)





MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

MULȚIMI

(Noțiuni de teorie mulțimilor)

Fie $A = \{x_1, x_2, \dots\}$ sau $A = \{x \in P \mid P(x) \text{ este adevărat}\}$ și x , elementele lui A ($x \in A$), iar $P(x)$ o proprietate ce are loc pentru x ; A ($x \in A$) înseamnă că x nu se găsește în A)

RELAȚII ÎNTRE MULȚIMI

Fie două mulțimi: $A = \{x\}$ și $B = \{y\}$.

1. EGALITATE: $A = B$

2. INCLUZIUNE: $A \subset B$

Incluziunea este:
- reflexivă: $A \subset A$
- antisimetrică: dacă $A \subset B$ și $B \subset A$ $\Leftrightarrow A = B$
- tranzitivă: dacă $A \subset B$ și $B \subset C$ $\Leftrightarrow A \subset C$

Mulțimea A este egală cu mulțimea B dacă orice $x \in B$ și orice $x \in A$.

Mulțimea A este inclusă în mulțimea B sau mulțimea A este o submulțime a lui B dacă orice $x \in A$.

EXEMPLU:
A = {numere divizibile cu 8}
B = {numere divizibile cu 4}
C = {numere divizibile cu 2}

A ⊂ B
B ⊂ C
A ⊂ C

OPERAȚII CU MULȚIMI

1. REUNIUNEA MULȚIMILOR: $A \cup B = \{x \in A \text{ sau } x \in B\}$

2. INTERSECȚIA MULȚIMILOR: $A \cap B = \{x \in A \text{ și } x \in B\}$

3. DIFERENȚA MULȚIMILOR: $A - B = \{x \in A \text{ și } x \notin B\}$

EXEMPLU: A = {numere divizibile cu 2} = {2, 4, 6, 8, 10, 12, ...}
B = {numere divizibile cu 3} = {3, 6, 9, 12, 15, ...}

A ∩ B = {numere divizibile cu 2 și multipli impari de 3}
A - B = {6, 12, 18, ...} = {numere divizibile cu 6}
A - B = {2, 4, 8, 10, 14, ...} = {numere pare indivizibile cu 3}

INECUAȚII DE GRADUL II CU O NECUNOSCUTĂ

$ax^2 + bx + c < 0$; $ax^2 + bx + c \leq 0$; $ax^2 + bx + c > 0$; $ax^2 + bx + c \geq 0$;
 $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$

Metoda intervalelor: $ax^2 + bx + c \leq 0$; $ax^2 + bx + c < 0$; $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$

Metoda aplicării studiului funcției: $2x^2 - x - 1 < 0$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - x - 1$

$2x^2 - x - 1 < 0 \Leftrightarrow 2(x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right) < 0$

$\Leftrightarrow 2(x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq 0$

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2(x-1)\left(x + \frac{1}{2}\right)$;

$x_1 = 1$
 $x_2 = -\frac{1}{2}$

zerourile funcției f

$x \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

Răspuns: $S = \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

Valorile lui a	Δ	Semnele funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$	Mulțimea soluțiilor inecuației $ax^2 + bx + c \leq 0$	Mulțimea soluțiilor inecuației $ax^2 + bx + c < 0$
$a > 0$	$\Delta > 0$		$S = [x_1; x_2]$	$S = (x_1; x_2)$
	$\Delta = 0$		$S = \left[-\frac{b}{2a}\right]$	$S = \emptyset$
	$\Delta < 0$		$S = \emptyset$	$S = \emptyset$
$a < 0$	$\Delta > 0$		$S = (-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$	$S = (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
	$\Delta = 0$		$S = \mathbb{R}$	$S = \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right) \cup \left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$
	$\Delta < 0$		$S = \mathbb{R}$	$S = \mathbb{R}$

Răspuns: $S = \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$

1) $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$; $S = \square$
2) $2x^2 - x + 5 > 0$; $S = \square$
3) $16x^2 - 4x \geq 0$; $S = \square$
4) $-x^2 + 7x + 10 > 0$; $S = \square$

ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII

ECUAȚII CU O NECUNOSCUTĂ DE FORMA $ax + b = 0, a, b \in \mathbb{R}$

$ax + b = 0, a, b \in \mathbb{R}$

$ax = -b$

$x = -\frac{b}{a}$

1) $2x - 5 = 0$
 $S = \square$

2) $4x + 4 = 0$
 $S = \square$

3) $3(x-3) - 3 = 3x + 2$
 $S = \square$

4) $2(x+1) = 2x + 2$
 $S = \square$

ECUAȚII DE GRADUL I CU DOUĂ NECUNOSCUTE

$ax + by + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0, b \neq 0$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}, a \neq 0, b \neq 0$

$S = \left\{ \left(x, -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \right) \mid x \in \mathbb{R} \right\}$

$2x - 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow 3y = 2x + 2 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

SISTEME DE DOUĂ ECUAȚII DE GRADUL I CU DOUĂ NECUNOSCUTE

metoda substituției: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2; a_1; a_2; b_1; b_2; c_1; c_2 \in \mathbb{R} \end{cases}$

metoda grafică: $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 = -x + 3 \\ 3x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x + 2y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 5 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow 0 = 1$

Răspuns: $S = \emptyset$

metoda reducerii: $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 6x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 4 \\ -6x - 2y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 0 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x = \alpha, \alpha \in \mathbb{R}, \\ y = 4 - 3\alpha \end{cases}$

Răspuns: $S = \{(\alpha; 4 - 3\alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$

Sistemul ① - incompatibil
Sistemul ② - compatibil nedeterminat
Sistemul ③ - compatibil determinat

1) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$
 $S = \square$

2) $\begin{cases} 3x + 2y = -5 \\ -6x - 4y = 9 \end{cases}$
 $S = \square$

3) $\begin{cases} x - y = 3 \\ -2x + 2y = -6 \end{cases}$
 $S = \square$

MULȚIMI

N - mulțimea numerelor naturale $N = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$

N^* - mulțimea numerelor naturale nenule $N^* = \{1; 2; 3; 4; \dots\} = \{n \mid n \in N, n \neq 0\}$

Z - mulțimea numerelor întregi $Z = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$

Q - mulțimea numerelor raționale $Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in Z, n \in N^* \right\}$

$N^* \subset N \subset Z \subset Q$

$D = \{x \mid x \text{ - vocală în cuvântul "matematică"}\}$
 $D = \{e, a, i, o\}$

$E = \{x \mid x \text{ - număr impar, } 10 < x < 25\}$
 $E = \{11, 13, 15, 17, 19, 21, 23\}$

A, B, C, \dots
 a, b, c, d, x, \dots - elemente ale mulțimii

$x \in A, y \notin A$

\emptyset - mulțimea vidă

$A = \left\{ \frac{2}{3}; 1; 5 \frac{1}{4} \right\}$

$\frac{2}{3} \in A, 2 \notin A$

$A \neq B$
 $\text{card } A = \text{card } B$

$A \subset B$

OPERAȚII CU MULȚIMI

Reuniunea $A \cup B$

Intersecția $A \cap B$

Diferența $A - B$ sau $A \setminus B$

$A \cup \emptyset = A$
 $A \cap \emptyset = \emptyset$
 $A \setminus A = \emptyset$

$A \cup B = B \cup A$
 $A \cap B = B \cap A$
 $A \setminus B = A \setminus (A \cap B)$

$A = \{0; 1; 2\}, B = \{2; 3; 4; 5\}$

$A \cup B = \square$
 $A \cap B = \square$
 $A \setminus B = \square$
 $B \setminus A = \square$

$N^* \cup Z = \square$
 $N^* \cap Z = \square$
 $N^* \setminus Z = \square$
 $Z \setminus N^* = \square$



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

INECUAȚII, SISTEME ȘI TOTALITĂȚI DE INECUAȚII CU O NECUNOSCĂTĂ

Inecuații de forma
 $ax + b < 0$ ($\leq 0, > 0, \geq 0$)

Inecuații raționale
 $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0, \frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0, \frac{P(x)}{Q(x)} < 0,$
 $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$, unde $P(x), Q(x)$ - polinoame

Metoda intervalelor
 $\frac{4}{x} \geq x$

1) $DVA = \square$;
 2) $\square \geq 0 \Leftrightarrow \square \leq 0$;
 3) $f: D \rightarrow R, f(x) = \square$;
 4) $\square = 0$;
 5) - 6) \square ;
 7) $x \in \square$. 8) Răspuns: $S = \square$

Sisteme și totalități de două inecuații

$\begin{cases} a_1x + b_1 > 0, \\ a_2x + b_2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1x + b_1 > 0, \\ a_2x + b_2 \leq 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a_1x > -b_1, \\ a_2x \leq -b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1x > -b_1, \\ a_2x \leq -b_2 \end{cases}$

$S = S_1 \cap S_2$ $S = S_1 \cup S_2$

$\begin{cases} 1 - 5x > 2(x - 3), \\ 4x + 10 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 5x > 2(x - 3), \\ 4x + 10 \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \square \Leftrightarrow \square$
 $\Leftrightarrow \square \Leftrightarrow \square$

$x \in \square$ $x \in \square$
 Răspuns: $S = \square$ Răspuns: $S = \square$

FUNCTII TRIGONOMETRICE REDUCERE LA PRIMUL CADRAN

φ	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\operatorname{tg} \varphi$	$\operatorname{ctg} \varphi$	$\sin(180^\circ + \alpha) = \frac{y}{r} = \frac{-y}{r} = -\sin \alpha$ $\cos(180^\circ + \alpha) = \frac{x}{r} = \frac{-x}{r} = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) = \frac{y}{x} = \frac{-y}{-x} = \operatorname{tg} \alpha$ $\operatorname{ctg}(180^\circ + \alpha) = \frac{x}{y} = \frac{-x}{-y} = \operatorname{ctg} \alpha$
$90^\circ - \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	
$90^\circ + \alpha$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	
$180^\circ - \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	
$180^\circ + \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	
$270^\circ - \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	
$270^\circ + \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	
$360^\circ - \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	
$360^\circ + \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	
$-\alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

PĂTRATE ȘI RADICALI

n	n^2	\sqrt{n}	n	n^2	\sqrt{n}
1	1	1,0000	51	2601	7,1414
2	4	1,4142	52	2704	7,2111
3	9	1,7320	53	2809	7,2801
4	16	2,0000	54	2916	7,3484
5	25	2,2360	55	3025	7,4162
6	36	2,4494	56	3136	7,4833
7	49	2,6457	57	3249	7,5498
8	64	2,8284	58	3364	7,6157
9	81	3,0000	59	3481	7,6811
10	100	3,1622	60	3600	7,7459
11	121	3,3166	61	3721	7,8102
12	144	3,4641	62	3844	7,8740
13	169	3,6055	63	3969	7,9372
14	196	3,7416	64	4096	8,0000
15	225	3,8729	65	4225	8,0622
16	256	4,0000	66	4356	8,1240
17	289	4,1231	67	4489	8,1853
18	324	4,2426	68	4624	8,2462
19	361	4,3589	69	4761	8,3066
20	400	4,4721	70	4900	8,3666
21	441	4,5825	71	5041	8,4261
22	484	4,6904	72	5184	8,4852
23	529	4,7958	73	5329	8,5440
24	576	4,8989	74	5476	8,6023
25	625	5,0000	75	5625	8,6602
26	676	5,0990	76	5776	8,7178
27	729	5,1961	77	5929	8,7749
28	784	5,2915	78	6084	8,8317
29	841	5,3851	79	6241	8,8881
30	900	5,4772	80	6400	8,9442
31	961	5,5677	81	6561	9,0000
32	1024	5,6568	82	6724	9,0553
33	1089	5,7445	83	6889	9,1104
34	1156	5,8309	84	7056	9,1651
35	1225	5,9160	85	7225	9,2195
36	1296	6,0000	86	7396	9,2736
37	1369	6,0827	87	7569	9,3274
38	1444	6,1644	88	7744	9,3808
39	1521	6,2450	89	7921	9,4339
40	1600	6,3245	90	8100	9,4868
41	1681	6,4031	91	8281	9,5393
42	1764	6,4807	92	8464	9,5916
43	1849	6,5574	93	8649	9,6436
44	1936	6,6332	94	8836	9,6953
45	2025	6,7082	95	9025	9,7467
46	2116	6,7823	96	9216	9,7979
47	2209	6,8556	97	9409	9,8488
48	2304	6,9282	98	9604	9,8994
49	2401	7,0000	99	9801	9,9496
50	2500	7,0710	100	10000	10,0000

NUMERE REALE

$N^* \subset N \subset Z \subset Q \subset R$

N^* - Mulțimea numerelor naturale nenule
 N - Mulțimea numerelor naturale
 Z - Mulțimea numerelor întregi
 Q - Mulțimea numerelor raționale
 $R \setminus Q$ - Mulțimea numerelor iraționale
 R - Mulțimea numerelor reale

PROPRIETĂȚILE ADUNĂRII ȘI ÎNMULȚIRII NUMERELOR REALE

- Asocitivitatea**
 $a + (b+c) = (a+b) + c$, pentru orice $a, b, c \in R$
 $a(b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, pentru orice $a, b, c \in R$
- Comutativitatea**
 $a + b = b + a$, pentru orice $a, b \in R$
 $a \cdot b = b \cdot a$, pentru orice $a, b \in R$
- 0 este element neutru pentru adunare**
 $a + 0 = 0 + a = a$, pentru orice $a \in R$
1 este element neutru pentru înmulțire
 $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, pentru orice $a \in R$
- Pentru orice număr real a există opusul său,** numărul $-a$, astfel încât
 $a + (-a) = (-a) + a = 0$
Pentru orice număr real nenul a există inversul său, numărul $\frac{1}{a}$, astfel încât
 $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$
- $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$, pentru orice $a \in R$
- Distributivitatea înmulțirii față de adunare (scădere)**
 $a(b+c) = a \cdot b + a \cdot c$, pentru orice $a, b, c \in R$
 $a(b-c) = a \cdot b - a \cdot c$, pentru orice $a, b, c \in R$

$a - b \stackrel{\text{def}}{=} a + (-b)$, pentru orice $a, b \in R$ $a:b \stackrel{\text{def}}{=} a \cdot \frac{1}{b}$, pentru orice $a \in R, b \in R^*$

$15 - 12 \cdot (3 + 4) = \square$ $(3\frac{1}{5} - 3\frac{7}{10}) : 1\frac{1}{4} + 2\frac{3}{4} = \square$
 $4\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} \cdot 3 - 5\frac{1}{6} = \square$ $\frac{1}{8} : (\frac{3}{4} + \frac{5}{8}) \cdot \frac{11}{5} = \square$
 $2 \cdot 2\frac{2}{5} - 2\frac{1}{2} \cdot 4 + 5\frac{1}{5} = \square$ $(3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}) : 1,25 - 2 = \square$

PROPRIETĂȚI ALE MODULULUI

$|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a > 0 \\ 0, & \text{dacă } a = 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0; \end{cases}$ sau $|a| = \max\{-a, a\}$

- $|a| \geq 0$, oricare ar fi $a \in R$.
- $|-a| = |a|$, oricare ar fi $a \in R$.
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$, oricare ar fi $a, b \in R$.
- $|\frac{a}{b}| = \frac{|a|}{|b|}$, oricare ar fi $a \in R, b \in R^*$.
- $|a^2| = |a|^2 = |-a|^2 = a^2$, oricare ar fi $a \in R$.
- $|a+b| \leq |a| + |b|$, oricare ar fi $a, b \in R$.



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

PATROLATERE DUPĂ PARALELITATEA LATURILOR

PATROLATERE
Nu două laturi paralele

TRAPEZ
Nu două laturi paralele

PARALELOGRAM
Nu două laturi paralele

TRAPEZ ISOSCEL

DUPĂ CONGRUENȚA LATURILOR

PATROLATERE
Laturile opuse sunt congruente două câte două

PARALELOGRAM
Nu două laturi paralele

ROMBUR
Toate laturile sunt congruente

DELTUNDR
Laturile adiacente sunt congruente două câte două

NOTIUNI GEOMETRICE

NOTIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

PUNCT DREAPTĂ PLAN Distanță MASURA UNGHILORULUI

ALTE NOTIUNI FRECVENT UTILIZATE

SEMIDREAPTĂ SEGMENT

DREPTÉ PARALELE DREPTÉ PERPENDICULARE UNGHUL BISECTOAREA UNGHILULUI

UNGHII TOTAL: 360° UNGHII ALUNGIT

UNGHII DREPT UNGHII ASCUTIT UNGHII OBTUZ

UNGHURI OPUSE LA VÂRF UNGHURI CORESPONDENTE UNGHURI ALTERNE

UNGHURI CU LATURI PARALELE UNGHURI CU LATURI PERPENDICULARE

PRISMA

Bazele: două suprafețe poligonale congruente și paralele. Suprafețe laterale: reuniunea fețelor laterale

VOLUMUL $V_{prisma} = A_{bază} \cdot h$

ARIA $A_{prisma} = 2A_{bază} + A_{latură}$

PARALELIPEDUL DREPTUNGHIC

este o prismă delimitată de șase suprafețe dreptunghilare

Volum $V_{paralelipiped} = a \cdot b \cdot c$

Aria $A_{paralelipiped} = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c)$

CUBUL

este un paralelipiped delimitat de șase suprafețe pătrate

Volum $V_{cub} = a \cdot a \cdot a = a^3$

Aria $A_{cub} = 6a^2$

PERPENDICULARITATE ȘI PARALELISM ÎN PLAN

PERPENDICULARITATE

$a \perp b$

MEDIATOAREA SEGMENTULUI

Ipoteză: ND - mediatoarea segmentului $[AB]$, $M \in ND$

Concluzie: $[MA] = [MB]$

BISECTOAREA UNGHILULUI

Demonstră: $[MN] = [MK]$

PARALELISM

DEFINIȚIA DREPTELOR PARALELE $a \cap b = \emptyset$

AXIOMA PARALELELOR (a lui EUCLID)

CRITERII DE PARALELISM

$ABCD \wedge B.C.D.$ - cub

Nu mișcă muchiile paralele

SUMA UNGHILORILOR UNUI TRIUNGHII

Demonstră: $m(\angle A) + m(\angle B) + m(\angle C) = 180^\circ$

$m(\angle LP) = \dots$

$m(\angle EFN) = \dots$

$m(\angle NEF) = \dots$

$m(\angle K) = \dots$

PATROLATERE

Vârfuri: $\square, \square, \square, \square$

Laturi: $\square, \square, \square, \square$

Unghiuri: $\square, \square, \square, \square$

Diagonale: \square, \square

$m(\angle M) + m(\angle N) + m(\angle P) + m(\angle Q) = 360^\circ$

PARALELOGRAM

ROMB $[AB]=[BC]$

DREPTUNGHII $m(\angle A) = 90^\circ$

Proprietăți:

- \mathcal{P}_1 : $[AB]=[DC]$ și $[BC]=[AD]$
- \mathcal{P}_2 : $m(\angle ABC) + m(\angle BAD) = 180^\circ$ și
- \mathcal{P}_3 : $\angle BCD = \angle BAD$ și $\angle ABC = \angle ADC$
- \mathcal{P}_4 : $[AC] \cap [BD] = \{O\}$, $[AO]=[OC]$ și $[BO]=[OD]$
- \mathcal{P}_5 : O - centrul de simetrie

CRITERII

- laturi opuse congruente
- doi laturi opuse paralele și congruente
- unghiuri opuse congruente
- unghiuri consecutive suplimentare
- diagonale care au același mijloc

este paralelogram

PĂTRAT $m(\angle A) = 90^\circ$ și $[AB]=[BC]$

TRAPEZ

$ABCD$ - trapez $AB \parallel CD, AD \parallel BC$

$ABCD$ - paralelogram

$FBKD$ - paralelogram

$ABCD$ - paralelogram

$ABCD$ - romb

$ABCD$ - trapez $AB \parallel CD, AD \parallel BC$

$MQPN$ - trapez

$FEKL$ - trapez

$[AM]=[MB]$
 $[DN]=[NC]$
 $[MN] = \dots$



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

RELATII METRICE

LINIA MILOCIE A TRIUNGIULUI

Ipoteză: $\triangle ABC$, $M \in [AB]$, $[AM] \parallel [MB]$,
 $N \in [BC]$, $[BN] \parallel [NC]$

Concluzie: $MN \parallel AC$; $|MN| = \frac{1}{2}|AC|$

Ipoteză: $ABCD$ – trapez,
 $AD \parallel BC$, $M \in [AB]$, $[AM] \parallel [MB]$,
 $N \in [CD]$, $[CN] \parallel [ND]$

Concluzie: $MN \parallel AD$; $MN \parallel BC$;
 $|MN| = \frac{|AD| + |BC|}{2}$

Ipoteză: $ABCD$ – trapez,
 $AD \parallel BC$, $M \in [AB]$, $[AM] \parallel [MB]$,
 $N \in [CD]$, $[CN] \parallel [ND]$

Concluzie: $MN \parallel AD$; $MN \parallel BC$;
 $|MN| = \frac{|AD| + |BC|}{2}$

$P_{\triangle MNP} = 52 \text{ cm}$, $P_{\triangle PQR} = \square$

$CF \parallel DE$, $P_{\text{total}} = \square$

RELATII METRICE ÎNTE ELEMENTELE UNUI TRIUNGHII DREPTUNGHIC

Teorema catetei $b^2 = m \cdot c$
 $a^2 = n \cdot c$

Teorema înălțimii $h^2 = m \cdot n$

Teorema lui Pitagora $a^2 + b^2 = c^2$

$|AC| = |AB| = |BC| = a$, $|AC| = 8$, $|BD| = 6$, $|AB| = \square$

$|AM| = \square$, $|AN| = \square$, $|AP| = \square$

$|AK| = \square$, $|AL| = \square$, $|AM| = \square$

$|AN| = \square$, $|AP| = \square$, $|AQ| = \square$

$|AK| = \square$, $|AL| = \square$, $|AM| = \square$

$|AN| = \square$, $|AP| = \square$, $|AQ| = \square$

Inegalități între laturile și unghiurile unui triunghi

$|AC| + |BC| > |AB|$; $|AC| + |AB| > |BC|$;
 $|AB| + |BC| > |AC|$

$m(\angle B) > m(\angle A) \Leftrightarrow |AC| > |BC|$
 $m(\angle B) > m(\angle C) \Leftrightarrow \square > \square$
 $m(\angle A) > m(\angle C) \Leftrightarrow \square > \square$

UNITĂȚI DE MĂSURĂ

Masă: $g < \text{dag} < \text{kg} < q < t$

$10^3 g = 1 \text{ kg}$, $10^3 \text{ dag} = 1 \text{ kg}$, $10^3 q = 1 t$

$10^3 g = 1000g$, $10^3 \text{ dag} = 1000 \text{ dag}$, $10^3 q = 1000q$

Lungime: $mm < cm < dm < m < dam < hm < km$

$10^3 mm = 10^3 \text{ cm} = 10 \text{ dm} = 1 \text{ m}$, $10^4 dm = 10^4 \text{ cm} = 10^3 m$

Arie: $mm^2 < cm^2 < dm^2 < m^2 < dam^2 < hm^2 < km^2$

$10^2 mm^2 = 10^2 \text{ cm}^2 = 10 \text{ dm}^2 = 1 \text{ m}^2$, $10^4 dm^2 = 10^4 \text{ cm}^2 = 10^2 m^2$

$10^6 hm^2 = 10^6 \text{ dm}^2 = 10^4 m^2$, $10^8 km^2 = 10^8 \text{ cm}^2 = 10^4 m^2$

Volum: $mm^3 < cm^3 < dm^3 < m^3 < dam^3 < hm^3 < km^3$

$10^3 mm^3 = 10^3 \text{ cm}^3 = 10 \text{ dm}^3 = 1 \text{ m}^3$, $10^6 dm^3 = 10^6 \text{ cm}^3 = 10^3 m^3$

Durată: $s < min < h$

$1 \text{ min} = 60s$, $1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3600s$

Capacitate: $ml < cl < dl < l < dal < hl < kl$

$10^3 ml = 10^3 \text{ cl} = 10 \text{ dl} = 1 \text{ l}$, $10^3 dal = 10^3 \text{ cl} = 10^2 hl = 10^1 kl$

ROTAȚIE DE CENTRU O ȘI UNGHII α

PUNCT

$OP = OP'$
 $m(\widehat{POP'}) = \alpha$

SEGMENT DE DREAPTĂ

$AB \equiv AB'$
 $m(\widehat{AOA'}) = m(\widehat{BOB'}) = \alpha$

FIGURĂ PLANĂ

$AB \equiv A'B'$
 $BC \equiv B'C'$
 $AC \equiv A'C'$
 $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$
 $m(\widehat{AOA'}) = m(\widehat{BOB'}) = m(\widehat{COC'}) = \alpha$

PERECHI DE UNGHURI

UNGHURI CU LATURI PARALELE

DOUĂ UNGHURI CU LATURI PARALELE SUNT CONGRUENTE SAU SUPLEMENTARE.

UNGHURI OPUSE LA VÂRTE

UNGHURI ADJACENTE

UNGHURI ADJACENTE

COMPLEMENTARE $\alpha + \beta = 90^\circ$

SUPLEMENTARE $\alpha + \beta = 180^\circ$

UNGHURI CU LATURI PERPENDICULARE

DOUĂ UNGHURI CU LATURI PERPENDICULARE SUNT CONGRUENTE SAU SUPLEMENTARE

$\alpha = \beta$, $\alpha + \beta = 180^\circ$

RAPOARTE ȘI PROPORȚII

Fracții

$\frac{a}{b}$ a – număr natural;
b – număr natural nenul

$\frac{1}{2}, \frac{5}{7}, \frac{8}{10}, \frac{10}{10}$

Amplificarea raportului (fracției)
 $\frac{2 \cdot 5}{6} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{5}{6}$

Simplificarea raportului (fracției)
 $\frac{3 \cdot 2^2}{8} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 2}{8} = \frac{0,8}{2} = 0,4$

$\frac{5 \cdot 2}{1,4} = \square$

Rapoarte

$\frac{a}{b}$ a – număr rațional;
b – număr rațional nenul

$\frac{2,5}{8}, \frac{5}{1,2}, \frac{8,8}{1,3}, \frac{7,3}{7,3}$

Proporții

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ a, b, c, d – numere
extremi

$\frac{2}{7} = \frac{4}{14}$, $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$, $\frac{2,3}{12} = \frac{6,9}{48}$, $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$

$a \cdot d = b \cdot c$

Proporții derivate
 $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$, $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$ etc.

$\frac{11}{7} = \frac{33}{21}$

Procente

$\frac{1}{100} = 1\%$, $\frac{36}{100} = \square\%$, $13\% = \frac{13}{100} = 0,13$

$\frac{1}{4} = 25\%$, $\frac{25}{100} = 25\%$, $0,64 = \square\%$, $29\% = \square\%$

$\frac{1}{2} = 50\%$, $\frac{50}{100} = 50\%$, $\frac{2}{13} = \square\%$, $3,6\% = \square\%$

$\frac{1}{100} = 100\%$, $\frac{1}{5} = \square\%$, $125\% = \square\%$

TRIUNGHURI

CONGRUENȚA TRIUNGHURILOR

$[AB] \equiv [A'B']$, $\angle ABC \equiv \angle A'B'C'$, $[BC] \equiv [B'C']$, $\angle BAC \equiv \angle B'A'C'$, $\Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

$[AB] \equiv [A'B']$, $[AC] \equiv [A'C']$, $\Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

$\angle ABC \equiv \angle A'B'C'$, $[BC] \equiv [B'C']$, $\Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

$[AB] \equiv [A'B']$, $\angle BAC \equiv \angle B'A'C'$, $\Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

$[AC] \equiv [A'C']$, $\angle BAC \equiv \angle B'A'C'$, $\Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

$[AB] \equiv [A'B']$, $\angle ABC \equiv \angle A'B'C'$, $\Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

$[AC] \equiv [A'C']$, $\angle ABC \equiv \angle A'B'C'$, $\Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$

PROPRIETĂȚI ALE TRIUNGIULUI ISOSCEL

Ipoteză: $\triangle ABC$, $[AB] \equiv [AC]$

Concluzie: a) $[BD] \equiv [CD]$ b) $[BD] \perp [AC]$

CLASIFICAREA TRIUNGHURILOR DUPĂ UNGHURI

acut, dreptunghic, obtuz

LINI IMPORTANTE ÎN TRIUNGHURI

h_a – înălțime
 b_s – bisectoare
 m_a – mediană
 l_a – mediatoare



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

<p>TRANSLAȚIE</p> <p>PUNCT $P \rightarrow P'$ $PP' = AA'$ $PP' \parallel AA'$ Sensul de la P la P' coincide cu sensul de la A la A'.</p> <p>SEGMENT DE DREAPTĂ $AB \rightarrow A'B'$ $AB = A'B'$ $AB \parallel A'B'$</p> <p>FIGURĂ PLANĂ $\triangle ABC \rightarrow \triangle A'B'C'$ $AB = A'B'$ $AB \parallel A'B'$ $BC = B'C'$ $BC \parallel B'C'$ $AC = A'C'$ $AC \parallel A'C'$ $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$</p>	<p>TEOREMA LUI PITAGORA</p> <p>$a^2 + b^2 = c^2$ $a'^2 + b'^2 = c'^2$</p> <p>APLICAȚII</p> <p>$x^2 = f^2 - h^2$ $x = \sqrt{f^2 - h^2}$ $x = \sqrt{a^2 + b^2}$ $x = \sqrt{a^2 + b^2}$ $h^2 = g^2 + r^2$ $h = \sqrt{g^2 + r^2}$ $b^2 = c^2 - a^2$ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $c^2 = a^2 + b^2$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$</p>	<p>SIMETRIE AXIALĂ - OGLINDIRE</p> <p>PUNCT a - axă de simetrie $A \in PP'$ $AP = AP'$ $PP' \perp a$</p> <p>SEGMENT DE DREAPTĂ a - axă de simetrie $AB = A'B'$</p> <p>FIGURĂ PLANĂ a - axă de simetrie $AB = A'B'$ $BC = B'C'$ $AC = A'C'$ $\alpha = \alpha'$ $\beta = \beta'$ $\gamma = \gamma'$ $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$</p>
---	---	--

FIGURI GEOMETRICE 3D

<p>Con în secțiune triunghiulară</p>	<p>Con</p>	<p>Cilindru</p>
<p>Piramida hexagonală regulată pătratică</p>	<p>Cub în secțiune triunghiulară</p>	<p>Cub în secțiune</p>
<p>Prisma hexagonală dreptunghic</p>	<p>Prisma triunghiulară regulată</p>	<p>Paralelipiped</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

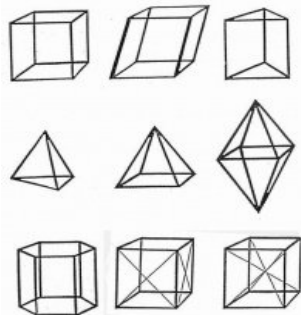


Set corpuri geometrice

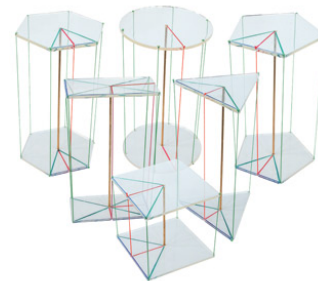
Prisma hexagonală în secțiune dreptunghiulară



Bețisoare și legături 25cm
desfășurate

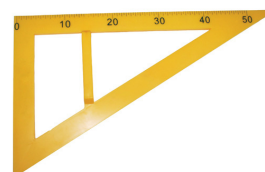


Set corpuri geometrice/forme



INSTRUMENTE PENTRU TABLĂ

- Compas.
- Compas cu ventuză, plastic.
- Echer (30-60-90).
- Echer (45-45-90).
- Raportor.





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

ALTE MIJLOACE DIDACTICE

- Flipchart.
- Whiteboard.

-Table școlare.

- Diaproiectoare.
- Panouri de plută.
- Table interactive.
- Retroproiectoare.
- Ecrane de protecție.
- Videoproiectoare.



FLIPCHART



WHITEBOARD



TABLE SCOLARE



DIAPROIECTOARE



PANOURI DE PLUTA



TABLE INTERACTIVE



RETROPROIECTOARE



ECRANE DE PROIECTIE

Alte mijloace didactice necesare:

Lista care urmează este orientativă. În funcție de resursele locale, o serie de materiale pot fi înlocuite cu altele, similare din punct de vedere al obiectivului de atins. Materialele sunt, în general, ușor de procurat; ele pot fi confecționate în școală, de către elevi, sau pot fi solicitate părinților.

Pentru desfășurarea **optimă** a lecțiilor de matematică sunt necesare următoarele materiale:

- o cutie cu creioane colorate;
- o cutie cu cretă colorată;
- bile colorate (roșii, galbene, verzi, albastre);
- calculator;
- cuburi care se îmbină;
- cubul lui Rubik;
- un calendar;
- 3-4 cutii de formă paralelipipedică, al căror volum poate fi măsurat prin umplere cu cuburi de dimensiuni egale;
- planșe reprezentând construcții simple făcute numai din cuburi;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- material didactic conceput și confecționat în spirit problematizat;
- figuri geometrice de poziționare;
- figuri geometrice decupate, de diferite culori: pătrat, dreptunghi, triunghi, cerc etc.;
- jocuri didactice matematice;
- planșe cu modele de rezolvare a problemelor;
- planșe reprezentând axe ale numerelor;
- planșe cu modele de exerciții;
- planșe cu terminologia utilizată în teorie;
- tablă magnetică;
- softuri educaționale;
- corpuri geometrice: cub, paralelipiped, piramidă, sferă, cilindru, con;
- figuri geometrice care admit una sau mai multe axe de simetrie;
- o ruletă;
- o foaie de calc pe care este desenată o rețea de pătrate vizibilă din orice punct al clasei;
- planșe;
- probleme ilustrate, etc.;
- trusa geometrică;
- planșe cu proprietăți ale operațiilor matematice, terminologia matematică, etc.
- hârtie milimetrică.

Modul în care mijloacele didactice sunt integrate în activitatea didactică se află în relație direct proporțională cu eficiența acestora.

Ca metodă, învățarea asistată de calculator, recurge la un ansamblu de mijloace care să-i permită atingerea obiectivelor și formarea competențelor specifice. Mijloacele didactice specifice metodei sunt programele de învățare sau **soft-urile didactice**.

Este unanim acceptată o clasificare a soft-urilor educaționale după funcția pedagogică specifică pe care o pot îndeplini în cadrul unui proces de instruire:

-Soft-uri de exersare. Soft-urile de acest tip intervin ca un supliment al lecției din clasă, realizând exersarea individuală necesară însușirii unor date, proceduri, tehnici sau formării unor deprinderi specifice; ele îl ajută pe profesor să realizeze activitățile de exersare, permițând fiecărui elev să lucreze în ritm propriu și să aibă mereu aprecierea corectitudinii răspunsului dat.

-Soft-urile interactive pentru predarea de noi cunoștințe. Soft-urile de acest tip crează un dialog între elev și programul respectiv. Interacțiunea poate fi controlată de computer (dialog tutorial) sau de elevi (dialog de investigare). Termenul generic de tutore desemnează soft-ul în care „drumul” elevului este controlat integral de computer. De regulă, un tutore preia una din funcțiile profesorului, softul fiind construit pentru a-l conduce pe elev, pas cu pas în însușirea unor noi cunoștințe sau formarea unor deprinderi după o strategie stabilită de proiectantul soft-ului.

-Soft-urile de simulare. Acest tip de soft permite reprezentarea controlată a unui fenomen sau sistem real prin intermediul unui model de comportament analog. Prin lucrul cu modelul se oferă posibilitatea modificării unor parametri și observării modului cum se schimbă comportamentul sistemului.

-Soft-uri pentru testarea cunoștințelor. Reprezentând poate gama cea mai variată, întrucât specificitatea lor depinde de mai mulți factori: -momentul testării, scopul testării, tipologia interacțiunii (feed-back imediat sau nu)-aceste soft-uri apar uneori independente, alteori făcând parte integrantă dintr-un mediu de instruire complex.

-Jocurile educative. Soft-uri care apar sub forma unui joc-urmăresc atingerea unui scop, prin aplicarea inteligentă a unui set de reguli-îl implică pe elev într-un proces de rezolvare de probleme.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

De obicei se realizează o simulare a unui fenomen real, oferindu-i elevului diverse modalități de a influența atingerea unui scop.

O taxonomie a soft-ului utilizat în învățământ, având drept criteriu opoziția dintre „centrarea pe elev”, la o extremă, și „auxiliar al profesorului”, la cealaltă, o găsim la P.Gorny:

1. Suporturi pentru învățare nederijată:

Instrumente pentru rezolvarea de probleme:

- sisteme de programare;
- sisteme de programare dinamică;

Instrumente pentru structurarea cunoașterii prin organizarea datelor:

- procesarea textelor și pregătirea documentelor;
- sisteme hipertext;
- utilitare pentru design;
- baze de date;
- tabele matematice;

Sisteme de comunicare;

Sisteme de regăsire a informației, inclusiv hipermedia;

2. Învățare prin descoperire derijată:

Sisteme de simulare;

Jocuri (didactice asistate de calculator);

Sisteme de monitorizare (proces, robotică);

Sisteme tutoriale inteligente;

3. Resurse pentru predare și învățare:

Tabla electronică, etc., inclusiv multimedia;

Tutoriale;

Sisteme de exersare.

Instruirea programată, reprezintă o tehnică modernă de instruire, care propune o soluție nouă la problema învățării. Prin această metodă instruirea se derijează printr-un program pregătit dinainte pe care elevul îl urmează independent. Programul creat este astfel alcătuit încât elevul să-și autoregleze conștient procesul de asimilare. Așadar o condiție ce trebuie să satisfacă un program bun este de a prevedea toate punctele în care elevul ar putea să greșească și apoi să prevadă continuări care să-l ajute să elimine eroarea. Această condiție este lesne de îndeplinit la matematică datorită organizării logice, stricte a conținutului.

Instruirea programată se realizează în condiții optime cu ajutorul calculatorului. Îmbinarea instruirii programate cu alte metode și mijloace didactice curente și forme de organizare constituie o modalitate eficientă de însușire și consolidare a cunoștințelor.



Întocmește o listă orientativă a mijloacelor didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică la clasa a V-a.

R: Revezi paragraful 4.5. și programa școlară la matematică pentru clasa a V-a.

Să ne reamintim...



- Lista mijloacelor didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică este orientativă. În funcție de resursele locale, o serie de materiale pot fi înlocuite cu altele, similare din punct de vedere al obiectivului de atins. Materialele sunt, în general, ușor de procurat, ele pot fi confecționate în școală, de către elevi, sau pot fi solicitate părinților.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



4.6. Rezumat

În această unitate de învățare se prezintă conceptul de mijloc didactic, se descriu principiile de folosire ale acestora în activitatea didactică, cu referire la lecția de matematică în învățământul preuniversitar. Se insistă pe integrarea mijloacelor didactice în activitatea didactică. După enumerarea factorilor determinanți în activitatea de confecționare a materialului didactic, se evidențiază locul și rolul unor mijloace didactice care se utilizează în formarea unor conceptelor matematice. În ultimul paragraf se prezintă o listă orientativă a mijloacelor didactice necesare desfășurării lecțiilor de matematică în învățământul preuniversitar.



4.7. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Definește conceptul de mijloc didactic.
2. Prezintă factorii determinanți în activitatea de confecționare a mijloacelor didactice.
3. Exemplifică ce planșe pot fi folosite în predarea funcțiilor trigonometrice.
4. Specifică pentru care dintre mijloacelor didactice de la paragraful 4.5 se poate solicita ajutorul părinților și care pot fi confecționate în școală împreună cu elevii.
5. Concepe diferite alternative metodologice pentru predarea-învățarea diferitelor conținuturi din manualele alternative de matematică la clasele V-VIII și analizează mijloacelor didactice ce pot fi utilizate pentru atingerea obiectivelor propuse.



4.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revezi paragraful 4.3.
2. Revezi paragraful 4.3.
3. Revezi 4.4.



Temă de control 1

1. Realizează un demers didactic complet pentru rezolvarea unei probleme-la alegere, din algebra clasei a VII-a.
2. Realizează rezolvarea prin trei metode a unei probleme din geometria plană a clasei a VI-a.
3. Exemplifică o metodă interactivă de grup aplicată într-o lecție de fixare și sistematizare la clasa a VIII-a.

După rezolvare, tema de control trebuie transmisă tutorelui.

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu:.....	10 puncte;
1. - Prezentarea amănunțită a fiecărei etape de rezolvare a problemei alese.(câte 10 puncte fiecare etapă).....	40 puncte;
2.-Rezolvarea corectă a problemei prin trei metode (câte 10 puncte fiecare metodă).....	30 puncte;
3.-Alegerea corectă a metodei interactive de grup în raport cu tipul de lecție specificat.....	5 puncte;
-Aplicarea corectă (conform metodologiei) a metodei interactive de grup.....	15 puncte.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare 5. Evaluarea în cadrul lecțiilor de matematică din învățământul preuniversitar

Cuprins

5.1. Introducere.....	157
5.2. Competențe.....	157
5.3. Precizări conceptuale.....	158
5.4. Tipuri (forme) de evaluare.....	158
5.5 Evaluarea performanțelor în învățământul preuniversitar	167
5.6. Metode și tehnici de evaluare a randamentului elevilor la matematică.....	168
5.7. Metodologia elaborării itemilor.....	202
5.7.1. Clasificarea itemilor.....	202
5.7.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor.....	203
5.8. Rezumat.....	213
5.9. Test de autoevaluare	213
5.10. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	213

5.1. Introducere



Evaluarea este parte integrantă a procesului de predare-învățare, furnizând în primul rând cadrelor didactice, dar și elevilor informațiile necesare desfășurării optime a acestui proces, conducând la perfecționarea continuă a activității didactice.

Evaluarea ajută la descoperirea și la stimularea intereselor și aptitudinilor elevilor, ea ghidează intervenția cadrului didactic asupra elevului și oferă o imagine clară asupra calității predării și a conținutului instruirii. Elevii se vor putea verifica prin intermediul evaluării, dacă în procesul învățării se află pe calea cea bună.

Evaluarea constituie un mijloc de intervenție asupra conținuturilor și a obiectivelor educaționale.

Această unitate de învățare are ca scop familiarizarea cu cunoștințele referitoare la metodele, tehnicile și instrumentele de evaluare a randamentului școlar la matematică în învățământul preuniversitar.

5.2. Competențele unității de învățare



După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să definească conceptul de evaluare;
- să precizeze și să exemplifice tipurile de evaluare;
- să argumenteze necesitatea evaluării performanțelor elevilor;
- să descrie și să aplice principalele metode și tehnici de evaluare specifice lecțiilor de matematică în învățământul preuniversitar;
- să compare metodele de evaluare în raport cu avantajele și limitele specifice;
- să aplice metodologia elaborării itemilor la matematică;
- să realizeze practic fișe și probe de evaluare la disciplina matematică.



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 3 ore.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5.3. Precizări conceptuale

Câteva definiții ale conceptului de evaluare sunt:

1. **Evaluarea** = reglare a învățării și predării, adică obținerea de informații despre efectele predării și receptării cunoștințelor.

2. **Evaluarea** = măsurarea efectelor învățării. Ea constă în aplicarea unor tehnici, probe, pentru a cunoaște efectele acțiunii instructiv-educative. Pot fi măsurate numărul de cunoștințe memorate sau înțelese de elevi, deprinderile și priceperile nou formate, numărul și gravitatea greșelilor în executarea unei activități.

3. **Evaluarea** = proces de obținere a informațiilor asupra elevului, profesorului, sau asupra programului educativ și de folosire a acestora în scopul formulării unor aprecieri, sau al adoptării unor decizii.

4. **Evaluarea** = proces de măsurare și apreciere a valorii rezultatelor sistemului de învățământ, sau a unei părți a acestuia a eficienței resurselor și strategiilor folosite, prin compararea rezultatelor cu obiectivele propuse, în vederea luării unor decizii de îmbunătățire. (Roșu, M., 2007)



Găsește alte definiții ale evaluării.

R: Revezi: Bontaș, I., 1998, p.235, Radu, I., 2000, p.12-13 și 230, Surdu, E., 1995, p.182-183, etc.

5.4. Tipuri (forme) de evaluare

După modul cum se realizează: la începutul, pe parcursul, sau la sfârșitul unei unități de învățare se evidențiază următoarele **forme de evaluare**:

2. evaluarea inițială (predictivă);
3. evaluarea continuă (formativă);
4. evaluarea sumativă (finală).

1. **Evaluarea inițială** se realizează prin raportare la obiectivele terminale ale capitolului anterior.

Tehnica de evaluare o constituie **proba inițială** sau **predictivă**, care este aplicată la începutul fiecărei unități de conținut.

Evaluarea inițială (predictivă) se realizează la începutul anului școlar, sau al semestrului, sau la trecerea de la o unitate de învățare studiată la alta. Permite stabilirea nivelului de dezvoltare și de pregătire și anticipează evoluția elevilor. Sugerează profesorului strategiile didactice care pot fi utilizate. Rezultatele din evaluările inițiale direcționează activitatea profesorului în două planuri:

-modalitatea de predare-învățare a noului conținut (adaptarea strategiilor didactice la posibilitățile de asimilare ale elevilor);

-aprecierea necesității organizării unor programe de recuperare pentru întreaga clasă sau a unor programe diferențiate, menite să aducă elevii la capacitățile necesare abordării unei noi unități de învățare.

2. **Evaluarea continuă** sau **formativă** se realizează pe tot parcursul unității didactice, descriind achizițiile elevului în cursul învățării, în raport cu obiectivele stabilite. Scopul principal al acestui tip de evaluare este acela de a dezvolta la fiecare elev autocunoașterea și încrederea în sine, având, în același timp, caracter diagnostic și recuperativ.

3. **Evaluarea sumativă** stabilește un bilanț final al unei secvențe de învățare, având drept scop măsurarea nivelului de realizare a obiectivelor operaționale propuse. Se realizează la finalul programului de instruire (sfârșit de unitate de învățare, sfârșit de semestru sau de an școlar). Deoarece această formă de evaluare nu însoțește procesul didactic pas cu pas, nu permite ameliorarea acestuia decât după perioade îndelungate de timp. (Roșu, M., 2007, p.84-85)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

**Exemplu 1***probă de EVALUARE sumativă (clasa a IX-a-trunchi comun)***Logică matematică și teoria mulțimilor****Obiective urmărite: Verificarea formării la elevi a competențelor specifice:**

- 2.1.Reprezentarea adecvată a mulțimilor și a operațiilor logice și identificarea de proprietăți ale acestora
- 4.1.Redactarea soluției unei probleme utilizând corelarea între limbajul usual cu cel al logicii matematice și cu limbajul teoriei mulțimilor.
- 1p** Determinați complementara intervalului $[3;5]$ în raport cu mulțimea \mathbf{R} a numerelor reale.
 - 2p** Fie mulțimile A și B , părți ale unei mulțimi E , astfel încât $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = E$. Arătați că $E - A = B$ (A și B se numesc părți complementare ale lui E).
 - 2p** Dacă A, B sunt două mulțimi, arătați că $A - B = A - (A \cap B)$.
 - 2p** Fie $p(x), q(x)$ două predicate pe o mulțime T , având mulțimile de adevăr $A = \{x \in T | p(x)\}$, $B = \{x \in T | q(x)\}$. Arătați că $p(x) \wedge q(x)$ are mulțimea de adevăr $A \cap B$.
 - 2p** Fie A, B două părți ale mulțimii E . Arătați că afirmația $E - B \cup A = E$ este o condiție necesară și suficientă pentru afirmația $B \subset A$.

Grila de punctaj

Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se poate acorda punctaj intermediar (de exemplu dacă rezolvarea este prin diagrame).

Se acordă **1 punct din oficiu**.

1.	$\{x \in \mathbf{R} x \notin [3;5]\} \equiv (-\infty, 3) \cup (5, \infty)$	1p
2.	$x \in E - A \Rightarrow x \in E$ și $x \notin A \Rightarrow (x \in A \text{ sau } x \in B)$ și $(x \notin A) \Rightarrow (x \in A \text{ și } x \notin A) \text{ sau } (x \in B \text{ și } x \notin A) \Rightarrow x \in B - A \equiv B - (A \cap B) \equiv B$ și reciproca	2p
3.	pentru orice $x \in A - B \Rightarrow x \in A$ și $x \notin B \Rightarrow x \in A$ și $x \notin A \cap B \Rightarrow x \in A - (A \cap B)$. pentru orice $x \in A - (A \cap B) \Rightarrow x \in A$ și $x \notin A \cap B \Rightarrow x \in A$ și $x \notin B \Rightarrow x \in A - B$	2p
4.	$(p(x) \Leftrightarrow x \in A) \wedge (q(x) \Leftrightarrow x \in B) \Leftrightarrow ((p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow (x \in A \text{ și } x \in B)) \Leftrightarrow \Leftrightarrow A \cap B = \{x \in T p(x) \wedge q(x)\}$	2p
5.	$B \subset A \Rightarrow E - A \subset E - B \Rightarrow E \subset E - B \cup A \Rightarrow E = E - B \cup A$ $E = E - B \cup A \Rightarrow E - A \subset (E - B \cup A) - A \Rightarrow E - A \subset E - B - A \Rightarrow B \subset A$	2p

Exemplu 2**EVALUARE SUMATIVĂ (clasa a VI-a)**

Vizează evaluarea competențelor privitoare la cunoașterea și utilizarea proprietăților triunghiurilor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare : PROPRIETĂȚILE TRIUNGHIURILOR

Obiective:

- să clasifice triunghiurile după anumite criterii date;
- să aplice metoda triunghiurilor congruente în rezolvarea unor probleme;
- să exprime proprietățile triunghiurilor studiate;
- să utilizeze instrumentele geometrice pentru a desena figuri geometrice plane descrise în contexte matematice date.

- 1) Desenează $\triangle MNP$ isoscel, știind că $MN = MP$. Construind bisectoarea MQ , unde $Q \in [NP]$, ce se poate spune despre $\angle MQN$ și $\angle MQP$?
- 2) Desenează $\triangle RST$ echilateral. Construiește mediatoarele RA , SB și TC unde $A \in [ST]$, $B \in [RT]$ și $C \in [RS]$. Demonstrează că: $[RA] \equiv [SB] \equiv [TC]$.
- 3) Pe laturile unghiului cu vârful în A se consideră punctele B și C , astfel încât $[AB] \equiv [AC]$. Fie $CM \perp AB$, $M \in (AB)$ și $BN \perp AC$, $N \in (AC)$. Demonstrează că: $[BN] \equiv [CM]$; $[MP] \equiv [PN]$, unde $BN \cap CM = \{P\}$; $\angle MAP \equiv \angle NAP$.

Punctajul acordat : 1 p - din oficiu

Problema 1 : - 3 p

Problema 2 : - 3 p

Problema 3 : - 3 p

Exemplu 3 EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA a VII-a)

Verificarea formării la elevi a competențelor specifice:

- 2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia.
- 3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic
- 5.7. Interpretarea perpendicularității în relație cu rezolvarea triunghiului dreptunghic.

Unitatea de învățare : Relații metrice în triunghiul dreptunghic

1. Obiectivul : să definească laturile unui triunghi dreptunghic.

Stabilește valoarea de adevăr a următoarei propoziții:

Într-un triunghi dreptunghic, latura care se opune unghiului drept se numește ipotenuză .

a. A

b. F

2. Obiectivul : să clasifice triunghiuri.

Stabilește valoarea de adevăr a următoarei propoziții:

Orice triunghi are toate unghiurile ascuțite .

a. A

b. F

3. Obiectivul : să enumere valorile funcțiilor trigonometrice.

În coloana **A** sunt funcțiile trigonometrice ale unghiului de 30° și în coloana **B** sunt diferite valori reale. Faceți corespondențele corecte :

A

B

1. $\sin 30^\circ$

a. $\sqrt{3}$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTINICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2. $\cos 30^\circ$

3. $\operatorname{tg} 30^\circ$

4. $\operatorname{ctg} 30^\circ$

b. $\frac{1}{2}$

c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. 1

e. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. **Obiectivul :** să enumere valorile funcțiilor trigonometrice.

În coloana A sunt funcțiile trigonometrice ale unghiului de 60° și în coloana B sunt diferite valori reale. Faceți corespondențele corecte :

A

1. $\sin 60^\circ$

2. $\cos 60^\circ$

3. $\operatorname{tg} 60^\circ$

4. $\operatorname{ctg} 60^\circ$

B

a. $\sqrt{3}$

b. $\frac{1}{2}$

c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d. 1

e. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. **Obiectivul :** să utilizeze teorema lui Pitagora.

Fie un triunghi ABC dreptunghic în A cu catetele $AB = 5$ cm și $AC = 12$ cm . Ipotenuza triunghiului este :

a. 10 cm

b. 13 cm

c. 25 cm

d. 18 cm

6. **Obiectivul :** să utilizeze teorema înălțimii.

Proiecțiile catetelor unui triunghi dreptunghic sunt de 7 cm și 63 cm . Înălțimea dusă din vârful unghiului drept este :

a. 16 cm

b. 35 cm

c. 21 cm

d. 10 cm

7. **Obiectivul:** să utilizeze valorile funcțiilor trigonometrice și formule trigonometrice.

Completează spațiile punctuate astfel încât să obții afirmații adevărate :

a. $\sin^2 x + \cos^2 x = \dots\dots\dots$

b. $\dots\dots\dots 45^\circ = 1$

c. $\cos \dots\dots\dots = \frac{1}{2}$

8. **Obiectivele :** să enunțe teorema catetei;

să enunțe teorema lui Pitagora.

Completează spațiile punctuate astfel încât să obții afirmații adevărate :

a. Într-un triunghi dreptunghic, pătratul lungimii unei este egal cu dintre lungimea proiecției catetei pe ipotenuză și lungimea

b. Într-un triunghi dreptunghic, pătratul lungimii este egal cu pătratelor lungimilor catetelor.

9. **Obiectivele :** să rezolve o problemă prin ecuații;
să calculeze aria unui triunghi.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Fie triunghiul ABC având lungimile laturilor trei numere naturale consecutive.
- Determină lungimile laturilor triunghiului ABC știind că perimetrul lui este 15 cm.
 - Calculează aria triunghiului ABC.

**10. Obiectivele : să aplice reciproca teoremei lui Pitagora;
să calculeze aria unui triunghi.**

Se dă triunghiul ABC cu laturile $AB = 12$ cm , $BC = 9$ cm și $AC = 15$ cm .

- Calculează aria triunghiului.
- Calculează înălțimea dusă din vârful B.

11. Obiectivul : să rezolve triunghiuri dreptunghice.

Fie $\triangle ABC$ dreptunghic cu $m(\sphericalangle A)=90^\circ$ și $AD \perp BC$, $D \in [BC]$. Dacă $AD=12$

cm și $CD = 9$ cm, află BC , AB , AC , $\operatorname{tg} \sphericalangle B$ și $\sin \sphericalangle C$.

12. Obiectivul : să aplice în probleme practice formula perimetrului trapezului.

Un teren în formă de trapez dreptunghic cu baza mare de 22 m, baza mică de 10 m și înălțimea de 16 m trebuie împrejmuit cu cinci rânduri de sârmă. Cât costă sârma necesară, dacă 1 m de sârmă costă 6,5 lei ?

BAREM DE CORECTURĂ Se vor acorda 10 puncte din oficiu

Nr.ex.	Rezolvare	Punctaj
1	a.	5 p
2	b.	5 p
3	1 - b	1
	2 - c	1 p
	3 - e	1
	4 - a	1 p
4	1 - c	1 p
	2 - b	1 p
	3 - a	1 p
	4 - e	1 p
5	b	5 p
6	c	5 p
7	a. 1	1 p
	b. $\operatorname{tg}/\operatorname{ctg}$	1 p
	c. 60^0	1 p
8	a. cateta	1 p
	produsul	1 p
	ipotenuzei	1 p



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

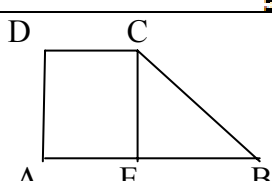


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	b.	ipotenuzei	1 p
		suma	1 p
9	a.	Notarea laturilor : $x, x + 1, x + 2$	2 p
		Scrierea ecuației : $x + x + 1 + x + 2 = 15$	2 p
		Finalizare : $x = 4$	3 p
		Răspuns : 4 cm, 5 cm , 6 cm	1 p
	b.	Scrierea formulei : $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	3 p
		Semiperimetrul : $p = \frac{a+b+c}{2}, p = \frac{15}{2}$	2 p
		Finalizare : $A = \frac{15\sqrt{7}}{4}$	4 p
10	a.	Reciproca teoremei lui Pitagora : $15^2 = 12^2 + 9^2$	4 p
		Formula : $A = \frac{\text{cat}_1 \cdot \text{cat}_2}{2}$	2 p
		Finalizare : $A = 54 \text{ cm}^2$	1 p
	b.	Formula : $A = \frac{ip \cdot h}{2}$	2 p
		Finalizare : $h = \frac{24}{5}$	2 p
11		În $\Delta ACD, m(\angle D) = 90^\circ, TP : AC^2 = AD^2 + CD^2$	2 p
		Finalizare : $AC = 15 \text{ cm}$	1 p
		Teorema catetei : $AC^2 = BC \cdot CD$	2 p
		Finalizare : $BD = 25 \text{ cm}$	1 p
		Teorema lui Pitagora : $AB^2 = BC^2 - AC^2$	2 p
		Finalizare : $AB = 20 \text{ cm}$	1 p
		Formula : $\text{tg } B = \frac{AC}{AB}$	2 p
		Finalizare : $\text{tg } B = \frac{3}{4}$	1 p
		Formula : $\sin C = \frac{AB}{BC}$	2 p
		Finalizare : $\sin C = \frac{4}{5}$	1 p
12		 <p>EB = AB - CD, EB = 12 cm</p>	1 p
		În $\Delta BEC, m(\angle E) = 90^\circ, T$ Pitagora : $BC^2 = BE^2 + EC^2$	2 p
		Finalizare : $BC = 20 \text{ cm}$	1 p
		Formula perimetrului : $P = AB + BC + CD + DA$	2 p
		Finalizare : $P = 68 \text{ cm}$	1 p
		5 rânduri de sârmă : $68 \text{ m} \cdot 5 = 340 \text{ m}$	2 p
		Finalizare : $340 \text{ m} \cdot 6,5 \text{ lei} = 2210 \text{ lei}$	2 p

TOTAL = 100 p



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu 4

EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA A VIII-A la sfârșitul semestrului I)

Verificarea formării la elevi a competențelor specifice:

- 2.3. Folosirea instrumentelor geometrice adecvate pentru reprezentarea, prin desen, în plan, a corpurilor geometrice.
- 3.3. Utilizarea proprietăților referitoare la drepte și unghiuri în spațiu pentru analizarea pozițiilor relative ale acestora.
- 4.3. Exprimarea prin reprezentări geometrice a noțiunilor legate de drepte și unghiuri în plan și în spațiu.

Obiectivele urmărite:

- determinarea poziției unei drepte față de un plan;
- demonstrarea paralelismului unei drepte cu un plan;
- recunoașterea teoremei lui Thales în spațiu;
- aplicarea teoremei celor trei perpendiculare pentru demonstrarea perpendicularității a două drepte în spațiu;
- determinarea distanțelor utilizând teorema lui Pitagora.

Lucrare scrisă la geometrie clasa a VIII-a

1) (2 p) Fie triunghiul echilateral ABC cu lungimea apotemei egală cu $\frac{\sqrt{3}}{2} cm$. Pe planul

triunghiului se ridică perpendiculara $MA = 4 cm$. Să se calculeze :

- a) distanța de la punctul M la vârfurile triunghiului
- b) distanța de la punctul M la mijlocul laturii $[BC]$.

2) (2 p) Fie triunghiurile ABC și ADC astfel încât $C \notin (ADB)$ și M, N, P sunt mijloacele segmentelor $[AB], [BC]$ și respectiv $[AC]$.

- a) stabiliți poziția dreptelor AN, BP, CM
- b) stabiliți poziția planelor $(DAN), (DBP)$ și (DCM) .

3) (2 p) Se consideră tetraedrul $ABCD$ și se notează cu E și F mijloacele muchiilor $[AC]$ respectiv $[AD]$ iar cu G_1 și G_2 centrele de greutate ale triunghiurilor ABC și respectiv ACD . Stabiliți pozițiile dreptelor G_1G_2 și EF față de planul (BCD) .

4) (2 p) Pe planul rombului $ABCD$ se ridică perpendiculara AA' .

Să se demonstreze că $BD \perp A'C$. (Zaharia, M., Zaharia, D., 2008)

Timp de lucru: 50 minute. Se acordă 2 puncte din oficiu.

Grila de punctaj

1) desen : 0,25 p

a) aflarea laturii triunghiului : $l = 3 cm$ 0,25 p

$d(M, B) = d(M, C) = 5cm$ 0,25 p

$d(M, A) = MA = 4cm$ 0,25 p



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

b) fie E – mijlocul lui $[BC]$. $AE = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ **0,25 p**

$\xrightarrow{T_{3\perp}} d(M, BC) = ME = \frac{\sqrt{91}}{2}$ **0,75 p**

2) desen : **0,25 p**

a) observarea faptului că AN, BP și CM sunt mediane în triunghiul ABC
 $\Rightarrow AN \cap BP \cap CM = \{G\}$ **0,75 p**

b) $D \in (DAN), (DBP), (DCM)$ relația (1) : **0,25 p**

$G \in AN$ unde $AN \subset (DAN)$

$G \in BP$ unde $BP \subset (DBP) \Rightarrow G \in (DAN), (DBP), (DCM)$

$G \in CM$ unde $CM \subset (DCM)$ relația (2) **0,5 p**

din relațiile (1) și (2) $\rightarrow (DAN) \cap (DBP) \cap (DCM) = DG$ **0,25 p**

3) desen . **0,25 p**

a) EF linie mijlocie în $\triangle ADC \Rightarrow EF \parallel CD$ dar $CD \subset (BCD) \Rightarrow EF \parallel (BCD)$ **0,75 p**

b) $EG_2 = \frac{1}{3}ED$ și $EG_1 = \frac{1}{3}EB \Rightarrow \frac{EG_2}{EG_1} = \frac{ED}{EB} \xrightarrow{\text{reciprocaThales}}$ în $\triangle EBD : G_1G_2 \parallel BD$

dar $BD \subset (BCD) \Rightarrow G_1G_2 \parallel (BCD)$ **1 p**

4) desen : **0,25 p**

$\xrightarrow{T_{3\perp}} A'O \perp BD$, adică $BD \perp A'O$ relația (1) , $A'O \subset (A'AC)$ **0,75 p**

$A'A \perp (ABCD) \Rightarrow A'A \perp BD$, adică $BD \perp A'A$ relația (2) $A'A \subset (A'AC)$ **0,5 p**

Din relațiile (1)-(2) : $BD \perp (A'AC)$ **0,25 p**

$A'C \subset (A'AC) \Rightarrow BD \perp A'C$ **0,25 p.**



Exemplu 5 (Orban A., 2012)

Teste de evaluare formativă clasa a VI-a

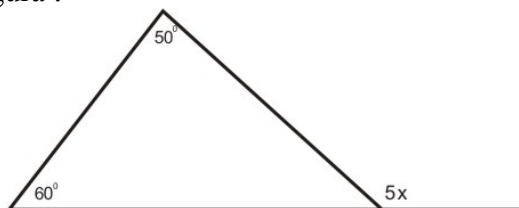
Verificarea formării la elevi a competenței specifice:

Calcularea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate.

Unitatea de învățare: PROPRIETĂȚILE TRIUNGHIURILOR

Varianta 1

1) (3 p) Aflați x din următoarea figură :



2) (5 p) Se dă următoarea figură :



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

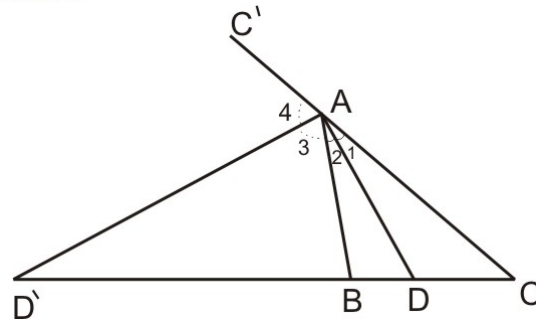


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



În $\triangle ABC$, AD este bisectoarea interioară al unghiului A , iar AD' este bisectoarea exterioară al unghiului A ($D \in [BC]$, $D' \in BC$).

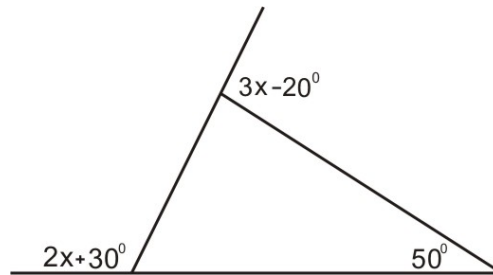
Dacă $m(\angle A_1) = 17^\circ$ și $m(\angle C) = 64^\circ$.

- să se afle $m(\angle B)$ respectiv $m(\angle A_4)$
- să se demonstreze că $AD' \perp AD$

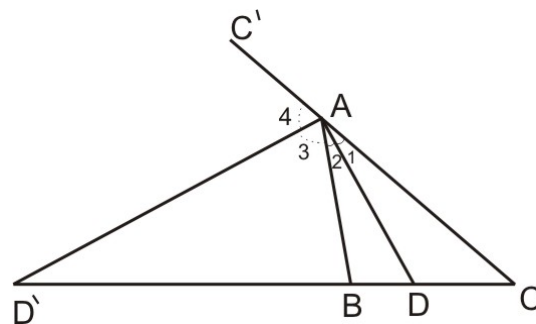
Din oficiu : 2 p

Varianta 2

1) (3 p) Aflați x din următoarea figură :



2) (5 p) Se dă următoarea figură :



În $\triangle ABC$, AD este bisectoarea interioară al unghiului A , iar AD' este bisectoarea exterioară al unghiului A ($D \in [BC]$, $D' \in BC$).

Dacă $m(\angle A_3) = 53^\circ 47'$ și $m(\angle C) = 53^\circ 1' 20''$.

- află $m(\angle A_{ext})$, $m(\angle A_{int})$ respectiv $m(\angle B)$.
- arată că $m(\angle D'AD) = 90^\circ$.

Din oficiu : 2 p.





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Caracterizează evaluarea inițială și evaluarea sumativă. Exemplifică o probă de evaluare sumativă pentru clasa a VII-a la geometrie.

R: Revedi paragraful 5.4.- Exemple.



Să ne reamintim...

• **Forme de evaluare:**

1. evaluarea inițială (predictivă);
2. evaluarea continuă (formativă);
3. evaluarea sumativă (finală).

5.5. Evaluarea performanțelor în învățământul preuniversitar

Scopul principal al evaluării rezultatelor școlare este perfecționarea continuă a procesului de predare-învățare. Pentru a-și îndeplini acest scop, evaluarea trebuie să descrie în mod obiectiv ceea ce pot realiza elevii, să clarifice natura dificultăților pe care aceștia le au în învățare și să indice soluții pentru îmbunătățirea rezultatelor întregului proces.

Evaluarea performanțelor elevilor este necesară pentru:

-cunoașterea nivelului de pregătire al fiecărui elev în scopul organizării eficiente a activității de predare-învățare;

-determinarea nivelului atins de fiecare elev în vederea formării și dezvoltării capacităților cuprinse în obiective;

-evidențierea progresului înregistrat de elev în raport cu sine însuși pe traseul atingerii obiectivelor prevăzute de programă; important este să fie evaluată nu atât cantitatea de informații de care dispune elevul, ci, mai ales, ceea ce poate să facă el, utilizând ceea ce știe sau ceea ce intuiește;

-asigurarea unei informări continue asupra rezultatelor predării-învățării, pentru a preveni la timp dereglările procesului sau pentru a le corecta atunci când ele s-au produs;

-asigurarea unei raportări la standarde naționale pentru a oferi o apreciere corectă a rezultatelor unei promovări reale, pe baza performanțelor obținute, care să asigure continuitatea cu succes a studiilor în clasa următoare;

-raportarea activității profesorului la obiectivele vizate prin programă; autoaprecierea muncii proprii;

-stabilirea unor criterii unitare și obiective de evaluare a profesorului în raport cu obiectivele programei de către factorii de îndrumare și control: directori, metodiști, inspectori școlari.

Pentru ca evaluarea progresului elevilor să-și atingă scopurile propuse, o serie de acțiuni de ordin strategic și practic devin necesare:

-înlocuirea evaluării oarbe, exprimate prin cifre sau corecturi nerelevante pentru determinarea stadiului atins de elev în formarea unor capacități și, prin urmare, nerelevante pentru depistarea și eliminarea blocajelor, cu evaluarea calitativă, de tip descriptiv, realizată pe baza baremelor de notare, ce oferă datele necesare reglării procesului de învățare;

-înlocuirea probelor de evaluare clasice, vizând evaluarea cantității de informații memorate, ce permit un grad înalt de subiectivitate, cu teste de evaluare compuse din itemi bine structurați, ce asigură o evaluare obiectivă nu numai a informațiilor acumulate de elevi, ci și a deprinderilor, a capacităților intelectuale și a trăsăturilor de personalitate – aspecte care constituie rezultatul cel mai important al activității școlare;

-modificarea raportului dintre evaluarea sumativă, care inventariază, selectează și ierarhizează prin calificativ, și evaluarea formativă, ce are drept scop valorificarea la maximum a potențialului intelectual de care dispun elevii și conduce la perfecționarea continuă a stilului și a metodelor proprii de învățare;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

-restabilirea echilibrului dintre evaluarea scrisă și evaluarea orală care, deși presupune un volum mare de timp pentru aprecierea tuturor elevilor și blocaje datorate emoției sau timidității, prezintă avantaje deosebite, precum: realizarea interacțiunii elev și cadru didactic, demonstrarea stadiului de formare a unor capacități sau competențe prin intervenția profesorului cu întrebări ajutătoare, demonstrarea comportamentului comunicativ și de interrelaționare a elevului, evaluarea de ordin atitudinal-comportamental, evidențierea unor trăsături de personalitate etc.;

-folosirea cu o mai mare frecvență a metodelor de autoevaluare și de evaluare prin consultare în grupuri mici, vizând verificarea modului în care elevii își exprimă liber opinii proprii sau acceptă cu toleranță opiniile celorlalți, modul cum utilizează în practica vorbirii formulele de inițiere, de menținere și de încheiere a unui dialog sau capacitatea de a-și susține și motiva propunerile. (Panțuru, S., Păcurar, D.C., 1997; Radu, I., 2000)



Argumentează necesitatea evaluării performanțelor elevilor.

R: Alege minim cinci argumente din paragraful 5.5.



Să ne reamintim...

Scopul principal al evaluării rezultatelor școlare este perfecționarea continuă a procesului de predare-învățare. Pentru a-și îndeplini acest scop, evaluarea trebuie să descrie în mod obiectiv ceea ce pot realiza elevii, să clarifice natura dificultăților pe care aceștia le au în învățare și să indice soluții pentru îmbunătățirea rezultatelor întregului proces.

5.6. Metode și tehnici de evaluare a randamentului elevilor la matematică

Metodele tradiționale utilizate în evaluarea rezultatelor școlare sunt: **examinarea orală, examinarea prin probe scrise, examinarea prin probe practice, testul docimologic.**



Exemplu

Probă orală (clasa a V-a)

Vizează evaluarea competențelor privitoare la: formarea și dezvoltarea capacității de a comunica utilizând limbajul matematic; compunerea și rezolvarea de probleme.

Conținutul probei și tehnica de desfășurare:

Profesorul scrie pe tablă textul următoarei probleme:

Alexandru are de parcurs 24 km. El parcurge trei sferturi din distanță cu autobuzul, o treime cu bicicleta, iar restul drumului pe jos. Câți kilometri parcurge cu autobuzul? Dar cu bicicleta?

Profesorul se adresează clasei:

- Problema conține o greșeală. Cine o descoperă?
- Modificați problema, astfel încât să eliminați greșeala.
- Scrieți formulele numerice de rezolvare ale cerințelor problemei nou formulate.
- Compuneți o altă problemă, modificând datele numerice ale celei de-a doua.
- Adăugați o altă întrebare, astfel încât problema să se rezolve prin trei operații.
- Completați cum doriți enunțul ultimei probleme și compuneți în acest mod o nouă problemă.

Timp de lucru: 15 minute.



Exemplu

Probă orală (clasa a VII-a)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Se prezintă pentru o problemă de raționament geometric un scenariu privitor la întrebările adresate elevilor în evaluarea orală, în scopul rezolvării problemei. Se detaliază și modul în care se acordă nota.

Varianta 1

Item	Activitatea profesorului	Activitatea elevului
1.	Enunță problema : <i>Triunghiul ale cărui mediane sunt congruente (egale) este echilateral (are laturile congruente).</i>	Repetă enunțul.
2.	<i>Ce este mediana ?</i>	Enunță definiția.
3.	<i>Trasează medianele BM și CN în triunghiul ABC și notează cu G punctul lor de intersecție.</i>	Desenează figura geometrică.
4.	<i>Ce este linia mijlocie într-un triunghi ?</i>	Enunță definiția.
5.	<i>Trasează în desen o linie mijlocie.</i>	Unește punctele M și N.
6.	<i>Ce proprietăți are linia mijlocie ? (două proprietăți).</i>	Enunță : - este $\frac{1}{2}$ din BC, - este paralelă cu a treia latură , $MN \parallel BC$.
7.	<i>Ce elemente egale pot avea triunghiurile MGN și BGC ?</i>	Remarcă : -unghiurile opuse la vârf $\angle MGN$ și $\angle BGC$; - unghiurile alterne interne congruente.
8.	<i>Când două triunghiuri sunt asemenea ?</i>	Precizează cazul de față, direct sau parcurgând și alte cazuri – triunghiurile au unghiurile egale.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

9.	<i>Care este raportul de asemănare al triunghiurilor asemenea MGN și BGC ?</i>	Arată raportul de $\frac{1}{2}$ între laturile MN și BC corespondente.
10.	<i>Ce mărimi au laturile MG și NG, respectiv BG și CG în raport cu mărimea medianelor BM și CN ?</i>	Arată : - $MG = \frac{1}{2} BG = \frac{1}{3} BM$, $BG = \frac{2}{3} BM$ - $NG = \frac{1}{2} CG = \frac{1}{3} CN$, $CG = \frac{2}{3} CN$.
11.	<i>Ce implicație are faptul că medianele CN și BM sunt congruente ?</i>	Arată ca triunghiurile MGN și BGC sunt isoscele.
12.	<i>Ce este mediatoarea unei laturi într-un triunghi ?</i>	Enunță definiția.
13.	<i>Când mediatoarea trece și prin vârful care se opune laturii pe care este ridicată ?</i>	Arată ca celelalte două laturi trebuie să fie congruente, adică triunghiul să fie isoscel.
14.	<i>În acest caz, cu ce alte linii importante în triunghi, se confundă mediatoarea ?</i>	Enumeră : mediană, înălțime, bisectoare.
15.	<i>Ce proprietate au punctele de pe mediatoarea laturii ?</i>	Arată că sunt egal depărtate de capetele laturii.
16.	<i>Trasează a treia mediană în triunghiul ABC.</i>	Trasează unind A cu G și mai departe cu mijlocul P al laturii BC.
17.	<i>Ce linie importantă devine GP în triunghiul BGC?</i>	Recunoaște mediatoarea laturii BC.
18.	<i>Ce linie importantă devine AP, în triunghiul ABC?</i>	Observă că dreapta AP este aceeași cu dreapta GP, deci este perpendiculară pe mijlocul laturii BC, a cărei mediatoare este.
19.	<i>În ce raport sunt laturile AB și AC ?</i>	Recunoaște $[AB] \equiv [AC]$, deoarece punctul A se află pe mediatoarea segmentului BC.
20.	<i>Cum este triunghiul în care $[AB] \equiv [AC]$ și $[BA] \equiv [BC]$?</i>	Recunoaște un triunghi echilateral.
21.	<i>Am arătat că egalitatea medianelor BM și CN implică egalitatea laturilor AB și AC. Ce</i>	Remarcă neutilizarea congruenței cu cea de a treia mediană AP.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	<i>condiție din ipoteză nu am folosit încă ?</i>	
22.	<i>Considerând medianele AP și CN la ce concluzie ajungem , facând analogie cu concluzia privind raportul între laturile AB și AC ?</i>	Concluzionează că se va ajunge la rezultatul $[BA] \equiv [BC]$.
23.	<i>Ce fel de triunghi este cel în care medianele sunt congruente ?</i>	Este triunghi echilateral.
24.	<i>Ce fel de triunghi este cel în care numai două mediane sunt congruente ?</i>	Este triunghi isoscel.
25.	<i>Iată o exprimare echivalentă pentru tipul de triunghi în funcție de mediane. Dar, și de alte linii ? (temă)</i>	

Modul de acordare a notei (în cadrul scenariului de mai sus)

Elementele notate	Punctaj
<p>Definițiile noțiunilor geometrice: - mediana, triunghi echilateral, linie mijlocie, mediatoare, linii importante în triunghi, unghiuri alterne interne, unghiuri opuse la vârf, triunghiuri asemenea, raport de asemănare.</p> <p>Noțiunile geometrice constituie cuvintele limbajului geometric, în lipsa cunoașterii lor fiind dificilă o comunicare în domeniul geometriei, de aceea și prin notare este evidențiată necesitatea cunoașterii lor.</p>	9* 1.1
<p>Proprietățile asociate noțiunilor utilizate: - concurență, paralelism, mărime relativă, proporționalitatea laturilor, axă de</p>	5*20



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

<p>simetrie. Proprietățile asociate termenilor contribuie la o utilizare eficientă a acestora, la o valorificare mai bună a lor.</p>	
<p>Construcția geometrică: - reprezentarea prin desen a triunghiului, medianelor, liniei mijlocii, mediatoarei. Deprinderea de utilizare a desenului în geometrie trebuie să fie folosită cu ușurință.</p>	<p>4*2.5</p>
<p>Urmărirea unui plan de rezolvare dovedește deprinderea elevului de a lucra sistematic: - planul de rezolvare, deși nu e cunoscut dinainte de către elev, îl aduce pe elev pas cu pas la cunoștințele necesare pentru legătura între ipoteză și concluzie, iar elevul trebuie să fie în stare să urmărească firul unui plan coerent.</p>	<p>1*10</p>
<p>Reformularea întrebării : <i>Ce elemente egale pot avea triunghiurile MGN și BGC ?</i> - o astfel de întrebare, nu una directă îl pune pe elev să exploreze pentru a-și reformula întrebarea pe înțelesul său.</p>	<p>1*10</p>
<p>Capacitatea de reformulare este foarte importantă în comunicare. Transferul rezultatelor obținute : - după analizarea cazului a două mediane și obținerea rezultatului de triunghi isoscel, o exprimare generalizată a acestei situații îl conduce pe elev la aplicare pentru altă pereche de mediane și obținerea rezultatului final.</p>	<p>1*10</p>

Total maxim 70 de puncte la care se adauga 30 din oficiu conduc la 100 puncte , care se convertesc într-o notă de la 3 la 10.

Varianta 2



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

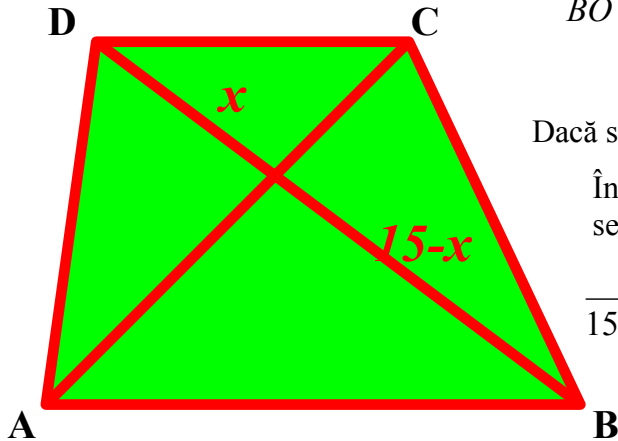
OIPOSDRU

Fie ABCD un trapez cu bazele $AB = 12\text{cm}$ și $CD = 6\text{cm}$. Diagonalele $AC \cap BD = \{O\}$; dacă $BD = 15\text{cm}$, află lungimile segmentelor BO și OD .

Rezolvare:

$\triangle ODC \sim \triangle OBA$ (cazul U.U.)

$$\frac{OD}{BO} = \frac{OC}{AO} = \frac{CD}{AB}$$



Dacă se notează $OD = x$, atunci $BO = 15 - x$.

Înlocuind în șirul de rapoarte lungimile segmentelor:

$$\frac{x}{15-x} = \frac{OC}{AO} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = 15 - x \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 15:3 = 5\text{cm.}$$

$OD = 5\text{cm}$ și $BO = 15 - 5 = 10\text{cm}$.

Chestionar adresat elevilor:

1. Definește trapezul, cum sunt laturile unui trapez?
2. Dacă $CD \parallel AB$ și AC și BD se intersectează în O , ce poți spune despre $\triangle AOB$ și $\triangle COD$?
3. În raporturile de asemănare corespunzătoare asemănării triunghiurilor ODC și OBA , notează OD cu x . La ce se reduce rezolvarea problemei din punct de vedere algebric?
4. Dacă raportul de asemănare a laturilor paralele este $\frac{1}{2}$ și raportul $OD/OB = \frac{1}{2}$, la ce concluzie ai ajuns? Emite o "teorema" cu privire la această problemă.

- Notarea :**
1. realizarea corectă a figurii – 1 p
 2. definirea corectă a trapezului și prezentarea proprietăților acestuia-1p
 3. demonstrația asemănării triunghiurilor – 2p
 4. scrierea ecuației de determinare a necunoscutei x - 2p
 5. concluzie corectă și teorema formulată corespunzător-3p
- 1 p din oficiu



Exemplu

Probă orală (clasa a VII-a)

- În programa de matematică pentru clasa a VII-a, apar următoarele competențe specifice:
- 1.5. Identificarea perechilor de triunghiuri asemenea în configurații geometrice date;
 - 2.5. Stabilirea relației de asemănare între două triunghiuri;
 - 3.5. Utilizarea noțiunii de paralelism pentru caracterizarea locală a unei configurații geometrice date;
 - 5.5. Interpretarea asemănării triunghiurilor în corelație cu proprietăți calitative și / sau metrice;
 - 5.5. Aplicarea asemănării triunghiurilor în rezolvarea unor probleme matematice sau practice.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Se exemplifică o probă de evaluare orală, prin care se verifică formarea acestor competențe la elevi. Se precizează și grila de punctaj pentru această probă.

Conținutul probei și tehnica de desfășurare:

Profesorul scrie pe tablă textul următoarei probleme:

Demonstrați că linia mijlocie în trapez este paralelă cu bazele și egală cu semisuma acestora.

Profesorul se adresează clasei:

1) Ce se dă și ce se cere în această problemă?

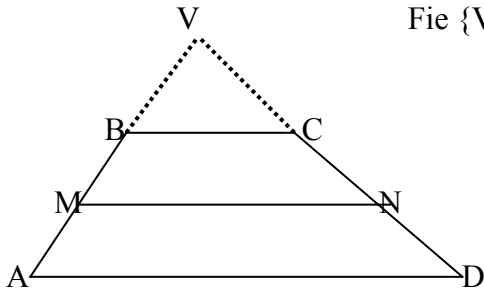
I	$BC \parallel AD, M \in [AB] \text{ și } [AM] \equiv [MB], N \in [CD] \text{ și } [CN] \equiv [ND]$
C	$MN \parallel BC, MN = (AD + BC) / 2$

(scrierea ipotezei și concluziei 1 punct)

2) Ce teoreme, din care putem explica paralelismul, există ?

Se reține reciproca teoremei Thales – construcție triunghi

Fie $\{V\} = AB \cap CD$



(realizarea figurii 1 punct)

3) Ce vom căuta să arătăm pentru a aplica reciproca Tales ?

Răspuns :

În ΔVMN : $\frac{VB}{MB} = \frac{VC}{CN} \Rightarrow MN \parallel BC$ (1punct)

4) Să aplicăm Thales pentru a ajunge la rapoartele căutate.

(indicație dacă este necesar)

În ΔVAD , din ip. $BC \parallel AD \Rightarrow \frac{VB}{AB} = \frac{VC}{CD} \Rightarrow \frac{VB}{VC} = \frac{AB}{CD} = \frac{\frac{AB}{2}}{\frac{CD}{2}} = \frac{MB}{CN} \Rightarrow$

(1punct)
(1punct)
(1punct)

$\Rightarrow \frac{VB}{MB} = \frac{VC}{CN} \Rightarrow$ în ΔVMN avem $MN \parallel BC$ (reciproca Thales)

5) Să construim rapoarte care să conducă la $(AD+BC)/MN$, împreună sau separat.

În ce triunghiuri putem lucra?

$MN \parallel BC \parallel AD$ (ip) $\Rightarrow \Delta VMN \sim \Delta VAD$ și $\Delta VMN \sim \Delta VBC \Rightarrow$ (1 punct)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{VA}{VM} = \frac{AD}{MN} \\ \frac{VB}{VM} = \frac{BC}{MN} \end{array} \right. \quad (1 \text{ punct})$$

(+)

6) Cum găsim $AD+BC$?

$$\left. \begin{array}{l} \frac{VA+VB}{VM} = \frac{AD+BC}{MN} \\ 7) \text{ Observăm:} \\ VA=VB+AB \\ VM=VB+\frac{AB}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AD+BC}{MN} = \frac{2VB+AB}{VB+\frac{AB}{2}} = 2 \Rightarrow MN = \frac{AD+BC}{2}$$

(1 punct)

1 punct din oficiu.



Exemplu probă de EVALUARE finală (clasa a IX-a-trunchi comun)

Obiective urmărite: Verificarea formării la elevi a competențelor specifice:

CS1. Recunoașterea unor corespondențe care sunt șiruri, progresii aritmetice sau geometrice.

Fie (a_n) o progresie aritmetică. Să se studieze dacă este progresie aritmetică șirul (b_n) al cărui termen general este dat de formula următoare $b_n = \alpha a_n$, cu α real. (Niță, C., Năstăsescu, C., Joița, D., Brandiburu, M., 1997, p.90)

CS2. Utilizarea unor moduri variate de descriere a funcțiilor în scopul caracterizării acestora.

Să se găsească suma primilor 100 de termeni ai unei progresii aritmetice (a_n) , dacă $a_{10} = 50$ și $r = 7$. (Niță, C., Năstăsescu, C., Joița, D., Brandiburu, M., 1997, p.90)

CS3. Identificarea unor formule de recurență pe baza raționamentului de tip inductiv.

Fie șirul de numere (a_n) , unde $a_0 = 2$, $a_1 = 3$ și pentru orice număr natural k , avem $a_{k+1} = 3a_k - 2a_{k-1}$. Să se demonstreze că $a_n = 2^n + 1$ oricare ar fi $n \geq 1$. (Niță, C., Năstăsescu, C., Joița, D., Brandiburu, M., 1997, p.88)

CS4. Interpretarea grafică a unor relații provenite din probleme practice.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Ioana a deschis un cont bancar conținând 3000 lei, cu o dobândă de 5% pe an. După cât timp va avea 4000 lei?

CS5. Analiza unor valori particulare în vederea determinării formei analitice a unei funcții definite pe \mathbb{N} prin raționamente de tip inductiv.

Fie S_n suma primilor n termeni ai șirului 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5,...

- Să se găsească o formulă pentru S_n
- Să se arate că $S_{p+q} - S_{p-q} = pq$, unde p, q sunt numere naturale cu $p > q$.
(Niță, C., Năstăsescu, C., Joița, D., Brandiburu, M., 1997, p.89)

CS6. Transpunerea în limbaj matematic a unor situații-problemă utilizând funcții definite pe \mathbb{N} .

După o povestire orientală, inventatorul jocului de șah, solicitând recompensă, s-a adresat suveranului său astfel: „Eu doresc pentru prima căsuță un bob de grâu, pentru a doua 2 boabe de grâu, pentru a treia 2^2 boabe de grâu ș.a.m.d., pentru a 64-a doresc 2^{63} boabe de grâu.” Să se calculeze numărul boabelor de grâu cerute suveranului.
(Niță, C., Năstăsescu, C., Joița, D., Brandiburu, M., 1997, p.94)



Exemplu *Examinare prin probă practică (clasa a V-a)*

Unitatea de învățare: Frații ordinare.

Competența specifică evaluată: Identificarea în limbajul cotidian sau în probleme a fracțiilor ordinare și a fracțiilor zecimale.

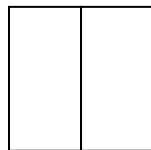
Tipul probei: probă practică în perechi.

Material didactic: foi A4, foarfece, cercuri, dreptunghiuri.

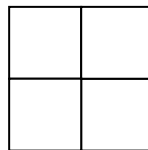
Conținutul probei și tehnica de desfășurare:

La începutul lecției de predare de noi cunoștințe cu titlul „Frații echivalente, amplificarea și simplificarea fracțiilor”, elevii vor fi solicitați să obțină (prin tăiere) o doime din prima foaie și 2 pătrimi din a doua foaie.

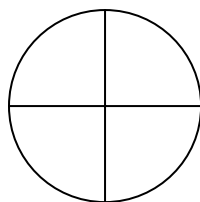
Să compare prin suprapunere doimea cu cele două pătrimi și să spună ce au observat.



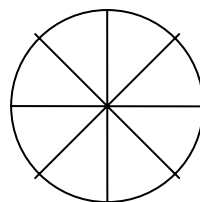
$$1/2 = 2/4$$



La fel se va proceda cu cercurile și cu dreptunghiurile.



$$1/4 = 2/8$$





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

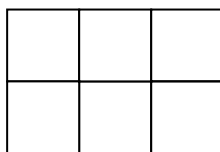
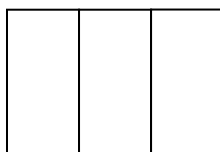


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



$$2/3 = 4/6$$

Timp de lucru: 10 minute

Observații metodice:

- evaluarea prin probe practice constă în evaluarea capacității elevilor de aplicare a anumitor cunoștințe teoretice, a priceperilor și deprinderilor practice;
- la matematică acest tip de evaluare se întâlnește mai rar, dar este bine să fie folosit pentru o mai ușoară înțelegere a conceptelor matematice;
- perechilor de elevi care rezolvă rapid sarcinile propuse li se pot pune la dispoziție fișe de exerciții suplimentare în timp ce cadrul didactic poate lucra cu elevii care întâmpină dificultăți.

Examiarea prin probe scrise recurge la anumite suporturi scrise pentru relevarea randamentului elevilor pe o arie vastă de cunoștințe și pentru antrenarea elevilor în elaborarea și prezentarea răspunsului la unul sau mai multe subiecte. Probele scrise îmbracă forma de expuneri scrise, rezolvări de exerciții, executări de scheme, grafice, desene.

Avantajele probelor scrise:

- asigură uniformitatea subiectelor ca întindere și dificultate, pentru toți elevii supuși evaluării ;
- permit verificarea randamentului unui număr mai mare de elevi într-un timp relativ scurt;
- oferă elevilor șansa de a-și etala în mod independent achizițiile instrucției, avantajează elevii timizi sau care se exprimă defectuos pe cale orală ;
- permit verificarea unor capacități de analiză/ sinteză, tratarea coerentă a unui subiect, elaborarea unui răspuns mai cuprinzător ;
- conferă evaluării un grad mai ridicat de fidelitate, permițând reexaminarea răspunsurilor.

Limitele probelor scrise: nu remediază imediat erori sau neîmpliniri ale elevilor, presupun un consum mare de muncă în elaborarea lor.



Exemplu

Examinare prin probă scrisă (clasa a VII-a)
Unitatea de învățare: Poligoane regulate

Competențe specifice evaluate:

2. Calcularea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate în configurații geometrice care conțin un cerc.

4. Exprimarea proprietăților elementelor unui cerc în limbaj matematic.

5. Deducerea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice și noțiuni studiate.

I. Completați spațiile punctate:

1. Poligonul regulat este poligonul care are.....
2. Poligoanele regulate studiate sunt.....



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

3. Apotema poligonului regulat este.....
4. Centrul poligonului regulat este.....

(1 punct)

II. Transcrieți în spațiul liber din stânga numerelor de ordine ale enunțurilor corespunzătoare coloanei A, litera din coloana B care corespunde formulei corecte:

- | A | B |
|--|-----------------------------|
| 1. Aria triunghiului echilateral | a. $3R\sqrt{3}$ |
| 2. Perimetrul pătratului | b. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$ |
| 3. Apoteme hexagonului regulat | c. $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ |
| 4. Perimetrul triunghiului echilateral | d. $4R\sqrt{2}$ |
| 5. Apotema pătratului | e. $\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$ |
| 5. Aria hexagonului regulat $3R\sqrt{3}$ | f. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$ |

(1,5 puncte)

III. Raza unui cerc este de 12cm. Să se calculeze:

1. lungimea laturii unui hexagon înscris în acest cerc, precum și apotema și aria
2. lungimea laturii unui pătrat înscris în acest cerc, apotema, aria și perimetrul său

(1,5 puncte)

IV. Raza cercului în care este înscris un triunghi echilateral care are aria $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$ este egală cu:

- a. $10\sqrt{3} \text{ cm}$
- b. $\frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$
- c. $\frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ cm}$
- d. $\frac{5\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

(1,5 puncte)

V. Laturile congruente ale unui triunghi isoscel au lungimea egală cu latura unui triunghi echilateral înscris într-un cerc de rază 10cm, iar baza de lungime egală cu lungimea laturii pătratului înscris într-un cerc de rază $6\sqrt{6} \text{ cm}$. Să se afle aria triunghiului.

(1,5

puncte)

VI. Coarda comună a două cercuri secante are lungimea de $8\sqrt{6} \text{ cm}$. Ea este latura triunghiului înscris în unul din aceste cercuri și latura pătratului înscris în celălalt cerc. Să se calculeze distanța dintre centrele celor două cercuri.

(2

puncte)

Timp de lucru: 50 minute
1 punct din oficiu

Metodologia de elaborare a probelor (instrumentelor) de evaluare :



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- **stabilirea scopului probei**, a funcției sale : prognostică – înaintea unei noi secvențe de instruire, diagnostică-pe parcursul procesului, predictivă- la sfârșitul unei perioade de instruire;
- scopul probei determina natura acesteia;
- **precizarea obiectivelor/competențelor vizate** – tipul și nivelul achizițiilor la care trebuie să ajungă elevii;
- precizarea obiectivelor determină structura și conținutul probei;
- **stabilirea conținuturilor supuse verificării** – în concordanță cu obiectivele pedagogice și cu conținuturile instruirii;
- **redactarea probei** – în funcție de natura obiectivelor, reprezentativitatea problemelor, specificul materiei de învățământ, posibilitățile elevilor;
- **alcătuirea grilei de corectare** – precizarea datelor și a ideilor principale ce trebuie să se regăsească într-un răspuns bun, complet;
- **elaborarea baremului de notare** – stabilirea punctajului pentru fiecare item sau pentru componentele acestuia;
- **aplicarea probei** – cu scurte explicații, la început, privind abordarea subiectelor;
- **prelucrarea rezultatelor** – pentru aprecierea generală și pentru atenționări individuale.

Metodele alternative utilizate în evaluarea rezultatelor școlare sunt: **observarea sistematică a comportamentului de învățare al elevilor, investigația, referatul, proiectul, portofoliul, autoevaluarea, evaluarea cu ajutorul calculatorului.** (Panțuru, S., 2006; Ardelean, L., Secelean, N., 2007; Zaharia, M., (coord) , Zaharia, D., 2008)

Aceste metode de evaluare fac apel la creativitatea elevului, la gândirea divergentă, la lucrul în echipe.

1) Observarea sistematică a activității și comportamentului elevilor se realizează prin observarea curentă a comportamentului acestora la ore care permite :

- cunoașterea interesului pentru studiu;
- sesizarea modului în care elevii participă la activități;
- cunoașterea modului de exprimare.

Avantaje: -permite dialogul profesor – elev, ce dă posibilitatea profesorului să aprecieze cum gândește elevul;

- profesorul îl poate ajuta pe elev cu întrebări suplimentare pentru a-și elabora răspunsul.

Dezavantaje: - necesită un timp lung de evaluare;

-nu pot fi formulate pentru toți elevii întrebări cu același grad de dificultate.

2) Investigația este o metodă de evaluare în care elevul este pus în situația de a căuta o soluție deosebită – față de soluțiile algoritmice - . Chiar dacă sarcina este simplă, elevului i se va cere să facă dovada înțelegerii sarcinii, rezolvării, generalizării sau transpunerii ei în alt context .Timpul afectat investigației unei anumite situații problemă este limitat și nu poate depăși o oră de curs .

Observație: Aceste două metode de evaluare pot fi aplicate în cadrul realizării unui proiect didactic.

3)Referatul este o lucrare elaborată de unul sau mai mulți elevi pe o temă dată și cu ajutorul unei bibliografii prestabilite. Pentru întocmirea unui referat trebuie parcurse următoarele etape :



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- se precizează de către profesor tema referatului, bibliografia ce urmează a fi studiată;
- se justifică de către profesor tema referatului;
- se precizează de către profesor modul de întocmire al unui referat, cu referiri concrete la forma acestuia;
- se întocmește referatul de către elev;
- se verifică conținutul de către profesor;
- se susține referatul de către elev;
- se notează activitatea, de întocmire și redactare a referatului, printr-o notă.



Exemple

1. *Examinare prin referate (clasa a V-a)*

Tema referatului bibliografic: Povestea jocului de șah.

2. *Examinare prin referate (clasa a VII-a)*

Tema referatului bibliografic: Matematicieni celebri : Aristotel, Thales, Pitagora.

Aceste referate, care conduc la elevi la însușirea de noi cunoștințe, la aprofundarea și extinderea cunoștințelor existente, sau la fixarea cunoștințelor lor, se pot utiliza pentru a realiza evaluarea formativă sau sumativă a acestora.

4) Proiectul este o metodă complexă de evaluare individuală sau de grup și presupune elaborarea unei lucrări cu caracter teoretic și /sau practic, pe baza unei teme date.

Etapile realizării proiectului :

- a) Pregătirea proiectului
- b) Implementarea proiectului
- c) Evaluarea proiectului

a) Pregătirea proiectului

- proiectul începe în clasă prin conturarea obiectivelor;
- stabilirea sarcinilor de lucru și a timpului alocat;
- resursele informaționale și materiale necesare;
- alegerea modului de prezentare: poster, mapă.

b) Implementarea proiectului Se discută cu elevii asupra subiectului, se stabilește modalitatea de lucru, ideile principale necesare și a bibliografia adecvată .

Elevii lucrează sub directă îndrumare a profesorului, acesta devine un observator activ al muncii lor intervenind doar atunci când este nevoie .

c) Evaluarea rezultatelor Profesorul evaluează calitatea proiectului dar și modul de prezentare, urmărește dacă tema propusă spre studiu a fost înțeleasă corect .

Elevii prezintă întregii clase și profesorului rezultatul muncii, autoevaluându-se .

Avantajele acestei metode de evaluare:

- nu necesită cunoștințe foarte avansate de matematică;
- prin modul de realizare (în echipă) poate antrena și elevii mai puțin pasionați de matematică.



Exemplu

Examinare prin proiecte (clasa a VII-a)

Titlul proiectului: Asemănarea triunghiurilor

Idei principale :

- Descoperirile lui Thales din Milet – filozof și matematician grec (624-546 i.e.n) care a avut o contribuție importantă în acest domeniu.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Teorema lui Thales și reciproca, teorema fundamentală a asemănării, cazurile de asemănare ale triunghiurilor.
- Aplicații practice: determinarea distanțelor greu accesibile, a unor înălțimi / adâncimi care nu pot fi măsurate.

Bibliografie : Manuale de matematică; Internet-Istoria matematicii.

Prin proiect elevii își dezvoltă competențele de documentare, comunicare, investigare.

5) Portofoliul este un instrument de evaluare flexibil și complex . Se proiectează de către profesor în funcție de context și reunește diferite instrumente de evaluare tradiționale și alternative. Prin realizarea unui portofoliu elevii devin parte a sistemului de evaluare și pot să-și urmărească, pas cu pas propriul progres.

6) Autoevaluarea constituie un mijloc de formare a elevilor. Este de datoria profesorului să-i învețe pe elevi să se autoaprecieze, să-și depisteze propriile erori.

Forme de autoevaluării:

- **autocorectarea sau corectarea reciprocă** – elevul este solicitat să-și depisteze unele minusuri în momentul realizării unor sarcini de învățare;
- **autonotarea controlată**- elevul este solicitat, în cadrul unei verificări să-și acorde o notă, profesorul având datoria să argumenteze corectitudinea sau incorectitudinea aprecierilor;
- **notarea reciprocă** – elevii sunt puși în situația de a-și nota colegii, prin reciprocitate.

7) Evaluarea cu ajutorul calculatorului Pentru învățarea matematicii, au apărut mai multe firme specializate în realizarea de softuri educaționale. În învățământ, calculatorul se poate folosi în predare – învățare – evaluare.

AEL este un sistem modern de instruire, destinat educației asistate de calculator. Sistemul AEL urmărește ușurarea procesului de învățare, de stimulare a creativității .

Avantajele sistemului AEL :

- familiarizarea mediului educațional cu conceptele și avantajele tehnologiei informației;
- oferirea de simulări software și instrumente virtuale în loc de materiale didactice pe care majoritatea școlilor nu și le pot permite;
- accentul se pune nu pe memorare, ci pe dezvoltarea abilităților de rezolvare de probleme, de găsirea și folosire a informației.

Noul sistem de evaluare a rezultatelor învățării urmează să se constituie într-un act unitar și coerent care să ofere tuturor elevilor, indiferent de specificul unității școlare sau de manualul alternativ după care lucrează, repere la care aceștia să-și poată raporta nivelul de performanță atins în învățare. Ținând seama de acest principiu important, toate **instrumentele de evaluare: matricele de evaluare, probele de evaluare**, sunt derivate din **competențele generale** și din **competențele specifice** ale curriculum-ului școlar.

1. Probe de evaluare

Obiective operaționale	Conținutul itemilor
1.	

Competențele specifice evaluate



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Tipul probei

Materialul didactic

Conținutul probei

Timp de lucru

Acordarea notelor

Rezultatele obținute

Observații

Măsuri pentru corectarea greșelilor

În alcătuirea probelor de evaluare, se urmărește respectarea următoarelor cerințe:

- măsurarea nu atât a cantității de informații de care dispune elevul, ci, mai ales, a capacităților și a competențelor;
- administrarea de probe de evaluare în număr suficient, aplicate tuturor elevilor;
- alegerea acelor itemi care să furnizeze informații relevante privind gradul de însușire a cunoștințelor și nivelul de formare a capacităților;
- asigurarea varietății probelor de control, ca formă de organizare, structură, aspect, ținând cont de domeniile de interes ale elevilor;
- aplicarea treptată de probe de evaluare, pornind de la lucrări scrise și verificări orale curente, care să evalueze o singură subcapacitate;
- dozarea diferențiată a volumului de lucru în cadrul aceleiași sarcini didactice și amplificarea treptată a sarcinilor didactice;

2. Evidențierea greșelilor constatate în urma corectării probelor administrate

Tipuri de greșeli	Elevii /frecvența erorii									

3. Tabel de rezultate școlare obținute în urma corectării probelor

Nr. crt.	Numele și prenumele elevului	Punctaje obținute pe subiecte și nota finală			

4. Repartizarea notelor :

Note	Frecvența-Număr elevi	Nivel de realizare a obiectivelor %
3-3,99		
4-4,99		
5-5,99		
6-6,99		
7-7,99		
8-8,99		



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5. Reprezentări grafice și evidențierea progresului școlar

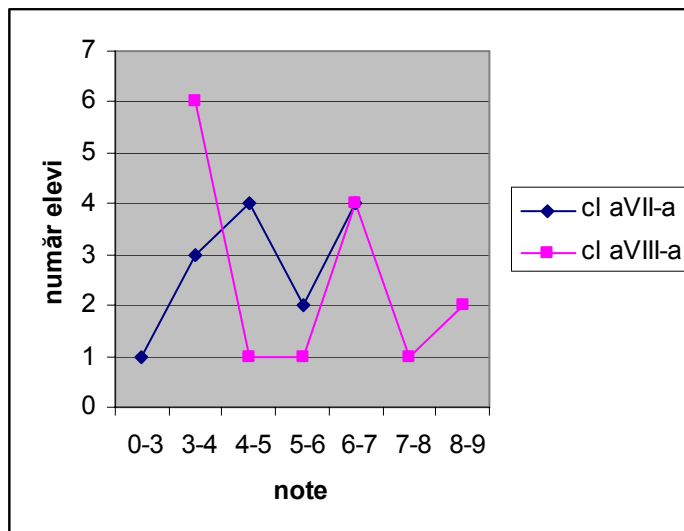


Fig. 5.2. Fișa

de progres școlar

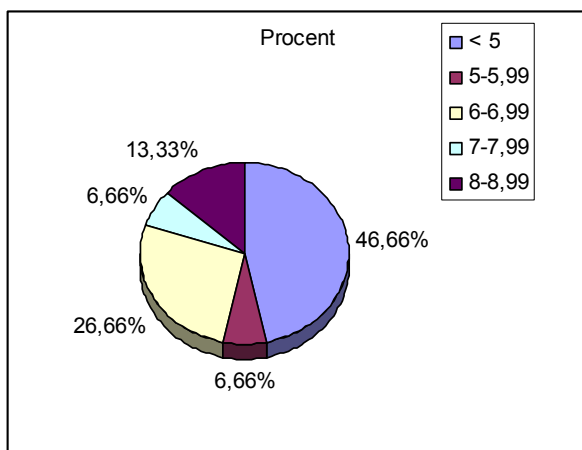
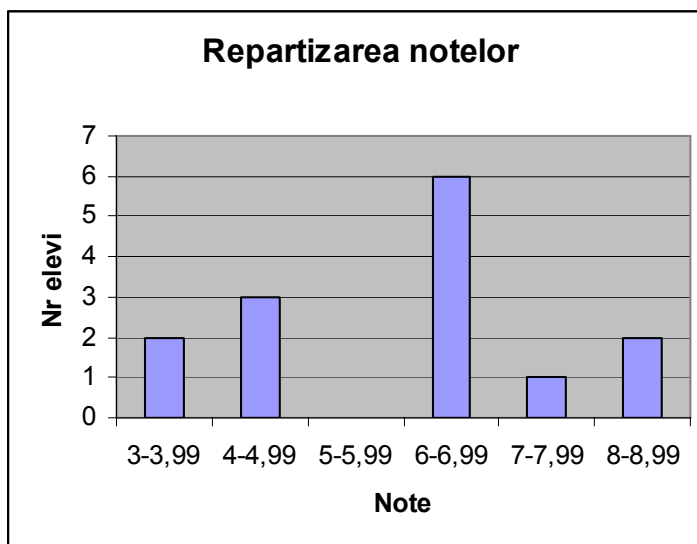


Diagrama areolară a rezultatelor evaluării
pe medii
(Frecvența notelor exprimate
în procente)

Fig. 5.3. Diagramă areolară și histogramă



Histograma rezultatelor evaluării:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Exemple de analiză a rezultatelor evaluării și metode ameliorative post evaluare



Exemplu 1, (Orban A., 2012)

EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA A VII-A; A VIII-A)

Model de proiectare a unui test de evaluare

Testul de față a fost dat elevilor clasei a VII-a , după terminarea unității de învățare: Relații metrice în triunghiul dreptunghic, respectiv elevilor clasei a VIII-a , într-o oră de opțional (după ce s-au recapitulat funcțiile trigonometrice) , în scopul pregătirii acestor elevi pentru evaluarea națională.

Unitatea de învățare : Relații metrice în triunghiul dreptunghic.

Tema : Rezolvarea triunghiului dreptunghic (oarecare)

Clasa : aVII-a , a VIII-a.

Timpul alocat : 45 min

Competențe generale :

- 1) Identificarea unor date, a relațiilor matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
- 2) Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații – problemă

Competențe specifice:

- 1) Recunoașterea și descrierea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată.
- 2) Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia.

Obiective operaționale :

- 1) Să aplice corect teorema lui Pitagora respectiv reciproca acesteia.
- 2) Să utilizeze funcțiile trigonometrice în triunghiul dreptunghic.
- 3) Să calculeze corect perimetrul respectiv aria figurilor studiate.

Probă de evaluare

1) (3 p) - Fie $\triangle ABC$ unde $m(\angle B) = 90^\circ$, $AB = 12cm$ și $\cos(\angle A) = \frac{4}{5}$.

Să se afle perimetrul triunghiului ABC .

2) (3 p) - Fie $\triangle MNP$ unde $PN = 6cm$, $PM = 6\sqrt{3}cm$ și $MN = 12cm$.

a) să se determine natura triunghiului MNP

b) să se afle măsurile triunghiului

c) să se afle lungimea segmentului PE , unde $PE \perp MN$, $E \in [MN]$

d) să se afle lungimile segmentelor NE , EM

e) să se calculeze aria și perimetrul triunghiului MNP

3) (3 p) - Fie $\triangle ABC$ unde $m(\angle A) = 105^\circ$, $m(\angle B) = 30^\circ$ și $AC = 6cm$.

Să se afle perimetrul și aria triunghiului ABC .

Din oficiu : 1 p



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Barem de corectare

Nr crt		Punctaj
1	<p>Desen</p> $\cos(\angle A) = \frac{AB}{AC} \rightarrow AC = 15\text{cm}$ <p>T.P: $BC^2 = AC^2 - AB^2$ $BC = 9\text{ cm}$ $P = AB + BC + CA = 36\text{ cm}$</p>	<p>0,25 p</p> <p>0,5p*2=1p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,75 p</p>
2	<p>Desen</p> <p>a) Verificarea reciprocei T.P : $\rightarrow m(\angle P) = 90^\circ$</p> <p>b) Aflarea $m(\angle M) = 30^\circ$ și $m(\angle N) = 60^\circ$</p> <p>c) $PE = \frac{PN \cdot PM}{NM} = 3\sqrt{3}\text{cm}$ sau $\Delta MPE : PE = \frac{PM}{2} = 3\sqrt{3}$</p> <p>d) T.C $\rightarrow PN^2 = NM \cdot NE \rightarrow NE = 3\text{cm}$ sau $\Delta PNE : \cos 60^\circ = \frac{NE}{PN} \rightarrow NE = 3$ $EM = NM - NE = 9\text{ cm}$</p> <p>e) $A = \frac{PN \cdot PM}{2} = 18\sqrt{3}$ sau $A = \frac{NM \cdot PE}{2} = 18\sqrt{3}\text{cm}^2$ $P = PN + NM + MP = 6\text{cm} + 12\text{cm} + 6\sqrt{3}\text{cm} = 18 + 6\sqrt{3}\text{ cm}$</p>	<p>0,25 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,2 ; 0,2 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,2 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,4 p</p>
3	<p>Desen</p> <p>- Trasare segmentului $AE \perp BC$ și aflarea măsurilor unghiurilor în triunghiurile ACE respectiv ABE</p> <p>- în $\Delta ACE : CE = AE = 3\sqrt{2}$</p> <p>- în $\Delta ABE : AB = 2 \cdot AE = 6\sqrt{2}$</p> <p>- T.P $\rightarrow EB^2 = AB^2 - AE^2 \rightarrow EB = 3\sqrt{6}$</p> <p>- $CB = CE + EB = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$</p> <p>- $P_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = 9\sqrt{2} + 3\sqrt{6} + 6\text{ cm}$</p> <p>- $A_{\Delta ABC} = \frac{BC \cdot AE}{2}$ $A = \frac{(3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}) \cdot 3\sqrt{2}}{2} = 9(1 + \sqrt{3})\text{ cm}^2$</p>	<p>0,25 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,2 p</p> <p>0,2 p</p> <p>0,5 p</p> <p>0,2 p</p> <p>0,25 p</p> <p>0,3 p</p> <p>0,6 p</p>

Rezultatele evaluării**Clasa a VII-a**

Nr crt	Problema 1 3 p	Problema 2 3 p	Problema 3 3 p	Nota
1	3	1,9	1,05	6,95
2	1,5	0,9	0,25	3,65



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

3	3	1,1	0,55	5,65
4	1,25	0,45	-	2,7
5	3	1,4	1,25	6,65
6	1,5	1,1	0,55	4,15
7	3	1,7	1,05	6,75
8	3	1,1	1,05	6,15
9	1,5	0,85	0,25	3,6
10	1,5	0,95	0,65	4,1
11	3	1	0,85	5,85
12	1,75	0,9	0,65	4,3
13	1,5	0,9	0,35	3,75
14	3	0,25	-	4,25
Media	31,5 p	14,5 p	8,5 p	4,89
Procent realizat	75 %	34,52 %	20,23 %	48,9 %
Media generală pe clasă : $m = 4,89$				

Punctaj realizat la test

Nota obținută	sub 5	5-5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-10
Număr elevi	8	4	4	-	-	-
Procente	57,14 %	14,28 %	28,57 %	-	-	-

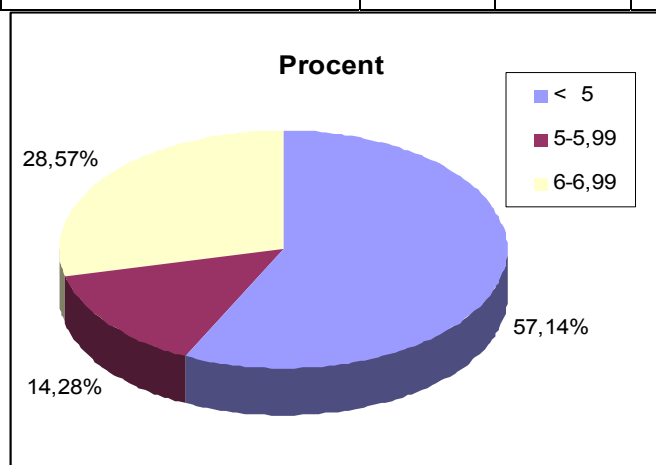


Diagrama areolară a promovabilității pe medii
(frecvența notelor exprimate în procente)

Dispersia

Dispersia este media aritmetică ponderată a pătratelor abaterilor absolute unde m -este media aritmetică ponderată a clasei (media generală a clasei) și n_i - frecvența notelor. Dispersia arată modul în care valorile caracteristice gravitează în jurul mediei .



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$v = \frac{\sum_{i=1}^{14} (x_i - m)^2 \cdot n_i}{\sum_{i=1}^{14} n_i}$$

- abaterea medie pătratică : $\sigma = \sqrt{v}$

O clasă de elevi prezintă omogenitate mare cu cât σ este mai mic .

<i>Nota</i> x_i	<i>Număr de note</i> n_i	<i>Abaterile</i> $x_i - m$
6,95	1	2,06
3,65	1	-1,24
5,65	1	0,76
2,7	1	-2,19
6,65	1	1,76
4,15	1	-0,74
6,75	1	1,86
6,15	1	1,26
3,6	1	-1,29
4,1	1	-0,79
5,85	1	0,96
4,3	1	-0,59
3,75	1	-1,14
4,25	1	-0,64

$$v = \frac{4,24 + 1,53 + 0,57 + 4,79 + 3,09 + 0,54 + 3,45 + 1,58 + 1,66 + 0,62 + 0,92 + 0,34 + 1,29 + 0,40}{14} =$$

$$= \frac{25,02}{14} = 1,787$$

$$\sigma = \sqrt{v} = \sqrt{1,787} = 1,33$$

La corectarea testului se acordă și punctaj intermediar, adică dacă elevul a început bine un exercițiu, dar nu a reușit să finalizeze din diferite motive poate obține fracțiuni de puncte. În acest caz nota se obține prin rotunjirile obișnuite (adică de la 0,5 în sus, sub 0,5 în jos).

Rezultatele evaluării: Clasa a VIII-a

<i>Nr crt</i>	<i>Problema 1</i> <i>3 p</i>	<i>Problema 2</i> <i>3 p</i>	<i>Problema 3</i> <i>3p</i>	<i>Nota</i>
1	3	1,6	0,85	6,45
2	1,5	0,9	0,25	3,65
3	3	2,4	2,25	8,65
4	3	1,6	0,85	6,45



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5	1,5	0,5	0,35	3,35
6	1,5	0,9	0,35	3,75
7	3	2,3	2,1	8,4
8	2,95	2,3	1,25	7,5
9	1,5	0,5	0,35	3,35
10	1,5	0,9	0,6	4
11	1,5	0,5	0,25	3,25
12	3	1,6	0,95	6,55
13	3	1,4	0,25	5,65
14	1,5	0,5	-	3
15	3	1,6	0,75	6,35
Media	34,45 p	19,5 p	11,45 p	5,35
Procent realizat	76,55 %	43,33 %	25,44 %	53,5 %
Media generală pe clasă : $m = 5,35$				

Nota obținută	sub 5	5-5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-10
Număr elev	7	1	4	1	2	-
Procente	46,66 %	6,66 %	26,66 %	6,66 %	13,33 %	-

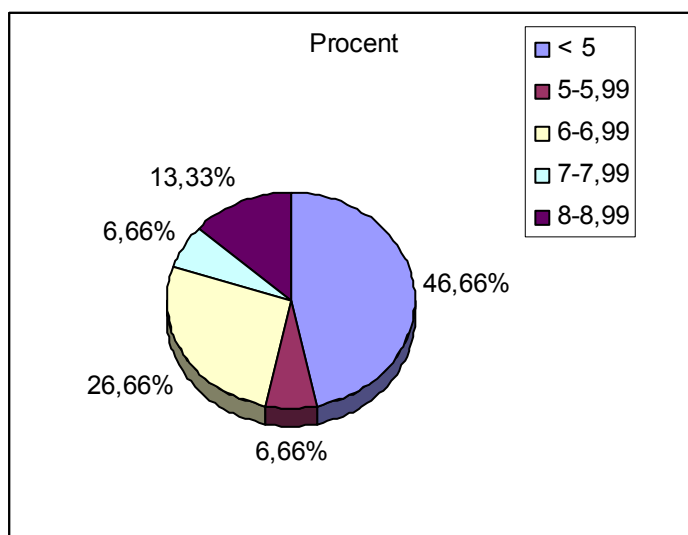


Diagrama areolară a promovabilității pe medii
(Frecvența notelor exprimate în procente)

Nota x_i	Număr de note n_i	Abaterile $x_i - m$
6,45	2	1,1
3,65	1	-1,7
8,65	1	3,3
3,35	2	-2
3,75	1	-1,6
8,4	1	3,05
7,5	1	2,15



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

4	1	-1,35
3,25	1	-2,1
6,55	1	1,2
5,65	1	0,3
3	1	-2,35
6,35	1	1

$$v = \frac{1,21 \cdot 2 + 2,89 + 10,89 + 4 \cdot 2 + 2,56 + 9,3 + 4,62 + 1,82 + 4,41 + 1,44 + 0,09 + 5,52 + 1}{15} =$$

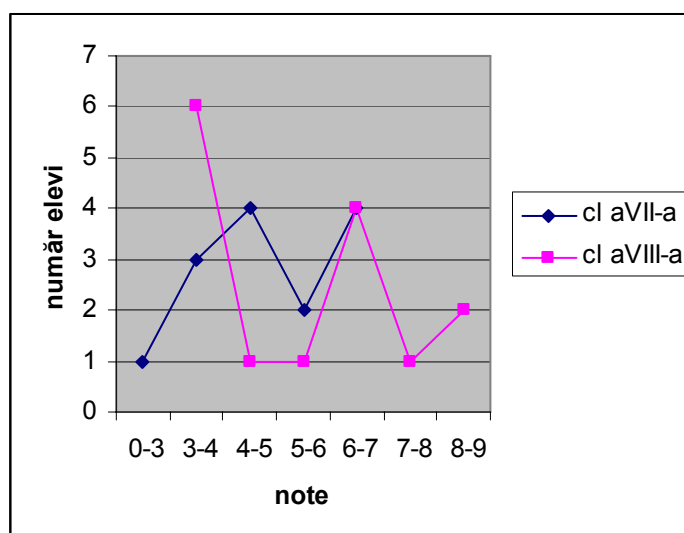
$$= \frac{54,96}{15} = 3,664$$

$$\sigma = \sqrt{3,664} = 1,91$$

Compararea rezultatelor la cele două clase

Frecvența notelor la cele două clase este interpretată în următorul tabel respectiv în diagrama alăturată .

Note	0-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9
Nr elevi cl a VII-a	1	3	4	2	4	-	-
Nr elevi cl a VIII-a	-	6	1	1	4	1	2



Exemplu 2, (Orban A., 2012)

EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA A VI-A)

Unitatea de învățare: *Proprietățile triunghiurilor*

- 1) (2 p) - Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$, $AB = 15$ cm, $AC = 20$ cm și $BC = 25$ cm .
Aflați: a) aria triunghiului ABC ; b) AD, unde $AD \perp BC$, $D \in [BC]$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2) (2 p) - Fie triunghiul ABC isoscel cu $m(\angle A) > 90^\circ$ și $[BB']$, $[CC']$ înălțimi. Demonstrați că: a) $\triangle AB'C'$ este isoscel ; b) $B'C' \parallel BC$.

3) (2p) - Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$ și punctul M mijlocul ipotenuzei.

Dacă $m(\angle MAC) = 25^\circ$, aflați $m(\angle B)$ și $m(\angle C)$.

4) (2 p) - În triunghiul ABC înălțimea AA' ($A' \in [BC]$) intersectează bisectoarea $[BD]$ ($D \in [AC]$) în punctul Q . Calculați măsurile unghiurilor triunghiului ABC ,

știind că triunghiul ADQ este echilateral. (Alexandrescu, C.; Chirciu, M., 2007)

Timp de lucru: 45 de min.

Se acordă din oficiu 2 p.

Barem de corectare :

1) desen : **0,25 p**

a) Aria = 150 cm^2 : **0,75 p**

b) $A = 150 = \frac{AD \cdot BC}{2}$: **0,5 p**

$AD = 12 \text{ cm}$: **0,5 p**

2) desen : **0,25 p**

a) demonstrarea faptului că $\triangle BAB' \equiv \triangle CAC'$: **0,5 p**

$\rightarrow AB' = AC'$: **0,25 p**

b) observarea faptului că în $\triangle ABC$, $\angle(BAB')$ este exterior și în $\triangle AB'C'$ la fel $\angle(BAB')$ este exterior : **0,5 p**

$\rightarrow \angle(CBA) \equiv \angle(C'B'A) \Rightarrow B'C' \parallel BC$: **0,5 p**

3) desen : **0,25 p**

$AM = \frac{BC}{2}$: **0,25 p**

$\triangle MAC$ isoscel $\rightarrow m\angle A = m\angle C = 25^\circ$: **0,75 p**

$\triangle MAB$ isoscel $\rightarrow m\angle A = m\angle B = 65^\circ$: **0,75 p**

4) desen : **0,25 p**

în $\triangle ADQ$: $m\angle A = m\angle D = m\angle Q = 60^\circ$: **0,15 p**

în $\triangle BQA'$: $m\angle A = 90^\circ, m\angle Q = 60^\circ, m\angle B = 30^\circ$: **0,4 p**

$m(\angle ABD) = m(\angle CBD) = 30^\circ$: **0,2 p**

în $\triangle BAA'$: $m\angle B = 60^\circ \rightarrow m\angle A = 30^\circ$: **0,4 p**

în $\triangle ABC$: $m\angle C = 30^\circ$: **0,4 p**

finalizare : $\triangle ABC$: $m\angle A = 90^\circ, m\angle B = 60^\circ, m\angle C = 30^\circ$: **0,2 p**

Rezultatele evaluării – raportul de analiză

Formularea obiectivelor de evaluare :

Distribuția sarcinilor de lucru a avut ca scop posibilitatea evaluării unui număr cât mai mare de obiective, în raport cu nivelul clasei.

La corectare s-a acordat și punctaj intermediar.

Rezultatele evaluării :



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

<i>Nr crt</i>	<i>Oficiu</i>	<i>Problema 1</i>	<i>Problema 2</i>	<i>Problema 3</i>	<i>Problema 4</i>	<i>Total puncte / nota finală</i>
1	2	1	0,75	0,75	0,3	4,8
2	2	1,5	1	1	0,5	6
3	2	1,5	1	1	0,65	6,15
4	2	1	0,75	0,75	0,25	4,75
5	2	2	1,5	2	1,4	8,9
6	2	2	1,45	2	1,2	8,65
7	2	2	1	1	0,5	6,5
8	2	1,5	1	1	0,5	6
9	2	1	0,5	0,75	0,25	4,5
10	2	2	1	1,25	0,5	6,75
11	2	2	1,25	2	0,5	7,75
12	2	1,5	1	1	0,5	6
13	2	0,5	-	0,25	0,25	3
14	2	0,75	0,2	0,25	0,4	3,6
Total	28	20,25	12,4	15	7,7	83,35
Procent	100 %	72,32 %	44,28 %	53,57 %	27,5 %	
Media clasei : 5,95						

Repartizarea notelor :

<i>Note</i>	<i>Număr elevi</i>	<i>Procent</i>
3-3,99	2	14,28 %
4-4,99	3	21,42 %
5-5,99	-	-
6-6,99	6	42,85 %
7-7,99	1	7,14 %
8-8,99	2	14,28 %



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



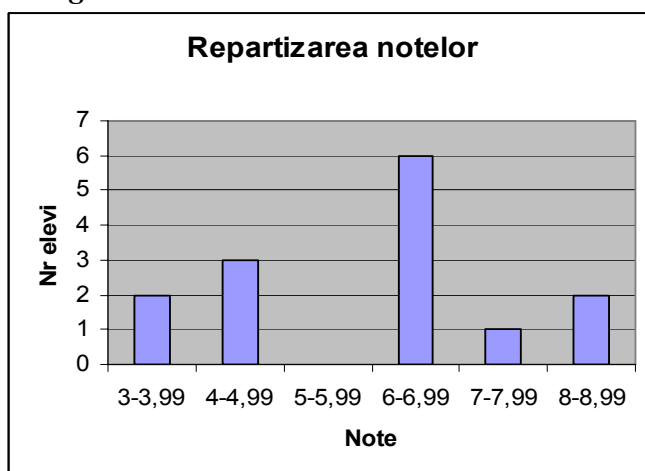
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Histograma rezultatelor evaluării:



Notele obținute arată modul de înțelegere și aplicarea noțiunilor studiate, dar și lacunele care trebuie completate și aspecte care trebuie aprofundate.

Problema 1 - a fost abordată și rezolvată într-un procentaj de 72,32%, ceea ce înseamnă că majoritatea au înțeles noțiunile respective.

Problema 2 - a fost rezolvată într-o proporție de 44,28%. Mulți n-au reușit rezolvarea punctului **b** al problemei, necunoscând teorema dreptelor paralele tăiate de o secantă (respectiv reciproca acesteia).

Problema 3 - a fost rezolvată într-un procentaj de 53,57%. La această problemă, nu s-a cunoscut proprietatea referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei într-un triunghi dreptunghic.

Problema 4 - a fost cel mai puțin abordată, într-un procentaj de 27,5%. Copiii au întâmpinat greutăți de la desenarea corectă a figurii (obținerea punctului **Q** de intersecție dintre înălțime și bisectoare).

Se observă că au fost preferate problemele în care rezolvarea – demonstrația este directă, nu cere prea mult efort, în care se aplică direct noțiunile învățate.

Măsuri ameliorative: - recapitularea și aplicarea teoremei dreptelor paralele tăiate de o secantă (respectiv reciproca acesteia);

- recapitularea și aplicarea proprietății referitoare la lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei într-un triunghi dreptunghic;
- exerciții de realizare a desenului într-o problemă de geometrie.



Exemplu 3, (Munteanu, D., E., 2010)

MATRICE

EVALUARE SUMATIVĂ (CLASA A XI-a- filiera tehnologică)

- I. Înscrieți în dreptunghiul din dreptul fiecărui subpunct litera corespunzătoare denumirii corecte a matricei din coloana alăturată



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

3p 1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

3p 2. $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

3p 3. $\begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$

3p 4. $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$

3p 5. $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

- A. matrice simetrică
- B. matrice triunghiulară
- C. matrice unitate
- D. matrice diagonală
- E. matrice antisimetrică
- F. matrice scalară

II. Citiți cu atenție afirmațiile de mai jos. Încercuiți litera A dacă afirmația este adevărată, sau F dacă afirmația este falsă.

4p 1. Elementele de pe diagonala principală a matricei

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 7 & -8 & 9 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbf{Z}) \text{ sunt } (-3, -5, 7).$$

A F

4p 2. Elementele de pe diagonala secundară a matricei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 6 & -5 & 4 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbf{Z}) \text{ sunt } (-1, 1, 6).$$

A F

3p 3. Urma matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbf{Z})$ este 2.

A F

4p 4. Transpusa matricei $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \sqrt{3} \\ \pi & 1 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \in M_{2,3}(\mathbf{R})$

A F

este $A^t = \begin{pmatrix} 2 & \pi \\ -1 & 1 \\ \sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \in M_{3,2}(\mathbf{R}).$

III. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5p 1. Se consideră matricile $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$. Să se determine x, y astfel încât $A \cdot B = B \cdot A$.

a) $x=1, y=1$; b) $x=1, y=-1$; c) $x=y=0$; d) $x=0, y=-1$; e) $x=2, y=0$.

5p 2. Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Suma elementelor de pe diagonala lui A^3 este:

a) 9; b) 10; c) 8; d) 0; e) 5.

5p 3. Soluția ecuației $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$ este matricea:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 17 & 10 \\ 16 & 10 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 0 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$; d) I_3 ; e) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Pentru subiectele IV, V, VI redactați rezolvările complete

IV. Fie matricile $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{C})$ și $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 0 \\ -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{C})$.

- 4p a) Calculați $Tr(A) + Tr(B) - Tr(A+B)$;
4p b) Calculați $(A \cdot B)^t - B^t \cdot A^t$;
4p c) Determinați matricea $3A - 2B^t$;
3p d) Rezolvați în $M_3(\mathbb{C})$ ecuația $3X + 2A = 5B$.

V. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

- 5p a) Calculați A^2 ;
5p b) Arătați că $A^n = A, \forall n \in \mathbb{N}^*$;
5p c) Demonstrați că $A + 2A^2 + 3A^3 + \dots + nA^n = \frac{n(n+1)}{2} \cdot A, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

VI.

8p 1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Calculați $f(A)$ dacă $f(X) = X^2 - 3X + 2I_2$.

7p 2. În mulțimea $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricea



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$X(a) = \begin{pmatrix} 1+5a & 10a \\ -2a & 1-4a \end{pmatrix}, a \in \mathbf{R}.$$

Pentru orice $a, b \in \mathbf{R}$ să se arate că $X(a) \cdot X(b) = X(ab + a + b)$.

Nota : Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 50 min.

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Formularea obiectivelor de evaluare pornind de la analiza de curriculum

Prin aplicarea testului sunt vizate următoarele obiective de evaluare care sunt corelate cu unitățile de conținut predate:

- O1.** Să recunoască terminologia matematică specifică, la toate problemele propuse
- O2.** Să identifice toate tipurile de matrice, elementele de pe diagonala principală, secundară
- O3.** Să determine urma unei matrice pătratice
- O4.** Să efectueze operații cu matrice
- O5.** Să folosească proprietățile operațiilor cu matrice, transpusei și urmei a unei matrice
- O6.** Să calculeze puterile a 2-a, a 3-a, a n-a, a unei matrice pătratice de ordin cel mult 3
- O7.** Să demonstreze prin metoda inducției matematice o egalitate pentru orice număr natural n
- O8.** Să aleagă corect metoda de calcul optimă pentru toate problemele propuse
- O9.** Să analizeze metodele posibile de rezolvare și să rezolve ecuații matriceale, alegând corect dimensiunile matricei necunoscute.

Raport de analiză în urma administrării testului

În procesul de învățământ evaluarea se raportează la competențele generale și la competențele specifice ale programei școlare, pe care trebuie să le realizeze elevii.

Modalitatea prin care se realizează evaluarea competențelor generale și competențelor specifice este **instrumentul de evaluare**.

Instrumentul de evaluare a fost proiectat la clasa a XI-a, profil tehnic, specializarea ”Resurse naturale și protecția mediului”, cu 3 ore pe săptămână și este un test de evaluare sumativă aplicat la terminarea unității de învățare ”Matrice”. Testul conține 16 itemi, atât itemi obiectivi, de tip pereche I.1-I.5, cu alegere duală II.1-II.4, cu alegere multiplă III.1-III.3, itemi semiobiectivi tip întrebări structurate IV, cât și itemi subiectivi, de tip rezolvare de probleme V, VI.1, VI.2.

În tabelul nr. 1 este prezentată distribuția punctajelor obținute de elevi pe grupe de medii:

Tabelul 1:

Note între	1-4,99	5-5,99	6-6,99	7-7,99	8-8,99	9-10	Total
Nr.elevi	0	2	3	6	6	5	22
Frecvența	-	9,09%	13,64%	27,27%	27,27%	22,73%	100%



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Item	I					II				III			IV				V			VI		
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3	a	b	c	d	a	b	c	1	2	
Număr elevi care au răspuns corect	2	1	1	1	2	2	2	2	2	1	2		2				2					
	2	9	9	9	2	2	2	2	2	3	2	9	2	7	8	8	2	3	1	6	0	
Procente	100%	83,36%	83,36%	83,36%	100%	100%	100%	100%	100%	59,09%	100%	40,91%	100%	31,82%	36,36%	36,36%	100%	13,62%	4,55%	27,27%		

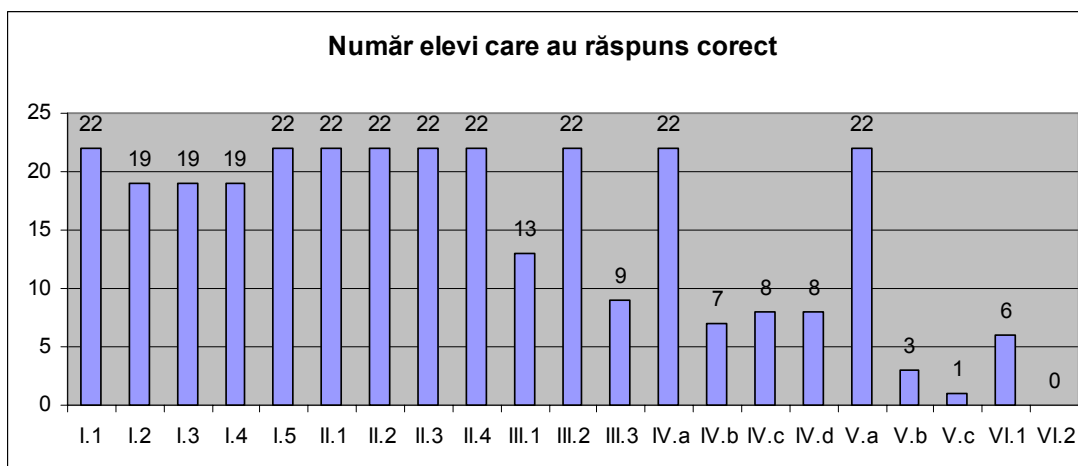
Număr elevi

Media clasei obținută în urma administrării testului este: 7,90.

Nu au fost înregistrate note sub 5,00.

Rezultatele elevilor pe itemii conținuți în proba de evaluare:

Tabelul 2:



Deși subiectele I, II au fost foarte generoase în punctaj, totuși au existat elevi care nu au reușit să răspundă cerințelor formulate. Acești itemi conțin noțiuni elementare despre matrice și totuși unii elevi nu și-au însușit aceste noțiuni. Subiectul III, fiind format din itemi obiectivi, cu alegere multiplă, deși pare ușor, au existat elevi care au făcut greșeli din neatenție, sau nu au reușit să ducă la bun sfârșit calcule. Sau poate nu au știut să aleagă corect dimensiunile matricei necunoscute pentru a rezolva ecuația matriceală de la III.3. La acest item, având variante de răspuns, elevii puteau înlocui pe rând sau prin eliminare matricea necunoscută cu una din cele date ca variante de răspuns. Au fost elevi care au ales această metodă. Nu s-a acordat punctaj intermediar la aceste subiecte așa că au pierdut tot punctajul.

La subiectul IV, item semiobiectiv tip întrebări structurate, mulți elevi s-au apucat să înlocuiască matricele în relațiile cerute, ceea ce le-a luat mult timp și au mai greșit și la calcule.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Câțiva elevi s-au folosit de proprietățile matricei transpuse și urmei unei matrice pentru a rezolva itemii IV.a,b. La IV.c,d folosind operațiile cu matrice, în mare parte au lucrat corect. Dar și aici din cauza neatenției unii elevi nu au finalizat calculele corect. La acești itemi precum și la itemii subiectivi tip rezolvare de probleme V.a,b,c, VI.1,2 elevul trebuia să scrie rezolvările complete, ei fiind punctați conform baremului detaliat.

La demonstrarea egalității de la V.1 prin metoda inducției matematice doar 4 elevi au reușit să finalizeze acest item. Mulți nu stăpânesc încă metoda, iar unii au reușit să facă doar verificarea. La itemul V.3 mulți au calculat puterile a 2-a, a 3-a, a n-a a matricei și au înlocuit în egalitate; nu s-au folosit de punctul b). Itemul VI.1, fiind un exercițiu unde foloseau operațiile cu matrice nu a pus probleme elevilor. La ultimul item, dând o altfel de notație matricei și trebuind să ia în considerare această notație, elevii nu au reușit să se descurce prea bine la acest exercițiu.

Din analiza punctajului obținut pe itemi se observă că din cei 16 itemi 9 subitemi au depășit pragul de integritate ceea ce se poate spune că și obiectivele corespunzătoare au fost atinse: O1;O3;O4;O5. Se constată că celelalte obiective nu au fost realizate în totalitate.

Una dintre explicații ar fi numărul restrâns de ore alocate unității de învățare care nu permite alocarea unor ore de aplicații în care să se rezolve mai multe probleme care să ducă la consolidarea noțiunilor, iar elevii alocă foarte puțin timp studiului individual acasă, așa că activitățile de bază rămân cele desfășurate în clasă.

Analiza itemilor de tip obiectiv a arătat faptul că elevii sunt neatenți în ceea ce privește citirea cu atenție a textului. De asemenea, s-a observat în urma administrării testului că majoritatea elevilor stăpânesc bine operațiile cu matrice.

Se va insista pe elementele teoretice și necesitatea însușirii acestora pentru rezolvarea corectă a problemelor.

Elevii trebuie conștientizați asupra necesității ca orice temă să fie abordată cu responsabilitate și cu atenție.

Barem de corectare și notare

Subiectele I, II, III

-Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie punctajul maxim prevăzut în dreptul fiecărei cerințe, fie 0 puncte.

-Nu se acordă punctaje intermediare.

Item	I					II				III		
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	1	2	3
Punctaj	3p	3p	3p	3p	3p	4p	4p	3p	4p	5p	5p	5p
Rezultate	D	A	F	E	B	F	A	F	A	c)	a)	b)

Subiectele IV, V, VI

-Pentru orice soluție corectă, chiar dacă e diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.

-Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se acordă punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat de barem.

IV

a) $Tr(A + B) = Tr(A) + Tr(B)$ 2p

Finalizare 2p

Sau prin calcul:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Efectuarea corectă a sumei $A + B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ 1p

$Tr(A) = 5$ 1p

$Tr(B) = 5$ 1p

Finalizare 1p

b) $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$ 2p

Finalizare 2p

Sau prin calcul:

Scrierea corectă a matricei A^t 1p

Scrierea corectă a matricei B^t 1p

Efectuarea corectă a produsului $A \cdot B = \begin{pmatrix} 10 & -3 & -2 \\ 19 & 15 & -13 \\ -1 & 13 & -13 \end{pmatrix}$ 1p

Finalizare 1p

c) $3A = \begin{pmatrix} 3 & -6 & 0 \\ 9 & -3 & 12 \\ 0 & 6 & 15 \end{pmatrix}$ 1p

$2B^t = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 2 \\ 10 & 8 & 2 \\ 0 & 2 & -6 \end{pmatrix}$ 1p

Finalizare 2p

d) $2A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 6 & -2 & 8 \\ 0 & 4 & 10 \end{pmatrix}$ 1p

$5B = \begin{pmatrix} 20 & 25 & 0 \\ -15 & 20 & 5 \\ 5 & 5 & -15 \end{pmatrix}$ 1p

$3X = 5B - 2A$ 1p

Finalizare 1p

V

a) $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 5p

b) Verificarea $P(k) \rightarrow P(k+1), \forall k \in \mathbf{N}^*$ 2p
3p

c) $A = A^2 = A^3 = \mathbf{K} = A^n, \forall n \in \mathbf{N}^*$ 2p

$A + 2A^2 + 3A^3 + \mathbf{K} + nA^n = (1 + 2 + 3 + \mathbf{K} + n)A =$ 2p

$= \frac{n(n+1)}{2} \cdot A, \forall n \in \mathbf{N}^*$ 1p

VI



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$1. \quad A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 2p$$

$$f(A) = A^2 - 3A + 2I_2 \quad 1p$$

Finalizare 5p

$$2. \quad X(b) = \begin{pmatrix} 1+5b & 10b \\ -2b & 1-4b \end{pmatrix}, \quad b \in \mathbf{R} \quad 2p$$

$$X(a) \cdot X(b) = \begin{pmatrix} 1+5(a+b+ab) & 10(a+b+ab) \\ -2(a+b+ab) & 1-4(a+b+ab) \end{pmatrix} = \quad 3p$$

$$= X(ab+a+b), \quad \forall a, b \in \mathbf{R} \quad 2p$$

Analiza baremului de corectare și notare

În aplicarea baremului s-a ținut cont de fiecare secvență necesară a fi parcursă în demersul de rezolvare a problemelor propuse, acordându-se punctajul corespunzător. Astfel, chiar dacă elevul nu a finalizat rezolvarea problemei, i s-a acordat punctajul pe fiecare subcomponentă a itemului. Acest mod de notare este obiectiv deoarece permite o evaluare mai realistă a gradului de însușire a unor deprinderi, abilități și conținuturi.

Prima parte a testului, respectiv subiectele I-III., vor primi punctajul maxim dacă răspunsul este corect sau zero puncte dacă răspunsul este greșit, nu se admit punctaje intermediare, pe foaie vor trece numai rezultatele finale.

Partea a doua, formată din subiectele IV-VI, cuprinde itemi de tip rezolvare de probleme. La aceștia elevul va scrie rezolvările complete, punctajul fiind stabilit conform baremului detaliat. Pe testul pe care îl primesc elevii pot să vadă punctajul alocat itemilor prezenți în instrumentul de evaluare.

Punctajul acordat pentru fiecare item a fost în concordanță cu gradul de dificultate al acestuia; poate la itemii V.2,3 baremul mai trebuie modificat în avantajul elevilor. Punctajul acordat a fost uniform distribuit, astfel încât accesul la nota de trecere să nu fie posibil fără cunoașterea noțiunilor de bază și a unor minime deprinderi de a le aplica. Elevii care au obținut note peste nouă, au fost capabili să interpreteze sensul noțiunilor, să realizeze conexiuni între diversele noțiuni și au dovedit și dexteritate în aplicarea algoritmilor.

În urma aplicării baremului de corectare și notare s-au constatat următoarele:

- rezultatele obținute sunt destul de modeste (ținând cont că testul administrat nu a avut un grad de dificultate foarte mare);
- elevii sunt neatenți în ceea ce privește citirea cu atenție a enunțurilor;
- nu cunosc sau nu stăpânesc corect noțiunile primare.

Măsuri de ameliorare a activității:

-în urma rezultatelor obținute, se va pune un mai mare accent pe efectuarea corectă și completă a calculelor, se vor rezolva mai multe probleme legate de demonstrarea unor egalități prin metoda inducției matematice, se va insista mai mult pe înțelegerea textului matematic și eliminarea situațiilor care conduc la confuzie;

-se va insista pe elementele teoretice și necesitatea însușirii acestora pentru rezolvarea corectă a problemelor.

Tipul **probelor (metodelor) de evaluare** se selectează în funcție de doi parametri: **competența generală vizată** și **competențele specifice** pe care profesorul își propune să le formeze la elevi în cadrul procesului de predare-învățare.

Corelația dintre competențele evaluate și instrumentele folosite pentru a realiza această evaluare este redată sintetic în **matricele de evaluare**.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Matricea de evaluare a unei unități de învățare evidențiază instrumentele de evaluare avute în vedere pentru măsurarea nivelului de realizare a activităților de învățare propuse.

Matricea de evaluare

Unitatea de învățare.....

Capacitatea.....

<i>Compe- tențe speci- fece</i>	<i>Subcapacități</i>	<i>Instrumente de evaluare</i>				
		<i>Probă orală</i>	<i>Probă scrisă</i>	<i>Probă practică</i>	<i>Observarea comportamentelor de învățare</i>	<i>Autoevaluarea</i>
		Proba nr.				

Pentru a asigura eficiența activității de evaluare a rezultatelor școlare este necesar ca aceasta să fie însoțită de o **autoevaluare a procesului** pe care profesorul l-a desfășurat cu toți elevii și cu fiecare elev în parte în scopul obținerii rezultatelor școlare evidențiate prin evaluare. Numai astfel poate fi descris nivelul achizițiilor fiecărui elev în învățare și pot fi stabilite modalitățile prin care va fi reglată, de la o etapă la alta, învățarea-formarea elevilor în mod diferențiat.

În scopul asigurării unei corectitudini a rezultatelor evaluării, **instrumentele de evaluare (probele)** trebuie să se caracterizeze prin: **validitate** (calitatea de a măsura ceea ce este destinat să măsoare), **fidelitate** (calitatea de a da rezultate constante în cursul aplicării succesive), **obiectivitate** (gradul de concordanță între aprecierile făcute de evaluatori diferiți), **aplicabilitate** (calitatea de a fi ușor administrată și interpretată). (Cristea, S., 1998; Manolescu, M., 2005; Radu, I., 2000; Roșu, M., 2007)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

**Exemplu****Matrice de evaluare****Clasa a VII-a****Unitatea de învățare:** Asemănarea triunghiurilor

Compe- tențe specifice	Subcapacități	Instrumente de evaluare					
		Probă scrisă	Probă orală	Activitate pe grupe	Muncă independentă	Probă practică	Observarea Comporta- mentelor de învățare
CS.2.	Enunțarea teoremei fundamentale a asemănării și a criteriilor de asemănare.		P 4		P 1		
CS.1.	Identificarea triunghiurilor asemenea într-o configurație dată și recunoașterea noțiunii de raport de asemănare.	P 2		P 3	P 1	P 3	P 5
CS.4.	Analizarea situațiilor concrete întâlnite în probleme identificând criteriul de asemănare aplicat.	P 2					
CS.5.	Calcularea lungimilor de segmente, determinarea măsurilor de unghiuri utilizând asemănarea triunghiurilor.	P 2	P 4				
CS.6.	Asocierea teoremelor						



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	învățate cu situațiile concrete întâlnite, pentru rezolvări de probleme de ordin practic.			P 3		P 3	
CS.3.	Transpunerea în desen a unor perechi de triunghiuri care verifică un criteriu de asemănare.			P 3	P 1	P 3	P 5

Se prezintă doar trei instrumente de evaluare din matricea exemplificată.

Proba de evaluare – Nr 1 (P 1)

- **Subcapacitatea evaluată :**

- Enunțarea teoremei fundamentale a asemănării și a criteriilor de asemănare.
- Evidențierea triunghiurilor asemenea și recunoașterea noțiunii de raport de asemănare.
- Transpunerea în desen a unor perechi de triunghiuri care verifică un criteriu de asemănare cu identificarea laturilor proporționale.

- **Tipul probei : muncă independentă**

- **Timp de lucru :** 15 min

- **Conținutul probei :**

- 1) (3p) Dacă apreciați că afirmația este adevărată, încercuiți litera A. În caz contrar, încercuiți litera F.
 1. A. F. - O paralelă la una din laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi sau cu prelungirile acestora un triunghi asemenea cu triunghiul inițial
 2. A. F. - Dacă două triunghiuri dreptunghice au câte o catetă și ipotenuzele respectiv proporționale, atunci cele două triunghiuri nu sunt asemenea
- 2) (3p) Încercuiți răspunsul corect. Numai una din cele patru variante de răspuns este corect.

Fie $\triangle ABC \sim \triangle DEF$. Dacă $AB = 10$ cm și raportul de asemănare este $\frac{2}{3}$, atunci lungimea segmentului DE este egală cu :

A) 14 cm B) 15 cm C) 10 cm D) 8 cm

3) (3p) Rezolvați următoarea problemă :

Stabiliți dacă triunghiurile ABC și DEF sunt asemenea, cunoscând următoarele :

$$AB = \frac{2}{3} \cdot DE ; AC = 0,6 \cdot DF ; BC = 66,6\% \cdot EF$$

Din oficiu 1 p



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Proba de evaluare – Nr 2 (P 2)

- Subcapacitatea evaluată :

- Evidențierea triunghiurilor asemenea într-o configurație dată.
- Analizarea situațiilor concrete întâlnite în probleme , identificând ce criteriu de asemănare s-a aplicat.
- Determinarea măsurilor de unghiuri, utilizând asemănarea triunghiurilor.

- Tipul probei : scrisă

- Timp de lucru : 30 min

- Conținutul probei :

- 1) (3p) În $\triangle ABC$ se cunoaște $m(\angle A) = 47^\circ$, respectiv $m(\angle B) = 59^\circ$. În $\triangle A'B'C'$ măsurile a două unghiuri sunt de 74° , respectiv de 47° . Verificați dacă cele două triunghiuri sunt asemenea .
- 2) (3p) În $\triangle ABC$ se prelungeste latura AB de la vârful A în sus , pe care se ia punctul D , astfel încât $AD = \frac{1}{2} AB$. Analog se prelungeste latura AC de la vârful A în sus , pe care se ia punctul E , astfel încât $AE = 0,5 \cdot AC$. Verifică , dacă triunghiul obținut AED este asemenea cu triunghiul ACB .
- 3) (3p) Fie un triunghi dreptunghic isoscel cu $[AB] \equiv [AC]$ și AM mediatoarea laturii $[BC]$ $M \in [BC]$. Demonstrați că $AC^2 = BC \cdot CM$

Din oficiu 1 p

Proba de evaluare – Nr 3 (P 3)

Subcapacitatea evaluată :

- Identificarea triunghiurilor asemenea într-o configurație dată și recunoașterea noțiunii de raport de asemănare
- Asocierea teoremelor învățate cu situațiile concrete întâlnite , pentru rezolvări de probleme de ordin practic
- Transpunerea în desen a unor perechi de triunghiuri care verifică un criteriu de asemănare

Tipul probei : activitate în grup-probă practică

Timp de lucru : 15 min

Desfășurarea probei :

Elevi sunt grupați în două grupe și primesc câte o fișă cu următoarele cerințe:

Grupa nr 1. : Cu ajutorul pantografului construiți un triunghi asemenea cu triunghiul ABC de pe machetă , știind că raportul de asemănare este $\frac{2}{3}$.

După construcție , știind că $AB = 0,4$ dm , $AC = 100$ mm și $CB = 8$ cm , aflați raportul dintre perimetrul triunghiului dat și cel construit .

Ce observați ?

Grupa nr 2. : Determinați înălțimea unui copac cu ajutorul umbrei, ținând seama că la un moment dat al zilei însorite razele soarelui formează cu terenul unghiuri congruente . Se cunoaște umbra copacului (6 m) , înălțimea observatorului – elevului (1 m și 50 cm) respectiv umbra acestuia (1 m) .



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Proiectează o matrice de evaluare, la clasa a V-a, Unitatea de învățare: Frații zecimale.
R: Revezi paragraful 5.6. –Exemplu de matrice de evaluare.



Să ne reamintim...

- Corelația dintre competențele evaluate și instrumentele folosite pentru a realiza această evaluare este redată sintetic în *matricele de evaluare*.
- Tipul *probelor (metodelor) de evaluare* se selectează în funcție de doi parametri: *competența generală* vizată și *competențele specifice* pe care profesorul își propune să le formeze la elevi în cadrul procesului de predare-învățare, pentru a asigura atingerea obiectivelor.

5.7. Metodologia elaborării itemilor

5.7.1. Clasificarea itemilor

Informațiile despre felul cum au învățat și ce au învățat elevii, se colectează cu ajutorul unor *tehnici și instrumente de evaluare*. Acestea sunt: *probe, chestionare, teste de evaluare care se compun din unul sau mai mulți itemi*.

Itemii reprezintă elemente componente ale unui *instrument de evaluare* și pot fi: *simple întrebări, un enunț urmat de o întrebare, exerciții, eseuri*. Itemii mai conțin și tipul de răspuns așteptat, deci: *item = întrebare + răspuns*.

În construirea itemilor se parcurg următoarele *etape*:

- precizarea disciplinei de studiu, a clasei și a capitolului;
- definirea obiectivului pe care itemul îl măsoară;
- formularea enunțului itemului;
- schema de notare;
- observații (acolo unde este cazul).

Din punct de vedere al tipului de răspuns așteptat și al gradului de obiectivitate a notării, itemii se împart în:

A. Itemi obiectivi:

1. *itemi tip pereche;*
2. *itemi cu alegere duală;*
3. *itemi cu alegere multiplă.*

B. Itemi semiobiectivi:

1. *itemi cu răspuns scurt;*
2. *întrebări structurate.*

C. Itemi cu răspuns deschis:

1. *itemi tip rezolvare de probleme;*
2. *eseu structurat;*
3. *eseu nestructurat.* (Cristea, S., 1998; Roșu, M., 2007)



1. Definește itemul.
2. Prezintă o clasificare a itemilor, după tipul de răspuns așteptat și după gradul de obiectivitate a notării.
R: Revezi paragraful 5.7.1.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5.7.2. Îndrumări practice, generale pentru elaborarea itemilor

Itemii verifică un eșantion reprezentativ al domeniului de evaluat atât din punct de vedere al conținutului cât și al comportamentului solicitat. În elaborarea lor se utilizează un limbaj precis și clar. Itemii sunt independenți unul față de altul. Răspunsul la un item nu trebuie să depindă de răspunsul la alt item.

A. Itemi obiectivi solicită elevul să selecteze răspunsul corect din mai multe variante propuse .

Acest tip de itemi prezintă următoarele **avantaje** :

- sunt relativ ușor de construit și corectat;
- punctajul se acordă sau nu în funcție de marcarea răspunsului corect;
- favorizează un feed-back rapid.

Itemi obiectivi prezintă și **limite** :

- răspunsurile corecte pot fi ghicite sau pot fi găsite prin eliminare;
- sunt dezavantajați cei care au rezolvat corect problema până la un punct (uneori până la exprimarea într-o altă formă a rezultatului);
- acești itemi nu pot fi folosiți pentru evaluarea unor rezultate de învățare complexe.

Din categoria itemilor obiectivi fac parte : **itemi cu alegere duală** , **itemi de tip pereche** și **itemi cu alegere multiplă** . (Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.116)

A.1 Itemi cu alegere duală solicită elevii să selecteze unul dintre cele două răspunsuri : adevărat / fals , da / nu

Exemple



1.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	-Să enunțe criteriile de divizibilitate cu 10, 2 și 5 / CS.3.	<p>Hașurează caseta în care este scris DA pentru o afirmație adevărată, sau NU pentru o afirmație falsă:</p> <p>1.Un număr natural este divizibil cu 2 dacă ultima cifra este pară. <input type="checkbox"/> DA</p> <p>2.Un număr natural este divizibil cu 5 dacă ultima cifra este 5. <input type="checkbox"/> DA</p> <p>3.Un număr natural este divizibil cu 10 dacă ultima cifra este 0 sau 5. <input type="checkbox"/> DA</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	-Să prezinte teoreme de convergență fundamentale / CS.2.	Precizează dacă următoarele afirmații sunt adevărate (A) sau false (F): 1. Orice șir monoton și mărginit este convergent. 2. Orice șir nemărginit este divergent. 3. Dacă $a_n \rightarrow +\infty$ atunci (a_n) este nemărginit. 4. Orice șir convergent este monoton. 5. Dacă $a_n \leq b_n$ și (b_n) este monoton atunci (a_n) este monoton. 5. Dacă (a_n) este convergent atunci (a_n) ³ este convergent.

3.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VII-a	-Să utilizeze proprietăți metrice ale figurilor geometrice / CS.2.	Scrive adevărat (A) sau fals (F) în caseta atașată fiecărei propoziții de mai jos: 1. Dacă într-un triunghi cu lungimile laturilor de a , b și c are loc relația $a^2 = b^2 + c^2$, atunci triunghiul este dreptunghic . 2. Dacă într-un triunghi dreptunghic catetele sunt de lungimi b , c iar ipotenuza de lungime a , atunci lungimea înălțimii ipotenuzei este : $\frac{b \cdot c}{a}$.

A. 2 Itemii de tip pereche solicită elevii să stabilească o corespondență între cuvinte , propoziții , numere , litere distribuite pe două coloane pereche . Criteriul de bază căruia se stabilește răspunsul corect este enunțat în instrucțiunile care preced cele două coloane .

Reguli de proiectare pentru acești itemi :

- să includă un număr inegal de enunțuri (premise) și răspunsuri , iar elevii să fie instruiți că fiecare răspuns poate fi folosit o dată, de mai multe ori sau niciodată;
- toate premisele și răspunsurile să fie plasate pe aceeași pagină. (Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.118-119)

Acest tip de itemi urmăresc dezvoltarea puterii de asociere în gândirea elevilor.

Se pot asocia:

- exerciții – rezultatele acestora;
- termeni – definiții, etc.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

**Exemple**

1.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare												
a V-a	-Să determine fracții zecimale care respectă condiții date / CS.1.	<p>Unește cu o săgeată fiecare cerință din coloana Premise și numărul corespunzător din coloana Răspunsuri:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Premise</th> <th style="text-align: right;">Răspunsuri</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cel mai mic număr natural scris cu două cifre distincte</td> <td style="text-align: right;">88</td> </tr> <tr> <td>Cel mai mic număr natural scris cu trei cifre</td> <td style="text-align: right;">10</td> </tr> <tr> <td>Cel mai mare număr natural par scris cu trei cifre diferite</td> <td style="text-align: right;">888</td> </tr> <tr> <td>Cel mai mare număr natural par scris cu trei cifre identice</td> <td style="text-align: right;">986</td> </tr> <tr> <td>Cel mai mare număr natural par de două cifre scris cu cifre identice</td> <td style="text-align: right;">100</td> </tr> </tbody> </table>	Premise	Răspunsuri	Cel mai mic număr natural scris cu două cifre distincte	88	Cel mai mic număr natural scris cu trei cifre	10	Cel mai mare număr natural par scris cu trei cifre diferite	888	Cel mai mare număr natural par scris cu trei cifre identice	986	Cel mai mare număr natural par de două cifre scris cu cifre identice	100
Premise	Răspunsuri													
Cel mai mic număr natural scris cu două cifre distincte	88													
Cel mai mic număr natural scris cu trei cifre	10													
Cel mai mare număr natural par scris cu trei cifre diferite	888													
Cel mai mare număr natural par scris cu trei cifre identice	986													
Cel mai mare număr natural par de două cifre scris cu cifre identice	100													

2.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare										
a VI-a	-Să recunoască perechile de unghiuri formate de două drepte paralele tăiate de o secantă / CS.1.	<div style="text-align: center;"> </div> <p>Unghiurile numerotate în figura de mai sus sunt formate de două drepte paralele tăiate de o secantă. Unește cu o săgeată fiecare pereche de unghiuri din coloana Premise cu rezultatul corespunzător din coloana Răspunsuri:</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left;">Premise</th> <th style="text-align: right;">Răspunsuri</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 și 8</td> <td style="text-align: right;">alterne interne congruente</td> </tr> <tr> <td>3 și 6</td> <td style="text-align: right;">corespondente congruente</td> </tr> <tr> <td>4 și 8</td> <td style="text-align: right;">interne de aceeași parte a secantei suplementare</td> </tr> <tr> <td>3 și 5</td> <td style="text-align: right;">alterne externe congruente</td> </tr> </tbody> </table>	Premise	Răspunsuri	1 și 8	alterne interne congruente	3 și 6	corespondente congruente	4 și 8	interne de aceeași parte a secantei suplementare	3 și 5	alterne externe congruente
Premise	Răspunsuri											
1 și 8	alterne interne congruente											
3 și 6	corespondente congruente											
4 și 8	interne de aceeași parte a secantei suplementare											
3 și 5	alterne externe congruente											



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

		externe de aceeași parte a secantei suplimentare
--	--	--

3.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare																												
a VIII-a	-Să aproximeze cu erori convenabile numere date / CS.1.	<p>Unește cu o săgeată fiecare număr din coloana Premise cu numărul aproximat cel mai apropiat din coloana Răspunsuri:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">Aproximare la zece</th> <th colspan="2" style="text-align: center;">Aproximare la sute</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">Premise</th> <th style="text-align: center;">Răspunsuri</th> <th style="text-align: center;">Premise</th> <th style="text-align: center;">Răspunsuri</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">413</td> <td style="text-align: center;">480</td> <td style="text-align: center;">413</td> <td style="text-align: center;">500</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">418</td> <td style="text-align: center;">410</td> <td style="text-align: center;">218</td> <td style="text-align: center;">400</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">482</td> <td style="text-align: center;">460</td> <td style="text-align: center;">582</td> <td style="text-align: center;">200</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">451</td> <td style="text-align: center;">420</td> <td style="text-align: center;">651</td> <td style="text-align: center;">600</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">455</td> <td style="text-align: center;">450</td> <td style="text-align: center;">450</td> <td style="text-align: center;">700</td> </tr> </tbody> </table>	Aproximare la zece		Aproximare la sute		Premise	Răspunsuri	Premise	Răspunsuri	413	480	413	500	418	410	218	400	482	460	582	200	451	420	651	600	455	450	450	700
Aproximare la zece		Aproximare la sute																												
Premise	Răspunsuri	Premise	Răspunsuri																											
413	480	413	500																											
418	410	218	400																											
482	460	582	200																											
451	420	651	600																											
455	450	450	700																											

A.3 Itemi cu alegere multiplă solicită elevul să aleagă răspunsul corect dintr-o listă de variante oferite pentru o singură premisă . Acești itemi sunt formați dintr-un enunț și o listă de variante de răspuns , dintre care una sau mai multe pot fi corecte . Variantele incorecte se numesc distractori . Pentru proiectarea acestor itemi se recomandă următoarele reguli .

- a) Întrebarea să fie clar formulată
- b) Întrebarea să fie scrisă într-un limbaj corespunzător nivelului de vârstă al elevilor pentru care a fost proiectată și să măsoare numai obiectivul propus
- c) Întrebarea să fie formulată în așa fel încât să nu sugereze alegerea uneia dintre variante

Stabilirea modului în care se va acorda punctajul.(Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.120)

Exemple



1.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	Să efectueze media aritmetică a trei numere naturale / CS.3.	<p>Încercuiește rezultatul corect: Media aritmetică a numerelor 3, 5 și 9 este:</p> <p>a)5,66 b)$\frac{17}{3}$ c)5,6 d)5,3</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	-Să aplice ordinea corectă de efectuare a operațiilor într-un exercițiu compus din mai multe operații și paranteze / CS.5.	Încercuiește din variantele de mai jos, rezultatul următorului exercițiu: $(2^4)^4 : 2^{2^4} \cdot (3^2 - 1) - 2005^0 \cdot 2^2$ 8 16 12 4

3.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	- Să formuleze corect reciproca unei teoreme / CS.1.	Încercuiește reciproca următoarei teoreme :”Orice șir monoton și mărginit este convergent “ . A. Orice șir convergent este șir monoton. B. Orice șir convergent este șir mărginit. C. Orice șir convergent este monoton și mărginit. D. Orice șir convergent este monoton sau nemărginit.

B. Itemi semiobiectivi - elevul este pus în situația de a-și construi răspunsul și nu de a-l alege , ca în cazul itemilor obiectivi . Acest tip de itemi prezintă următoarele **avantaje** :

- permite profesorului să identifice greșelile elevilor
- testează o gamă mai largă de capacități intelectuale , cu un nivel de dificultate variabil

Din categoria itemilor semiobiectivi fac **parte** : **itemi cu răspuns scurt / de completare ; întrebări structurate** .

B.1. Itemi cu răspuns scurt / de completare

Solicită elevilor formularea răspunsului sub forma unui cuvânt, număr, sau doar o parte componentă a unei afirmații incomplete, astfel încât aceasta să capete sens și valoare de adevăr.

Acest tip de itemi prezintă următoarele **avantaje** :

- acoperă o arie largă de conținut;
- permite evaluarea unui număr mare de priceperi, deprinderi;
- se construiește relativ ușor;
- permite o notare obiectivă.

Limitele itemilor cu răspuns scurt / de completare sunt :

- răspunsul foarte scurt limitează dezvoltarea unor abilități complexe;
- evaluarea fiecărei zone de conținut necesită un număr mare de itemi.(Ardelean, L., Seccean, N., 2007, p.121)

Modalități de utilizare:

- se dă elevului o definiție și i se cere să scrie numele conceptului definit;
- se dă un concept și i se cere să-l definească;
- se dă un concept și i se cere să enumere caracteristicile sale;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- se cere elevilor să completeze rezultatul unui exercitiu;
- se cere elevilor să adauge cuvântul ce lipsește dintr-o definiție.



Exemple

1.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a V-a	-Să enunțe definiții și proprietăți referitoare la divizibilitatea numerelor naturale / CS.3.	Completează afirmațiile de mai jos, astfel încât să obții propoziții adevărate: 1.Un număr natural este divizibil cu 2 dacă 2.Un număr natural care are doar doi divizori (pe 1 și pe el însuși) se numește număr 3.Numerele naturale care nu sunt prime se numesc numere 4.Un număr natural este divizibil cu 5 dacă

2.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VI-a	-Să enunțe definiții și proprietăți referitoare la unghiuri / CS	Completează afirmațiile de mai jos, astfel încât să obții propoziții adevărate: 1.Două unghiuri se numesc suplementare dacă suma măsurilor lor este de 2.Un unghi cu laturile suprapuse se numește unghi și are măsura de 3.Unghiul alungit are laturile semidrepte și măsura unghiului este de 4.Suma măsurilor unghiurilor formate în jurul unui punct este de 5.Bisectoarea unui unghi este semidreapta interioară unghiului, cu originea în unghiului și care formează

3.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VII-a	-Să identifice formulele de determinare a ariilor unor poligoane învățate / CS.5.	Completează afirmațiile de mai jos, astfel încât să obții propoziții adevărate: 1)Aria triunghiului = $\frac{\text{.....}}{2}$ 2)Aria pătratului =



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

		<p>3) Aria rombului = $\frac{\dots \cdot d_2}{2}$</p> <p>4) Aria paralelogramului = $b \cdot \dots$</p> <p>5) Aria trapezului = $\frac{\dots \cdot h}{2}$</p>
--	--	--

4.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VIII-a	- Să enunțe definiții referitoare la noțiunile teoretice și formulele de determinare a ariilor/volumului piramidei / CS.2.	<p>Completează afirmațiile de mai jos, astfel încât să obții propoziții adevărate:</p> <p>1. O piramidă se numește regulată dacă baza ei este un, iar piciorul perpendicularei duse din vârf pe planul bazei este</p> <p>2. Piramida patrulateră regulată are baza un</p> <p>3. Într-o piramidă regulată fețele laterale sunt triunghiuri</p> <p>4. Perpendiculara din vârful piramidei pe bază se numește</p> <p>5. Înălțimea unei fețe laterale a unei piramide regulate, dusă din vârful acesteia se numește</p> <p>5. Intersecția a două fețe laterale alăturate dintr-o piramidă se numește laterală.</p> <p>7. Formula $\frac{P_b \cdot a}{2}$ reprezintă piramidei regulate.</p> <p>8. Formula $\frac{A_b \cdot h}{3}$ reprezintă piramidei.</p>

5.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	Să calculeze limite de șiruri / CS.3.	<p>1. Limitele șirurilor $a_n = \cos n$, respectiv $b_n = -n + \cos n$ sunt: $a = \dots, b = \dots$</p> <p>2. Limita șirului $c_n = \frac{2n-5}{3n+1}$ este $c = \dots$</p> <p>3. Valorile reale ale numerelor a, b astfel încât: $\lim_{n \rightarrow \infty} ((n^2+1)/n - an - b) = 2$ sunt $a = \dots, b = \dots$</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

		4.Limita șirului $d_n = \frac{2^n - 1}{n}$ este $d = \dots$
		5.Limita șirului $l_n = \frac{n+3}{\sqrt{n^2+1}}$ este $l = \dots$

B.2. Întrebări structurate

Sunt formate din mai multe subîntrebări de tip obiectiv sau semiobiectiv, legate între ele printr-un element comun.

Întrebările structurate se plasează între itemii de tip obiectivi și cei cu răspuns liber, de tip eseu, oferind elevului o ghidare în elaborarea răspunsului.

Avantaje :

- subîntrebările pot testa o varietate de cunoștințe;
- permit aprofundarea unei teme din diferite perspective;
- permit o creștere progresivă a dificultății și complexității răspunsurilor;
- stimulează creativitatea celui evaluat.

Limite :

- necesită un timp mai îndelungat pentru proiectare.

Pentru proiectarea acestor itemi se recomandă următoarele **reguli** :

- întrebarea trebuie să ceară răspunsuri simple la început și să crească dificultatea acestora spre sfârșit;
- fiecare subîntrebare nu va depinde de răspunsul corect la subîntrebarea precedentă;
- fiecare subîntrebare testează unul sau mai multe obiective. (Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.123-124)
- demonstreze capacitatea de a transcrie în limbaj matematic și de a transpune o problemă într-o ecuație și să o rezolve.

Exemple



1.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VI-a	-Să transpună o problemă în ecuație și să o rezolve / CS.6.	<p>În urma unui concurs elevii participanți au fost recompensați astfel: 15% din numărul concurenților au primit premiul I, 30% din restul concurenților au primit premiul al II-lea, 60 de elevi au primit premiul al III-lea și 59 de elevi au primit numai câte o diplomă de participare.</p> <p>a) Câți elevi au participat la concurs? 5p</p> <p>b) Câți elevi au primit premiul I? 2p</p> <p>c) Câți elevi au primit premiul al II-lea? 3p</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VII-a	-Să rezolve corect un triunghi dreptunghic / CS.2.	Se dă un triunghi dreptunghic cu catetele : $b = 6$ cm ; $c = x + 2$ și ipotenuza $a = x + 4$. a) Calculează lungimile laturilor triunghiului. b) Dacă $x = 6$ cm, calculează perimetrul și aria triunghiului.

3.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VIII-a	-Să utilizeze corect în exerciții formulele de calcul prescurtat și raționalizarea numitorilor / CS.3.	<i>Se consideră numerele: $a = \sqrt{7 + \sqrt{21 - 4\sqrt{5}}}$ și $b = \sqrt{24 - 8\sqrt{5}}$</i> a)Determină forma cea mai simplă a numerelor a și b . b)Calculează media aritmetică și media geometrică a celor două numere. c)Determină $m, n \in \mathbb{Q}$, dacă $\frac{a}{b} = m\sqrt{5} + n$.

4.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	Să calculeze limite de șiruri / CS.3.	Se dă șirul: $a_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$. a)Arată că: $a_n = 1 - \frac{1}{n+1}$. b)Calculează: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

5.

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a XI-a	-Să aplice cunoștințele referitoare la limite de șiruri și derivate în exerciții de sinteză / CS.4.	Fie $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = xe^x$. a) Calculează $f'(x)$. b) Determină intervalele de monotonie ale lui f . c) Fie $a_n = f^{(n)}(0)$, $\forall n \geq 1$. Calculează a_{2010} . d) Află $\lim_{n \rightarrow \infty} ((a_1 + a_2 + \dots + a_n) / n^2)$.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

C . Itemi subiectivi (cu răspuns deschis) permit evaluarea unor obiective complexe ale învățării care scot în evidență originalitatea , creativitatea, oferind elevilor posibilitatea de a formula o descriere, a prezenta sau a explica diferite concepte, relații, metode de rezolvare.

.Acești itemi reprezintă forma tradițională de evaluare , sunt ușor de construit . Principalele tipuri de itemi subiectivi : **rezolvarea de probleme și eseul .**

C.1 Rezolvarea de probleme este o activitate pe care profesorul o propune la clasă cu scopul dezvoltării creativității, imaginației.

Obiectivele urmărite prin utilizarea rezolvării de probleme sunt :

- înțelegerea problemei;
- obținerea informațiilor necesare rezolvării problemei;
- elaborarea unui scurt raport despre rezultatele obținute.

Avantaje :

- permite formularea unei gândiri productive;
- oferă posibilitatea unei interdependențe;
- dă posibilitatea de discuție asupra diverselor metode și soluții.

Dezavantaje :

- necesită un timp lung de proiectare;
- există o anumită subiectivitate în evaluare;

Reguli de proiectare a acestor itemi:

- 1) problema să fie corespunzătoare nivelului de pregătire al elevilor;
 - 2) activitatea se poate desfășura individual sau pe grupe;
 - 3) evaluarea activității să fie relevantă, prin urmărirea criteriilor stabilite prin barem de notare;
 - e) utilizarea în cadrul activității a unor resurse materiale simple, ușor confecționabile.
- (Ardelean, L., Secelean, N., 2007, p.125-126)



Exemple - Itemi cu răspuns deschis de tip rezolvare de probleme

Clasa	Obiectivul/ Competența specifică evaluată	Itemul de evaluare
a VI-a	- Să explice și să folosească paralelismul a două drepte în plan (recunoașterea unghiurilor determinate de două paralele intersectate de o secantă) / CS.6.	Fie triunghiul ABC și bisectoarea AD , $D \in BC$. Prin D se duce paralela la AB care taie pe AC în E și prin E se duce paralela la AD care taie pe BC în F . Să se arate că : a) triunghiul ADE este isoscel b) EF este bisectoarea unghiului DEC

Grila de punctaj :

- Pentru executarea corectă a figurii se acordă **2 p**
- Pentru rezolvarea corectă a punctului a) se acordă **4 p**
- $DE \parallel AB \Rightarrow \angle ADE \equiv \angle BAE$ (alterne interne)
AD este bisectoarea $\angle BAC$ deci $\angle BAD \equiv \angle DAC \Rightarrow \angle DAE \equiv \angle ADE \Rightarrow$
 $\triangle ADE$ este isoscel



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Pentru rezolvarea corectă a punctului b) se acordă **4 p**
 $EF \parallel AD \Rightarrow \angle ADE \equiv \angle DEF$ (alterne interne) și $\angle FEC \equiv \angle DAE$ (corespondente)
 $\Rightarrow \angle DEF \equiv \angle FEC$

C.2 Itemii de tip eseu solicită elevii să producă un text, un răspuns liber în conformitate cu un set de cerințe date. La matematică se folosește rar eseu în evaluarea elevilor.



Exemple

1. Răspunde în treizeci de rânduri la întrebarea: “Cum ar fi o lume fără matematică?”
2. Realizează un eseu (o pagină de caiet) cu tema: “Manualul de matematică ideal”.
3. Realizează un eseu (două pagini de caiet) cu tema: “Cea mai cool oră de mate”.
4. Realizează un eseu (o pagină de caiet) cu tema: “Dacă aș fi o definiție la Unitatea de învățare : Patrulater, mi-ar plăcea să fiu.....deoarece.....”.



Exemplifică: itemii cu răspuns scurt, itemii cu alegere duală, itemii cu alegere multiplă și itemii de tip pereche.

R: Revezi paragraful 5.7.2.

Să ne reamintim...



- **Item de tip pereche:** solicită elevilor stabilirea unor corespondențe între informațiile distribuite pe două coloane.
- Item cu alegere duală: **oferă elevului posibilitatea să aleagă răspunsul corect din două alternative: adevărat-fals; da-nu; corect-incorect.**
- **Item cu alegere multiplă:** pe baza unui enunț se cere elevului să aleagă răspunsul corect sau cea mai bună alternativă dintr-o listă de răspunsuri alternative.
- **Item cu răspuns scurt:** solicită elevilor formularea răspunsului sub forma unui cuvânt, propoziție, număr, cerința fiind de tip întrebare directă.
- **Item cu răspuns deschis:** oferă elevilor posibilitatea de a formula o descriere, a prezenta sau a explica diferite concepte, relații, metode de rezolvare.
- **Item de tip eseu:** cere elevului să construiască, să producă un răspuns liber în conformitate cu un set de cerințe date



5.8. Rezumat

În această unitate de învățare se studiază metodologia evaluării la matematică în gimnaziu și liceu. Se precizează conceptul de evaluare și se dau câteva repere privind tipurile de evaluare. Se prezintă și se exemplifică metodele și tehnicile de evaluare a randamentului școlar la matematică. Se analizează de asemenea și se exemplifică metodologia elaborării itemilor.



5.9. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Construiște o probă de evaluare inițială pentru o unitate de învățare la alegere din algebra clasei a VII-a.
2. Construiște o probă de evaluare formativă pentru o lecție la alegere din unitatea de învățare aleasă anterior. Aceasta să conțină: 2 itemi cu alegere duală, 2 itemi obiective cu alegere multiplă și 2 itemi cu răspuns deschis tip rezolvare de probleme.
3. Pentru unitatea de învățare aleasă, construiște o probă de evaluare sumativă.



5.10. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

Revezi: Exemple și paragrafele 5.6. și 5.7.1.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Resurse necesare:

*** Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele V-XII.

*** Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului, Consiliul Național pentru Curriculum. Programe școlare. Matematică, București, 2009(V-VIII), 2009(IX), 2004(X), 2006(XI-XII).



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare 6. Elemente de proiectare didactică la matematică

Cuprins

6.1. Introducere.....	215
6.2. Competențe.....	215
6.3. Conceptul de proiectare pedagogică.....	215
6.4. Elemente de proiectare didactică.....	216
6.4.1. Manualele școlare alternative.....	216
6.4.2. Lectura personalizată a programelor școlare de matematică.....	223
6.4.3. Planificarea calendaristică.....	226
6.4.4. Proiectarea unităților de învățare.....	233
6.4.5. Proiectul de lecție.....	244
6.5. Rezumat.....	264
6.6. Test de autoevaluare.....	265
6.7. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	265
Temă de control 2.....	265

6.1. Introducere



Faptul că programele școlare centrate pe obiective nu mai asociază univoc conținuturilor o alocare temporală și o anumită succesiune, prescrise fără drept de apel, face să crească rolul cadrului didactic în proiectarea și organizarea demersului didactic (M.E.C.T., 2003, p.71). Responsabilitatea sa față de abilitățile create elevilor și nu față de parcurgerea obligatorie într-o anumită ordine a unui anumit conținut sporește în mod categoric.

Reușita unei lecții de matematică este o consecință directă a bunei proiectări a acesteia.

Această unitate de învățare are ca scop familiarizarea cu metodologia proiectării didactice la matematică în învățământul preuniversitar.



6.2. Competențele unității de învățare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să definească conceptul de proiectare pedagogică;
- să prezinte și să compare manuale alternative la matematică;
- să realizeze o planificare calendaristică la matematică;
- să realizeze proiectarea unei unități de învățare, la matematică;
- să aplice metodologia proiectării didactice în realizarea de proiecte de lecție la matematică.



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 2 ore.

6.3. Conceptul de proiectare pedagogică

Proiectarea pedagogică este activitatea de structurare a acțiunilor și operațiilor care asigură funcționalitatea sistemului și a procesului de învățământ la nivel general, specific/intermediar și concret/operațional conform finalităților elaborate în termeni de politică a educației.(Cristea, S., 1998, p.385)

Această activitate de mare complexitate pedagogică și socială angajează acțiunile și “operațiile de *definire anticipativă a obiectivelor, conținuturilor, strategiilor învățării, probelor de evaluare și*



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

mai ales a relațiilor dintre acestea, în condițiile specific unui mod de organizare a procesului de învățământ” .(Cerghit, I., Vlăsceanu, L., coordonatori, 1988, p. 249, apud Cristea, S., 1998, p.385)

Proiectarea pedagogică cuprinde totalitatea acțiunilor și operațiilor angajate în cadrul activității didactice pentru realizarea finalităților asumate la nivel de sistem și de proces, în vederea asigurării funcționării optime a acestora.(Roșu, M., 2007, p. 93)



Enumeră activitățile cuprinse în cadrul activității de proiectare pedagogică.

R: Revezi paragraful 6.3.



SĂ NE REAMINTIM...

- În cadrul activității de *proiectare pedagogică* sunt cuprinse: definirea anticipată a obiectivelor, conținuturilor, strategiilor învățării, probelor de evaluare și a relațiilor dintre acestea, în condițiile induse de un anumit mod de organizare a procesului de învățământ, fiind conectate de asemenea activitățile de planificare și programare a instruirii.

6.4. Elemente de proiectare didactică

Proiectarea didactică cuprinde următoarele produse, care pot fi delimitate după cele două niveluri ale sistemului educațional:

I. La nivel macro:

- planurile de învățământ;
- programele pe discipline;
- manualele școlare;
- ghidurile metodologice.

II. La nivel micro (realizată de cadrul didactic):

- lectura personalizată a programelor școlare la matematică;
- proiectarea activității anuale sau calendaristice;
- proiectarea unităților de învățare;
- proiectarea lecțiilor specifice fiecărei unități de învățare.(Panțuru, S., 2006)

Proiectarea activității didactice la matematică reprezintă o particularizare la domeniul matematică a activității de proiectare didactică definite mai sus.

Ne vom opri, în continuare, asupra a cinci elemente de proiectare, necesare profesorului pentru învățământul gimnazial: manualele școlare, programele școlare la matematică, proiectarea activității anuale sau calendaristice, proiectarea unităților de învățare și proiectul de lecție.

6.4.1. Manualele școlare alternative.

Apariția *manualelor alternative* este o componentă a reformei învățământului și este realizată cu pasiune și profesionalism de către cadrele didactice, prin munca de elaborare a manualelor sau a altor lucrări auxiliare, bazate pe practica didactică.

Manualele alternative:

- se constituie într-o abordare sistemică, eficientă a procesului de predare-învățare;
- se caracterizează prin formule grafice foarte atractive;
- se impun prin coerență pedagogică, obținută prin “decuparea” unităților, echilibrarea informațiilor, a exercițiilor și instrumentelor de control;
- organizarea fiecărui capitol este ușor de recunoscut datorită unor simboluri grafice prezentate într-o prefață, cu care încep manualele, tot aici se explică modul în care poate fi folosit manualul;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- explicații clare, recomandări care vin să sprijine elevul în înțelegerea noțiunilor noi și fixarea celor însușite;
- temele și lecțiile din manuale sunt clar organizate;
- elevul este îndemnat să observe, să repete procedeele, să stabilească o concluzie și apoi să o verifice;
- situațiile de învățare sunt ordonate gradat și formează elevilor deprinderi de calcul sau de rezolvare a problemelor;
- regulile, concluziile și observațiile sunt subliniate grafic;
- conțin jocuri sau curiozități matematice;
- conțin probleme cu caracter practic;
- conțin probleme cu caracter interdisciplinar;
- pentru lecțiile de recapitulare, există probleme recapitulative, urmate de teste de autoevaluare și de probe de evaluare;
- unele manuale au mini dicționare de termeni matematici;
- în cazul unor manuale, fiecare capitol este încheiat cu o probă de autoevaluare;
- există manuale însoțite de materiale auxiliare manualului: Culegere de probleme, Probe de autoevaluare, Ghidul profesorului, Caietul elevului, Rezolvările exercițiilor și problemelor din manual, Suport didactic pentru disciplinele opționale, realizate toate pe baza practicii didactice a autorilor.

Manualele alternative scot în evidență experiența bogată a învățământului românesc. Manualele conțin și informații mai noi sau altfel structurate, solicită cât mai mult spiritul creativ al elevului, încurajează elevul la rezolvarea problemelor cu o soluție, cu mai multe soluții, sau fără soluție, la discuția cu privire la faptul că pe termen lung matematica va fi prezentă în permanență în practica prezentă și viitoare, în modul lor de gândire. Valorificarea valențelor formative ale abordării interdisciplinare a matematicii, realizarea unei conexiuni între discipline printr-un transfer de idei și metodologii, pentru a ajunge la precizarea cunoștințelor și la creșterea capacităților de aplicare în practică, crearea unei atmosfere favorabile în vederea îmbinării adecvate a cunoștințelor din mai multe domenii de cunoaștere, într-un tot unitar, trebuie să stea în atenția oricărui cadru didactic.



Exemple 1. Studiu comparativ a trei manuale alternative în vigoare, pentru disciplina matematică, la clasa a VI-a.

2. Studiu comparativ a trei manuale alternative în vigoare, pentru disciplina matematică, la clasa a X-a.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Nr. crt.	Titlul: Matematică - manual pentru clasa a VI-a		
	<p><i>Tatiana Uăbea Daniela Nișescu Ed. Didactică și Pedagogică R.A., 1998</i></p>	<p><i>George Turcitu Ionică Rizea Ion Chiriac Constantin Basarab Maria Duncea Feve Ciungu Ed. Radical, 2010</i></p>	<p><i>Ion Petrică Victor Bălgeanu Jaroslav Chebici Ed. Petriion, 2002</i></p>
1.	Respectă formatul standard de manual, nu are un format atipic	Respectă formatul standard de manual nu are un format atipic	Respectă formatul standard de manual nu are un format atipic
2.	Nu conține mic dicționar matematic/ explicații termeni matematici	Nu conține mic dicționar matematic/ explicații termeni matematici	Nu conține mic dicționar matematic/ explicații termeni matematici
3.	Nu conține îndrumări de parcurgere a manualului	Conține îndrumări de parcurgere a manualului	Conține îndrumări de parcurgere a manualului
4.	Informațiile și conținuturile sunt bine structurate și sugestiv	Informațiile și conținuturile sunt bine structurate și sugestiv prezentate	Informațiile și conținuturile sunt bine structurate și sugestiv prezentate
5.	Conține teste de verificare la sfârșitul capitolelor cu punctaje	Conține teste de verificare la sfârșitul capitolelor cu punctaje	Conține teste de verificare la sfârșitul capitolelor
6.	Conține recapitulare și completări atât pentru algebră cât și pentru geometrie	Conține recapitulare și completări atât pentru algebră cât și pentru geometrie	Conține recapitulare și completări atât pentru algebră cât și pentru geometrie
7.	Conține recapitulare finală la sfârșitul manualului	Conține un capitol de recapitulare finală la sfârșitul manualului	Conține un subcapitol de recapitulare finală atât pentru algebră cât și pentru geometrie
8.	Conține probleme recapitulative la sfârșitul fiecărei unități de învățare	Conține probleme recapitulative la sfârșitul fiecărei unități de învățare	Nu conține probleme recapitulative la sfârșitul fiecărei unități de învățare
9.	Conține probleme cu caracter aplicativ	Conține probleme cu caracter aplicativ	Conține probleme cu caracter aplicativ
10.	Nu conține elemente de istoria matematicii	Nu conține elemente de istoria matematicii	Nu conține elemente de istoria matematicii
11.	Nu este însoțit de auxiliare curriculare	Nu este însoțit de auxiliare curriculare	Este însoțit de Matematică-Probleme clasele V-VIII



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Nr. crt.	Titlul: Matematică- manual pentru clasa a X-a					
	<i>Constantin Udriște (coordonator) și colectiv Ed. Fair Partners 2005</i>	<i>Mircea Ganga Ed.Mathpress 2005</i>	<i>Marius Burtea Georgeta Burtea Ed.Carminis 2005</i>	Nu Conține mic dicționar matematic/ explicații termeni matematici	Nu Conține mic dicționar matematic/ explicații termeni matematici	
1.	Nu Conține mic dicționar matematic/ explicații termeni matematici	Nu Conține mic dicționar matematic/ explicații termeni matematici	Nu Conține mic dicționar matematic/ explicații termeni matematici	Informațiile și conținuturile sunt bine structurate și sugestiv prezentate	Informațiile și conținuturile sunt bine structurate și sugestiv prezentate	Conține aplicații pentru cultivarea creativității
2.	Informațiile și conținuturile sunt bine structurate și sugestiv prezentate	Informațiile și conținuturile sunt bine structurate, capitolele având cuprins separat pentru identificarea conținutului	Conține aplicații pentru cultivarea creativității	Conține aplicații pentru cultivarea creativității	Structurat ca și conținuturi pe Trunchi comun și Curriculum diferențiat	Structurat ca și conținuturi pe Trunchi comun și Curriculum diferențiat
3.	Conține aplicații pentru cultivarea creativității	Conține aplicații pentru cultivarea creativității	Conține aplicații pentru cultivarea creativității	Structurat ca și conținuturi pe Trunchi comun și Curriculum diferențiat	Structurat ca și conținuturi pe Trunchi comun și Curriculum diferențiat	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor
4.	Structurat ca și conținuturi pe Trunchi comun și Curriculum diferențiat	Structurat ca și conținuturi pe Trunchi comun și Curriculum diferențiat	Structurat ca și conținuturi pe Trunchi comun și Curriculum diferențiat	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor	Conține teste de recapitulare finală
5.	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor	Conține teste de evaluare la sfârșitul capitolelor
6.	Conține teste de recapitulare finală	Conține teste de recapitulare finală	Conține teste de recapitulare finală	Conține teste de recapitulare finală	Conține teste de recapitulare finală	Conține teste de recapitulare finală
7.	Conține probleme pentru tratare diferențiată	Conține probleme pentru tratare diferențiată	Conține probleme pentru tratare diferențiată	Conține probleme pentru tratare diferențiată	Conține probleme pentru tratare diferențiată	Conține probleme pentru tratare diferențiată
8.	Conține în anumite capitole problem cu conținut interdisciplinar	Conține în anumite capitole problem cu conținut interdisciplinar	Conține în anumite capitole problem cu conținut interdisciplinar	Conține în anumite capitole problem cu conținut interdisciplinar	Conține în anumite capitole problem cu conținut interdisciplinar	Conține în anumite capitole problem cu conținut interdisciplinar
9.	Nu Conține elemente de istoria matematicii	Conține la începutul manualului elemente de istoria matematicii	Conține la începutul manualului elemente de istoria matematicii	Conține la începutul manualului elemente de istoria matematicii	Conține la începutul manualului elemente de istoria matematicii	Conține în fiecare capitol elemente de istoria matematicii
10.	Manualul nu este însoțit de auxiliare curriculare (nu se fac recomandări)	Manualul este însoțit de auxiliare curriculare: Probleme rezolvate din manualele de matematică pentru clasa a X-a	Manualul este însoțit de auxiliare curriculare: Probleme rezolvate din manualele de matematică pentru clasa a X-a	Manualul este însoțit de auxiliare curriculare: Probleme rezolvate din manualele de matematică pentru clasa a X-a	Manualul este însoțit de auxiliare curriculare: Probleme rezolvate din manualele de matematică pentru clasa a X-a	Manualul nu este însoțit de auxiliare curriculare (nu se fac recomandări)
11.	Conține în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ	Conține în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ	Conține în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ	Conține în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ	Conține în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ	Conține în anumite capitole probleme cu caracter aplicativ



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

EVALUAREA MANUALELOR ȘCOLARE
(criterii și indicatori)

(Potolea, D., Note de curs, 2008, apud Pălășan, T., Voinea, M., 2012)

Criterii de evaluare		Indicatori de evaluare					
1. Concepția curriculară							
1.1. Informații despre concepția/principiile care au stat la baza construcției manualului (prefață, ghidul profesorului etc.)	F.clare, sistematice 5 F.bine fundamentată 5 Excelent 5	Clare sistematice 4 Bine 4 Bine 4	Acceptabile 3 Acceptabil 3 Acceptabil 3	Slab prezentate 2 Slab 2 Slab 2	F.slab 1 F.slab 1 F.slab 1	Lipseșc 0 Lipsește 0 Lipsește 0	
2. Conformitatea cu prevederile programei							
2.1. Conformitatea cu obiectivele programei	Excelent 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F.slab 1		
2.2. Conformitatea cu conținutul programei	5	4	3	2	1		
2.3. Relevanța conținuturilor generale pentru obiectivele prevăzute	5	4	3	2	1		
3. Calitatea conținutului							
3.1. Acuratețea științifică, tehnologică, pertinența culturii etc.	5	4	3	2	1		
3.2. Dimensiunea axiologică a conținuturilor (promovarea valorilor recunoscute, absența discriminărilor rasiale, etnice, religioase, de gen etc.)	5	4	3	2	1		
3.3. Organizarea sistematică, coerență	5	4	3	2	1		
3.4. Esențializarea, reprezentativitatea informațiilor							
3.5. Raționalitatea volumului informațiilor							
3.6. Structuri interdisciplinare	Întotdeauna pe unități de instruire 5	Frecvent 4	Uneori 3	Rareori 2	F.rar 1	Lipseșc 0	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Criterii de evaluare	Indicatori de evaluare					
	Excelent 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F. slab 1	
4. Principiul accesibilității 4. 1. Nivelul accesibilității conținutului tematic (gradul de dificultate a noțiunilor, numărul de noi noțiuni pe unitatea de instruire) 4. 2. Accesibilitatea limbajului (claritate, construcția frazei, stil etc) 4. 3. Accesibilitatea sarcinilor de învățare (întrebări, exerciții, probleme)	5	4	3	2	1	
	5	4	3	2	1	
	5	4	3	2	1	
5. Organizarea și conducerea învățării 5. 1. Declanșarea și cultivarea atenției și motivației învățării pe unități de instruire (informații interesante, situații problematice, conflictuale, grafică atractivă etc.) 5. 2. Utilizarea metodelor care promovează învățarea activă, pe unități de instruire (întrebări, exerciții, rezolvări de probleme) 5. 3. Relevanța metodelor de învățare activă în raport cu obiectivele proiectate	Întotdeauna	Frecvent	Uneori	Rareori	F.rar	
	5	4	3	2	1	
	5	4	3	2	1	
5. 4. Activități prevăzute pentru dezvoltarea capacităților cognitive superioare și a creativității (explicarea/ interpretarea unor fenomene și idei noi, rezolvare de probleme, capacitate de gândire critică, capacități creative) 5. 5. Prevederi pentru tratarea diferențiată a elevilor (exerciții, probleme, texte suplimentare etc.) 5. 6. Diferențierea și reliefaarea conceptelor, principiilor, teoremelor esențiale prin mijloace (caracterile literelor, încadrarea în chenar sau bandă colorată etc.) 5. 7. Sinteze, rezumate ale ideilor de fond 5. 8. Teme pentru acasă	Excelent 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F. slab 1	
	F. frecvent 5	Frecvent 4	Uneori 3	Rareori 2	F.rar 1	
	5	4	3	2	1	
	Întotdeauna 5	Frecvent 4	Uneori 3	Rareori 2	F.rar 1	
	5	4	3	2	1	
	5	4	3	2	1	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Criterii de evaluare	Indicatori de evaluare						
	5	4	3	2	1		
5. 9. Îndrumări, sugestii privind modul de abordare și realizare a sarcinilor de învățare (recomandări explicite sau implicite privind tehnicile de învățare)	5	4	3	2	1		
5. 10. Manualul, prin construcția sa internă, poate servi îndeplinirii obiectivelor disciplinei considerate, fără a mai fi nevoie să se apeleze la resurse suplimentare majore	5	4	3	2	1		
6. Suportul iconic	Excelent 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F. slab 1		Lipsește 0
6. 1. Calitatea grafică estetică a suportului (claritate, expresivitate, culoare, valoare estetică etc.)	5	4	3	2	1		
6. 2. Calitatea funcțională a suportului (adecvarea la obiective și conținut)	5	4	3	2	1		
7. Probe de evaluare	Întotdeauna 5	Frecvent 4	Uneori 3	Rareori 2	F. rar 1		Lipsește 0
7. 1. Evaluări parțiale, în cuprinsul unității de instruire (rol de feedback)	5	4	3	2	1		
7. 2. Evaluări finale	5	4	3	2	1		
7. 3. Calitatea științifică și relevanța metodelor de evaluare în relația cu obiectivele și conținuturile considerate	5	4	3	2	1		
8. Originalitatea manualului	Excelent 5	Bine 4	Acceptabil 3	Slab 2	F. slab 1		
8. 1. Originalitatea din punctul de vedere al selecției și organizării conținuturilor	5	4	3	2	1		
8. 2. Originalitatea din punctul de vedere al strategiilor și metodelor de predare-învățare	5	4	3	2	1		
8. 3. Originalitatea din punctul de vedere al probelor de evaluare	5	4	3	2	1		
8. 4. Originalitatea din punctul de vedere al prezentării și graficii manualului	5	4	3	2	1		



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Prezintă un studiu comparativ al unor manuale alternative în vigoare, pentru disciplina matematică, la clasa a V-a.

R: Revezi paragraful 6.4.1.-Exemplu



SĂ NE REAMINTIM...

- Manualele alternative:
 - se constituie într-o abordare sistemică, eficientă a procesului de predare-învățare;
 - se caracterizează prin formule grafice foarte atractive;
 - se impun prin coerență pedagogică, obținută prin “decuparea” unităților, echilibrarea informațiilor, a exercițiilor și instrumentelor de control;
 - organizarea fiecărui capitol este ușor de recunoscut datorită unor simboluri grafice prezentate într-o prefață, cu care încep manualele, tot aici se explică modul în care poate fi folosit manualul;
 - explicații clare, recomandări care vin să sprijine elevul în înțelegerea noțiunilor noi și fixarea celor însușite;
 - temele și lecțiile din manuale sunt clar organizate;
 - elevul este îndemnat să observe, să repete procedeul, să stabilească o concluzie și apoi să o verifice;
 - situațiile de învățare sunt ordonate gradat și formează elevilor deprinderi de calcul sau de rezolvare a problemelor;
 - regulile, concluziile și observațiile sunt subliniate grafic;
 - conțin jocuri sau curiozități matematice;
 - conțin probleme cu caracter practic;
 - conțin probleme cu caracter interdisciplinar;
 - pentru lecțiile de recapitulare, există probleme recapitulative, urmate de teste de autoevaluare și de probe de evaluare;
 - unele manuale au mini dicționare de termeni matematici;
 - în cazul unor manuale, fiecare capitol este încheiat cu o probă de autoevaluare;
 - există manuale însoțite de materiale auxiliare manualului: Culegere de probleme, Probe de autoevaluare, Ghidul profesorului, Caietul elevului, Rezolvările exercițiilor și problemelor din manual, Suport didactic pentru disciplinele opționale, realizate toate pe baza practicii didactice a autorilor.

6.4.2. Lectura personalizată a programelor școlare de matematică.

În contextul noului Curriculum Național, conceptul central al proiectării didactice este demersul didactic personalizat, iar instrumentul acestuia este unitatea de învățare.

Demersul didactic personalizat exprimă dreptul profesorului precum și al autorului de manual, de a lua decizii asupra modalităților pe care le consideră optime în creșterea calității procesului de învățământ, respectiv, răspunderea personală pentru a asigura elevilor un parcurs școlar individualizat, în funcție de condiții și cerințe concrete.

Studiul matematicii urmărește: să contribuie la formarea și dezvoltarea capacității elevilor de a reflecta asupra lumii și oferă individului cunoștințe necesare pentru a acționa asupra acesteia, în funcție de propriile nevoi și dorințe; să formuleze și să rezolve probleme pe baza relaționării.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Predarea-învățarea matematicii în învățământul gimnazial presupune mutarea accentului de pe achiziționarea de informații, pe formarea de capacități.

Deoarece actualele programe școlare sunt centrate pe obiective, ele nu mai asociază conținuturilor științifice resursele temporale și nici succesiunea obligatorie a acestora, crescând astfel rolul cadrului didactic în conceperea și organizarea activității didactice.

Programa școlară, element central în realizarea proiectării didactice, reprezintă un document reglator, stabilind obiective care trebuie realizate indiferent de manualul alternativ utilizat (manualul fiind un mijloc de realizare a obiectivelor prevăzute de programă).

Prin aplicarea programei școlare de matematică se urmărește formarea de competențe înțelese ca ansambluri structurale de cunoștințe și deprinderi dobândite prin învățare. Dobândirea acestor competențe permite identificarea și rezolvarea unor probleme specifice domeniilor de studiu, în contexte variate. Acest tip de proiectare curriculară își propune focalizarea demersului didactic pe achizițiile finale ale învățării, accentuarea dimensiunii acționale a învățării în formarea personalității elevului și corelarea finalităților învățării cu așteptările societății.

Profesorul poate opta pentru folosirea activităților de învățare recomandate prin programă sau poate propune alte activități adecvate condițiilor concrete din clasă (exemplele din programă au caracter orientativ, utilizarea lor în procesul didactic nefiind obligatorie). (Panțuru, S., 2006)

Programa este construită astfel încât să nu îngreuească libertatea profesorului în proiectarea activităților didactice. Astfel, în condițiile realizării competențelor generale și specifice, în condițiile parcurgerii integrale a conținuturilor obligatorii, profesorul poate:

- să schimbe ordinea parcurgerii elementelor de conținut;
- să grupeze în diverse moduri elementele de conținut în unități de învățare, cu respectarea logicii interne de dezvoltare a conceptelor matematice;
- să aleagă sau să organizeze activități de învățare adecvate condițiilor concrete din clasă.

Conceptual programele școlare pun accentul pe interiorizarea unui mod de gândire specific fiecărui obiect de studiu.

Programa școlară de matematică are următoarele **componente**:

- **notă de prezentare**;
- **competențe generale**;
- **valori și atitudini**;
- **competențe specifice și conținuturi asociate acestora**;
- **sugestii metodologice**.

Nota de prezentare a programei școlare argumentează structura didactică adoptată și sintetizează o serie de recomandări considerate semnificative din punct de vedere al finalităților studierii disciplinei respective.

Competențele generale – reprezintă un ansamblu de cunoștințe și deprinderi pe care și-l propune să-l creeze și să-l dezvolte fiecare disciplină de studiu, pe întreaga perioadă de școlarizare.

Competențele generale în studiul matematicii în ciclul gimnazial sunt:

- 1) Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.
- 2) Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice.
- 3) Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.
- 4) Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.
- 5) Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații – problemă.
- 6) Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

diferite domenii. (Ministerul Educației, Cercetării și Inovării; Programa Școlară – Matematică; București, 2009)

Valorile și atitudinile – orientează dimensiunile axiologică și afectiv – atitudinală aferente formării personalității elevului din perspectiva fiecărei discipline. Realizarea lor concretă derivă din activitatea didactică a profesorului, constituind un element implicit al acestuia.

Curriculumul școlar pentru disciplina **Matematică** are în vedere formarea la elevi a următoarelor **valori și atitudini**:

1. Dezvoltarea unei gândiri deschise și creative; dezvoltarea inițiativei, independenței în gândire și în acțiune pentru a avea disponibilitate de a aborda sarcini variate.
2. Manifestarea tenacității, a perseverenței, a capacității de concentrare și a atenției distributive.
3. Dezvoltarea spiritului de observație.
4. Dezvoltarea simțului estetic și critic, a capacității de a aprecia rigoarea, ordinea și eleganța în arhitectura rezolvării unei sau a construirii unei teorii.
5. Formarea obișnuinței de a recurge la concepte și metode matematice în abordarea unor situații cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice.
6. Formarea motivației pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viața socială și profesională.

Competențe specifice – se formează pe parcursul unui an de studiu, sunt deduse din competențele generale și sunt etape în formarea acestora.

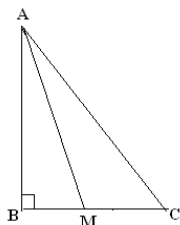
Conținuturile învățării – sunt mijloace prin care se urmărește formarea competențelor specifice și a competențelor generale propuse. Ele sunt organizate tematic în unități de conținut.

Sugestiile metodologice – propun modalități de organizare a procesului de predare – învățare – evaluare. **Exemplele de activități de învățare** sugerează demersuri pe care le poate întreprinde profesorul pentru formarea competențelor specifice. (Ministerul Educației, Cercetării și Inovării; Programa Școlară – Matematică; București, 2009)



Exemplu de proiectare a unei activități de învățare pentru obținerea formulei:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$$



Cazul $x < 45^\circ$

Ipoteză : dreapta AM este bisectoarea unghiului BAC

unghiul ABC este drept

măsura unghiului BAC este x

Concluzie : $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$

Demonstrație : Se notează mărimile segmentelor AC, AB, BC, AM, BM cu

b, c, a, u și t . Din teorema bisectoarei se obține:

$$\frac{t}{a-t} = \frac{c}{b} \quad (1). \text{ În triunghiul dreptunghic ABC } \cos 2x = \frac{c}{b} \quad (2), \text{ în triunghiul dreptunghic}$$

$$\text{ABM } \cos x = \frac{c}{u} \quad (3) \text{ și } \sin x = \frac{t}{u} \quad (4).$$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

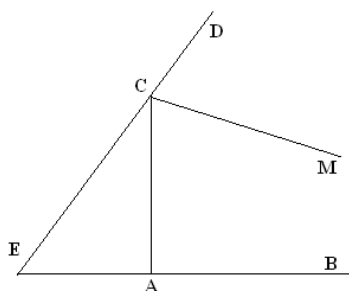
OIPOSDRU

Din (3) și (4) rezultă $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{c^2 - t^2}{u^2}$ (5), unde din triunghiul dreptunghic ABM,

$u^2 = c^2 + t^2$ și din triunghiul dreptunghic ABC, $a^2 + c^2 = b^2$. Din (1) rezultă $t = \frac{ac}{b+c}$ pe care îl

înlocuim în (5) și rezultă $\cos^2 x - \sin^2 x = \frac{c}{b}$.

Cazul $90^\circ > x > 45^\circ$



Ipoteză: dreapta CM este bisectoarea unghiului ACD
măsura unghiului ACM $\in (45, 90]$ și este x
dreptele CE și CD sunt în prelungire
unghiul CAE este drept.

Concluzie: $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$.

Demonstrație: $2x \in (90, 180]$ de unde măsura unghiului ACE este < 90 .

Se notează măsura unghiului ACE cu $2y$ și se ajunge în cazul deja tratat $y < 45^\circ$, de unde $\cos 2y = \cos^2 y - \sin^2 y$ (1). Deoarece

$2x + 2y = 180$ prin înlocuire în (1) se obține $\cos(180 - 2x) = \cos^2(90 - x) - \sin^2(90 - x)$ din care rezultă $-\cos 2x = \sin^2 x - \cos^2 x$ adică $\cos 2x = -\sin^2 x + \cos^2 x$.

Cazurile $180^\circ > x \geq 90^\circ$ și $x > 180^\circ$ sunt acoperite de cazurile deja tratate mai sus.

6.4.3. Planificarea calendaristică

Conform noului Curriculum Național, **planificarea calendaristică/semestrială** este un document administrativ, care asociază într-un mod personalizat elemente ale programei (obiective de referință și conținuturi), cu alocarea de timp considerată optimă de către cadrul didactic, pe parcursul unui an școlar/semestru (din disponibilitățile de timp alocate prin numărul de ore săptămânal cu care este prevăzută disciplina în planul de învățământ).

Planificarea calendaristică/semestrială se realizează parcurgând următoarele **etape**:

- realizarea asocierilor între obiectivele de referință/competențele specifice și conținuturi în unități de învățare;
- stabilirea succesiunii de parcurgere a unităților de învățare;
- alocarea timpului considerat necesar pentru fiecare unitate de învățare în concordanță cu obiectivele de referință/competențele vizate și conținuturile delimitate.

Planificările calendaristice pot fi întocmite pornind de la următoarea **rubricăție**:

Școala.....	Cadrul didactic.....
Disciplina.....	Clasa.....
Aria curriculară.....	Disciplină cu nr.ore pe săptămână....
An școlar.....	

Planificarea calendaristică

Unitatea de învățare	Obiective de referință/competențe specifice	Conținuturi	Nr. ore alocate	Săptămâna	Observații



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Precizări privind completarea tabelului:

-în rubrica referitoare la “unitatea de învățare” se vor trece titluri (teme) stabilite de către profesor;

-în rubrica referitoare la “obiective de referință” se vor trece numerele acestora din programa școlară;

-în rubrica referitoare la “conținuturi” se vor trece cele extrase din lista de conținuturi ale programei;

-în rubrica referitoare la “nr. ore alocate” se va trece numărul de ore alocate stabilit de cadrul didactic în funcție de obiectivele vizate, conținuturile de parcurs și specificul clasei cu care se lucrează, în limitele numărului de ore alocate prin planul de învățământ;

-în rubrica referitoare la “observații” se vor trece, de-a lungul anului, modificări determinate de aplicarea efectivă a programei în scopul îmbunătățirii demersului didactic. (Panțuru, S., 2006)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu

DISCIPLINA: GEOMETRIE

Nr. săptămâni: 14 – Total ore: 28 (2 ore/săptămână)

PROFESOR : NĂNĂU SORINA

CLASA a VII-a
AN ȘCOLAR: 2012-2013

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ PE SEMESTRUL I

Conform cu programa școlară aprobată prin Ordinul Ministrului Educației Cercetării și Tineretului NR . 5097/09.09.2009

Nr. crt.	Unitatea de învățare	Competențe specifice	Nr. ore	Conținuturi	Săptămâna	Obs.
PATROLATERE – 18 ORE						
1.	Paralelogramul	CG1-5. Recunoașterea și descrierea patruleterelor în configurații geometrice date CG2-5. Identificarea patruleterelor particulare utilizând proprietăți precizate CG3-5. Utilizarea proprietăților calitative și metrice ale patruleterelor în rezolvarea unor probleme	6h	1. Recapitularea noțiunilor studiate în cl.a VI-a 2. Aplicații 3. Patruletere. Definiție, elemente, perimetru. Suma măsurilor unghiurilor unui patruleter convex 4. Paralelogramul. Proprietăți. Condițiile necesare și suficiente ca un patruleter să fie paralelogram 5. Aplicații 6. Evaluare	(S1) 17 – 21 IX (S2) 24 – 28 IX	
2.	Patruletere particulare	CG1-5. Recunoașterea și descrierea patruleterelor în configurații geometrice date CG2-5. Identificarea patruleterelor particulare utilizând proprietăți precizate CG3-5. Utilizarea proprietăților	7h	1. Dreptunghiul. Proprietăți 2. Rombul, pătratul. Proprietăți 3. Condițiile necesare și suficiente ca un paralelogram să fie dreptunghi, pătrat, romb. Aplicații 4. Condițiile de simetrie și axe de simetrie pentru patruleterele studiate	(S3) 1 – 5 X (S4) 8 – 12 X (S5) 15 – 19 X	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

		calitative și metrice ale patrulaterelor în rezolvarea unor probleme CG4-5. Exprimarea prin reprezentări geometrice a noțiunilor legate de patrulater CG6-5. Interpretarea informațiilor deduse din reprezentări geometrice în corelație cu anumite situații practice		5. Trapez. Definiție. Clasificări. Trapez isoscel, proprietăți. 6. Aplicații. 7. Evaluare.	(S6) 22 – 26 X (S7) 29X – 2 XI
		CG3-5. Utilizarea proprietăților calitative și metrice ale patrulaterelor în rezolvarea unor probleme CG5-5. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculelor de lungimi de segmente, de măsuri de unghiuri și arci	5h	1. Aria triunghiului 2. Aplicații. 3. Aria patrulaterului convex. Ariile patrulaterelor particulare 6. Aplicații. 5. Evaluare	(S8) 5 – 9 XI (S9) 12 – 16 XI
3.	Arii				
LUCRARE SCRISĂ SEMESTRIALĂ – 2 ORE					
4.	Pregătirea și susținerea lucrării scrise pe sem. I		2h	1. Recapitulare pentru lucrarea scrisă. 2. Lucrare scrisă semestrială.	(S10) 19 – 23 XI
ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR – 8 ORE					
	CG4-6. Exprimarea proprietăților figurilor geometrice (segmente, triunghiuri, patrulater) în limbaj matematic CG3-6. Utilizarea noțiunii de paralelism pentru caracterizarea locală a unei configurații geometrice date		8h	1. Segmente proporționale 2. Teorema paralelelor echidistante 3. Teorema lui Thales în plan (fără dem.) 4. Reciproca teoremei lui Thales 5. Aplicații. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere date. 6. Linia mijlocie în triunghi. Teorema liniei mijlocii în triunghi și reciproca. Centrul de greutate al triunghiului.	(S11) 26 – 30 XI (S12) 3 – 7 XII (S13) 10 – 14 XII
5.	Teorema lui Thales.				



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

			7. Linia mijlocie în trapez. Teorema liniei mijlocii în trapez și reciproca. 8. Aplicații. Evaluare.	(S14) 17 – 21 XII
--	--	--	---	----------------------

DISCIPLINA: GEOMETRIE

Nr. săptămâni: 21 – Total ore: 42 (2 ore/săptămână)

PROFESOR : NĂNAU SORINA

CLASA A VII-A

AN ȘCOLAR: 2012-2013

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ PE SEMESTRUL II

Conform cu programa școlară aprobată prin Ordinul Ministrului Educației Cercetării și Tineretului NR. 5097/09.09.2009

Nr. crt.	Unitatea de învățare	Competențe specifice	Nr. ore	Conținuturi	Săptămâna	Obs.
ASEMĂNAREA TRIUNGHURILOR – 6 ORE						
1.	Teorema fundamentală a asemănării	CG1-6. Identificarea perechilor de triunghiuri asemenea în configurații geometrice date CG2-6. Stabilirea relației de asemănare între două triunghiuri prin metode diferite CG5-6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în corelație cu proprietăți calitative și metrice CG6-6. Aplicarea asemănării triunghiurilor în rezolvarea unor probleme matematice sau practice	6h	1. Triunghiuri asemenea 2. Criterii de asemănare a triunghiurilor 3. Teorema fundamentală a asemănării 4. Aplicații 5. Aplicații 6. Evaluare	(S1) 14 -18 I (S2) 18 – 25 I (S3) 25 I – III	
RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHUL DREPTUNGHIC – 16 ORE						
2.		CG1-7. Recunoașterea și descrierea elementelor unui triunghi dreptunghic		1. Proiecții ortogonale pe o dreaptă. 2. Teorema înălținii.	(S4) 4 – 8 II	



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

	într-o configurație geometrică dată CG2-7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia CG3-7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic CG4-7. Exprimarea, în limbaj matematic, a perpendicularității a două drepte prin relații metrice	10h	3. Teorema catetei. 4. Aplicații. 5. Teorema lui Pitagora 6. Reciproca Teoremei lui Pitagora 7. Aplicații. 8. Aplicații 9. Probleme recapitulative 10. Evaluare	(S5) 11 - 15 II (S6) 18 - 22 II (S7) 25 II - 1 III (S8) 4 - 8 III
3.	Elemente de trigonometrie în triunghiul dreptunghic	6h	1. Elemente trigonometrice în triunghiul dreptunghic : sin, cos, tg, ctg. Folosirea tabelor trigonometrice. 2. Aflarea valorilor funcțiilor trigonometrice pentru măsuri remarcabile de unghiuri 3. Rezolvarea triunghiului dreptunghic 4. Arile triunghiurilor și patruleterelor studiate exprimate cu ajutorul funcțiilor trigonometrice 5. Aplicații 6. Evaluare	(S9) 11 - 15 III (S10) 18 - 22 III (S11) 25 - 29 III
CERCUL - 8 ORE				
4.	Cercul	8h	1. Cercul: definiție, elemente în cerc; centru, rază, coardă, diametru, arc, unghi la centru. 2. Măsurarea arcelor, arce congruente. Coarde și arce în cerc. Proprietăți 3. Unghi înscris în cerc, triunghi înscris în cerc. 4. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc; tangente dintr-un punct exterior la cerc; triunghi circumscris unui cerc. 5. Pozițiile relative a două cercuri. Tangenta comună a două cercuri 6. Aria triunghiului oarecare în raport cu raza cercului înscris sau cercului circumscris.	(S12) 15 - 19 IV (S13) 22 - 26 IV (S14) 29 IV - 3V



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	matematic		7. Aplicații 8. Evaluare	(S15) 6 – 10 V
LUCRARE SCRISĂ SEMESTRIALĂ – 2 ORE				
5.	Pregătirea și susținerea lucrării scrise pe sem. II	2h	1. Recapitulare pentru lucrarea scrisă 2. Discutarea lucrări scrise	(S16) 13 – 17 V
CERCUL – 6 ORE				
6.	Poliogoane regulate CG5-8. Deducerea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice și noțiuni studiate CG6-8. Interpretarea informațiilor conținute în probleme practice legate de cerc și de poligoane regulate	6h	1. Poliogoane regulate. 2. Calculul elementelor: latură, apotemă, arie, perimetru în triunghi echilateral, pătrat, hexagon regulat 3. Aplicații 4. Lungimea cercului și aria discului 5. Aplicații 6. Evaluare	(S17) 20 – 24 V (S18) 27 – 31V (S19) 3 – 7 VI
RECAPITULARE FINALĂ – 4 ORE				
7.	RECAPITULARE FINALĂ	4h	1. Probleme de asemănare 2. Probleme cu relații metrice în triunghiul dreptunghic 3. Probleme de sinteză 4. Probleme de sinteză	(S20) 10 – 14VI (S21) 17 – 21VI



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Întocmește planificarea calendaristică la matematică pentru clasa a V-a.

R: Revedi paragraful 6.4.3.

SĂ NE REAMINTIM...

- **Proiectarea didactică** cuprinde următoarele produse, care pot fi delimitate după cele două niveluri ale sistemului educațional:

I. La nivel macro:

- planurile de învățământ;
- programele pe discipline;
- manualele școlare;
- ghidurile metodologice.

II. La nivel micro (realizată de cadrul didactic):

- lectura personalizată a programelor școlare la matematică;
- proiectarea activității anuale sau calendaristice;
- proiectarea unităților de învățare;
- proiectarea lecțiilor specifice fiecărei unități de învățare.

- **Programa școlară**, element central în realizarea proiectării didactice, reprezintă un document reglator, stabilind obiective care trebuie realizate indiferent de manualul alternativ utilizat (manualul fiind un mijloc de realizare a obiectivelor prevăzute de programă).

- **Planificarea calendaristică/semestrială** se realizează parcurgând următoarele etape:

- realizarea asocierilor între obiectivele de referință/competențe specifice și conținuturi în unități de învățare;
- stabilirea succesiunii de parcurgere a unităților de învățare;
- alocarea timpului considerat necesar pentru fiecare unitate de învățare în concordanță cu obiectivele de referință/competențele vizate și conținuturile delimitate.



6.4.4. Proiectarea unităților de învățare.

Elementul generator al planificării calendaristice este **unitatea de învățare**, astfel proiectarea la nivelul unității de învățare reprezintă o etapă de bază a organizării demersului didactic.

Unitatea de învățare reprezintă o structură didactică deschisă și flexibilă care are următoarele **caracteristici**:

- determină formarea la elevi a unui comportament specific, generat de integrarea unor obiective de referință;
- este unitară din punct de vedere tematic;
- se desfășoară în mod sistematic și continuu pe o perioadă de timp;
- se finalizează prin evaluare sumativă.

În condițiile noului Curriculum Național, profesorul poate grupa temele în unități de învățare, poate recurge la adăugiri, omiteri, adaptări, înlocuiri a materialelor suport oferite de manualele alternative.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Proiectarea pe unități de învățare are următoarele **avantaje**:

- creează un mediu de învățare coerent pe termen mediu și lung;
- implică elevii în proiecte de învățare personală cu accent pe explorare și reflecție;
- oferă profesorului posibilitatea adaptării demersului didactic-aplicativ la ritmul propriu de învățare al elevilor;
- presupune o viziune de ansamblu, unitară asupra conținuturilor care urmează a fi abordate în actul de predare-învățare-evaluare.

Proiectarea unei unități de învățare este **algoritmă**, conținând următorii pași:

- identificarea obiectivelor (În ce scop voi face?);
- selectarea conținuturilor (Ce voi face?);
- analiza resurselor (Cu ce voi face?);
- determinarea activităților de învățare (Cum voi face?);
- stabilirea instrumentelor de evaluare (Cât s-a realizat?).

Rubricația unui proiect al unei unități de învățare este:

Școala.....	Cadrul didactic.....
Disciplina.....	Clasa.....
Unitatea de învățare.....	Disciplină cu nr.ore pe săptămână....
An școlar.....	

Proiectul unității de învățare

Conținuturi (detalii)	Competențe specifice	Activități de învățare	Strategii didactice	Evaluare

Precizări privind completarea tabelului:

- în rubrica referitoare la “conținuturi” se vor trece inclusiv detalieri de conținut induse de alegerea unui anumit parcurs;
- în rubrica referitoare la “obiective de referință/ competențe specifice” se vor trece numerele acestora din planificarea calendaristică/programe școlare;
- în rubrica referitoare la “activități de învățare” se vor trece activități care pot fi cele din programa școlară, sau altele, pe care profesorul le consideră potrivite pentru atingerea obiectivelor propuse;
- în rubrica referitoare la “strategii didactice” se vor trece resursele procedurale (metode și procedee), materiale (mijloace de învățământ) și temporale, forme de organizare a clasei;
- în rubrica referitoare la “evaluare” se vor trece instrumentele sau modalitățile de evaluare utilizate la clasă.

Fiecare unitate de învățare se încheie cu o evaluare sumativă, pentru a măsura ce s-a realizat în raport cu ceea ce s-a propus. (Panțuru, S., 2006)

Practic, conturarea unităților de învățare se poate realiza urmărind algoritmul descris în continuare.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Algoritmi de identificare a unităților de învățare

Învățământ gimnazial

- Identificăm teme majore ale programei.
- Identificăm conținuturi din programă care pot fi asociate unei anumite teme.
- Identificăm competențe specifice care ar putea fi atinse prin aceste conținuturi.
- Adăugăm conținuturi sau/ și renunțăm la unele conținuturi alese, după criteriul relevanței în raport cu obiectivele identificate.
- Identificăm și alte competențe specifice din programă, a căror atingere se poate realiza pe baza conținuturilor alese.
- Verificăm în ce măsură ansamblul competențe - conținuturi permite o evaluare pertinentă; eventual, renunțăm la unele competențe sau conținuturi, pe care le vom avea în vedere pentru altă/ alte unități de învățare.(Singer, M.; Voica, C., 2011, p.28)

Învățământ liceal

- Identificăm teme majore ale programei.
- Identificăm conținuturi din programă care pot fi asociate unei anumite teme.
- Particularizăm competențele specifice la conținuturile asociate temei, dacă este cazul.
- Detaliem conținuturile după criteriul relevanței în raport cu competențele vizate, dacă este cazul.
- Verificăm în ce măsură ansamblul competențe - conținuturi permite o evaluare pertinentă; eventual, renunțăm la unele competențe sau conținuturi, pe care le vom avea în vedere pentru altă/ alte unități de învățare.(Singer, M.; Voica, C., 2011, p.28)

Lista de control:

- Asigură conținuturile alese unitate tematică?
- Este respectată o logică internă a conexiunilor între conținuturi?
- Se pot parcurge la clasă conținuturile într-un număr optim de ore?
- Sunt avute în vedere în cadrul unității de învățare competențele specifice corespunzătoare tuturor competențelor generale?
- Pot fi formate competențele vizate?
- Este pertinentă și concludentă evaluarea elevului în urma parcurgerii acestui grupaj? (Singer, M.; Voica, C., 2011, p.28)



Exemplu

Unitatea de învățare: *Calcul algebric – clasa a VII-a*

Folosind algoritmul de mai sus, se proiectează o unitate de învățare care vizează tema: Calcul algebric – din programa de matematică pentru clasa a VII-a. Evaluarea se va face pe baza listei de control.

În urma lecturării programei școlare la disciplina *Matematică*, pentru *clasa a VII-a*, în vederea identificării unei unități de învățare cu tema *Calculul algebric*, prin aplicarea algoritmului indicat mai sus, s-a obținut următorul conținut:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare *CALCUL ALGEBRIC*

Nr. item	Competențe specifice	Conținuturi
1.	Identificarea unor reguli de calcul numeric sau algebric pentru simplificarea unor calcule.	Calcul cu numere reale reprezentate prin litere: <ul style="list-style-type: none"> sumă algebrică termeni asemenea aceeași parte literală și același exponent la partea literală înmulțire/împărțire algebrică
2.	Identificarea unor reguli de calcul numeric sau algebric pentru simplificarea unor calcule.	Formule de calcul prescurtat: <ul style="list-style-type: none"> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
3.	Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere reale.	Descompunerea în factori utilizând regulile de calcul: <ul style="list-style-type: none"> factor comun; restrângerea pătratului unei sume sau diferențe; descompunerea în produs de factori.
4.	Identificarea unor reguli de calcul numeric sau algebric pentru simplificarea unor calcule. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere reale.	Evaluare sumativă: sumă algebrică, termeni asemenea, înmulțire-împărțire cu un factor, aplicarea distributivității operației de înmulțire față de adunare, formule de calcul prescurtat, descompunere în factori.

În continuare, în alte unități de învățare, se va aplica calculul algebric la rezolvarea ecuațiilor, sistemelor de ecuații, inecuații și în punerea în ecuație a unor probleme de aplicații practice.

În unități de învățare, care preced în ordinea coerenței conținuturilor din programa școlară, se folosesc notații literale și chiar calcule (la prezentarea puterilor de numere).

În aceste condiții, în momentul când este abordată unitatea de învățare „Calcul algebric”, elevii sunt deja deprinși cu notarea literală a numerelor, deci nu încep un conținut în întregime nou.

Se evaluează unitatea de învățare *Calcul algebric*, folosind *lista de control* de mai sus.

Nr.crt	Întrebările din lista de control	Răspuns
1.	Asigură conținuturile alese unitatea tematică?	Conținuturile selectate se referă la operațiile de calcul cu numere reale reprezentate prin litere : -sumă algebrică; -termeni asemenea; -înmulțire și împărțire cu un factor; -aplicarea distributivității operației de



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

		<p>înmulțire față de adunare; -formule de calcul prescurtat; -descompunere în factori.</p>
2.	Este respectată o logică internă a conexiunilor între conținuturi?	De la suma algebrică (cu operații de adunare și scădere), reducerea termenilor asemenea , la înmulțirea de sume algebrice folosind distributivitatea operației de înmulțire față de adunare, în continuare la formule de calcul prescurtat, la descompunere în factori primi, factor comun și restrângere în binom la pătrat sau diferențe de pătrate.
3.	Se pot parcurge la clasă conținuturile într-un număr optim de ore?	Calculul algebric este necesar în următoarele unități de învățare, de aceea unitatea de învățare abordează conținuturile necesare utilizării acestui tip de calcul. Într-un număr de maxim 10 ore (incluzând formarea deprinderilor de calcul algebric prin exerciții numai în clasă) această unitate de învățare poate fi parcursă la clasă.
4.	Sunt avute în vedere în cadrul unității de învățare competențe specifice aferente tuturor competențelor generale?	<p>Unitatea de învățare Calcul algebric nu atinge prin ea toate competențele generale dar are în vedere anumite competențe specifice deduse din competențele generale (Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.</p> <p>Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice.Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.)</p>
5.	Se pot forma competențele vizate?	Elevii cunosc regulile de calcul cu numere reale, sunt obișnuiți cu notații literale, iar pentru calculul algebric acestea sunt cunoștințele de bază. Pe de altă parte calculul algebric este o dezvoltare a calculului numeric ceea ce lărgeste orizontul înțelegerii calculului de către elevi.
6.	Este pertinentă și concludentă evaluarea elevului în urma parcurgerii acestui grupaj?	Evaluării trebuie să i se acorde în fața elevului aceeași importanță ca a oricărei alte unități de învățare. Evaluarea ar putea să semnaleze anumite carențe ale unor elevi în asimilarea cunoștințelor de calcul algebric.

În final, rubricația unității de învățare **CALCUL ALGEBRIC** este dată mai jos:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

PROIECT UNITATE DE ÎNVĂȚARE

Clasa : *a VII-a*Titlul unității de învățare : *CALCUL ALGEBRIC*Nr. de ore alocate : **10**

Nr. crt.	Conținuturi	Competențe specifice	Activități de învățare	Resurse			Evaluare
				Material e	Procedura le	Tempora le	
1	Calcul cu numere reale reprezentate prin litere	1. Identificarea unor reguli de calcul numeric sau algebric pentru simplificarea unor calcule	- exerciții de identificare a termenilor asemenea în expresii algebrice	-manual culegere - fișe de lucru -planșe	Conversația Explicația	3	Teste grilă Teste cu itemi de completare Teste cu itemi de asociere
2	Formule de calcul prescurtat	2. Aplicarea regulilor de calcul și folosirea parantezelor în efectuarea operațiilor cu numere reale	-exerciții de calcul cu termeni asemenea -exersarea formulelor elementare de calcul prescurtat	-manual culegere - fișe de lucru -planșe	Exercițiul Învățare prin descoperire	3	Portofoliul Fișa de observație
3	Descompuneri în factori		-exerciții de descompunere a expresiilor algebrice pe tipuri și metode	-manual culegere - fișe de lucru -planșe -fișe de evaluare individuală	dirijată Problematizarea	3	Evaluare sumativă
4	Exerciții					1	



Folosind algoritmul de identificare a unităților de învățare, stabiliți corespondența conținuturi-competențe pentru o unitate de învățare cu tema: **Raționament geometric**, la clasa a VI-a.
R: Revezi paragraful 6.4.4. -Exemplu



Exemplu

Unitatea de învățare: Proprietăți ale triunghiurilor

Clasa a VI-a; 2 ore/săpt.

Conținuturi	Competențe specifice	Activități de învățare	Strategii didactice	Evaluare



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

<p>1. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi; unghi exterior unui triunghi. Teorema unghiului exterior.</p>	<p>1. Calcularea unor măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate. 2. Recunoaștea și descrierea unor proprietăți ale triunghiurilor. 3. Utilizarea instrumentelor geometrice pentru a desena figuri geometrice descrise în contexte matematice.</p>	<p>- Exerciții de aflarea unui unghi al unui triunghi cunoscând măsurile a două unghiuri. - Exerciții de identificare a unghiului exterior unui triunghi - Aplicarea unghiului interior – exterior duse din același vârf unui triunghi. - Suma măsurilor a două sau a mai multor unghiuri ale căror măsuri sunt exprimate în grade, minute, secunde.</p>	<p>Conversație - Explicație - Lucru frontal</p>	<p>- Temă de lucru în clasă Obser – viața sistematică a activităților elevilor</p>
<p>2. Înălțimile unui triunghi. Aria triunghiului. 3. Medianele unui triunghi. Simetria față de o dreaptă.</p>	<p>4. Utilizarea unor concepte matematice 5. Exprimarea caracteristicilor matematice ale triunghiurilor și ale liniilor importante prin definiție, notație și desen 6. Deducerea unor proprietăți ale triunghiurilor folosind noțiunile studiate</p>	<p>- Construirea înălțimilor unui triunghi și aflarea ortocentrului. - Construirea medianelor și aflarea centrului de greutate - Rezolvări de probleme pentru determinarea ariei unui triunghi - Construirea axei de simetrie a diferitelor figuri geometrice</p>	<p>Explicație - Lucru frontal - Lucru pe grupe diferențiat</p>	<p>Evaluare orală Verificarea temei pentru acasă prin sondaj Lucrare scrisă</p>
<p>4. Triunghiul isoscel (proprietăți). 5. Triunghiul echilateral (proprietăți).</p>	<p>7. Interpretarea informațiilor conținute în probleme legate de proprietăți ale triunghiurilor 8. Utilizarea unor concepte matematice în triunghiul isoscel, echilateral și dreptunghic</p>	<p>- Identificarea unor consecințe posibile ce decurg din proprietățile triunghiului isoscel, echilateral și dreptunghic - Exerciții de calculare a unor distanțe și a unor lungimi de segmente pentru determinarea perimetrului triunghiului. - Exerciții de intuire și de demonstrație a proprietăților de simetrie ale unui triunghi isoscel/ echilateral în rezolvări de probleme</p>	<p>Explicație Demonstrație Activitate pe grupe (metoda învățării pe grupe; turul galeriei)</p>	<p>Aprecierea răspunsurilor primite Observarea sistematică a activităților elevilor</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

6. Proprietăți ale triunghiului dreptunghic.		me. - Aplicarea teoremei unghiului de 30° într-un triunghi dreptunghic, identificarea unor proprietăți ale triunghiului dreptunghic isoscel.		
7. Relații între laturile și unghiurile unui triunghi.	9. Exprimarea proprietăților figurilor geometrice în limbaj matematic	- Construirea unei figuri geometrice potrivite cu enunțul problemei. - Sesizarea elementelor relevante pentru deducerea proprietăților referitoare la unghiurile și laturile unui triunghi. - Identificarea și notarea matematică a ipotezei și concluziei problemei	Conversație Demonstrație matematică	Temă de lucru cu clasa Evaluare finală

**Exemplu***Unitatea de învățare: Matrice***Clasa a XI-a; 3 ore/săpt.****Disciplina:** Matematică - algebră**Număr ore alocate:** 11**Cadru didactic:** Munteanu Diana Elena**Competențe specifice:**

1. Identificarea unor situații practice concrete care necesită asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces specific domeniului tehnic sau economic.
2. Asocierea unui tabel de date cu reprezentarea matriceală a unui proces.
3. Aplicarea algoritmilor de calcul cu matrice în situații practice.
4. Rezolvarea unor sisteme utilizând algoritmi specifici.
5. Stabilirea unor condiții de existență și/sau copmatibilitate a unor metode adecvate de rezolvare a acestora.
6. Optimizarea rezolvării unor probleme sau situații - problemă prin alegerea unor strategii și metode adecvate (de tip algebric, vectorial, analitic, sintetic).

CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	STRATEGII DIDACTICE	EVALUARE
--------------------	-----------------------------	-------------------------------	----------------------------	-----------------



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	<i>FICE</i>			
<p>1. Tabel de tip matriceal. Matrice. Mulțimi de matrice.</p>	1, 2	<p>Identificarea noțiunii de matrice de tip (m,n), scrierea unei matrice de tip (m,n), print-un tablou cu m linii și n coloane; exerciții de scriere a unei matrice linie, matrice coloană, matrice pătratică de ordin n, matrice dreptunghiulară cu m linii și n coloane.</p> <p>Identificarea matricelor particulare:</p> <ul style="list-style-type: none"> -matrice nulă; -matrice unitate; -matrice triunghiulară; -matrice diagonală; -matrice scalară; -matrice simetrică; -matrice antisimetrică; -transpusa unei matrice. <p>Identificarea egalității a două matrice.</p> <p>Exerciții de scriere a transpusei A^t a unei matrice A, exerciții de determinare a unor constante, în anumite condiții date: matricea să fie simetrică, diagonală, unitate, antisimetrică, nulă, două matrice să fie egale.</p>	<p>Manual, culegeri, tablă, cretă. Metode: explicația, conversația euristică, problematizarea, descoperirea, exercițiul. 2 ore.</p>	<p>Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală, chestionarea orală, aprecierea răspunsurilor primite. Evaluare frontală, individuală.</p>
<p>2. Operații cu matrice: adunarea a două matrice, înmulțirea unei matrice cu un scalar; proprietăți.</p>	1, 2, 3, 5	<p>Identificarea sumei a două matrice, proprietăți ale adunării matricelor:</p> <ul style="list-style-type: none"> -adunarea matricelor este asociativă: $(A+B)+C = A+(B+C), \forall A,B,C \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ -adunarea matricelor este comutativă: $A+B = B+A, \forall A,B \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ -matricea nulă $O_{m,n}$ are rol de element neutru la adunarea matricelor: $A+O_{m,n} = O_{m,n} + A = A, \forall A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$. -orice matrice admite un opus : 	<p>Manual, culegeri, tablă, cretă. Metode: explicația, conversația euristică, problematizarea, descoperirea, exercițiul, învățarea prin cooperare. 2 ore.</p>	<p>Verificarea temei pentru acasă prin sondaj. Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală, chestionarea orală, aprecierea răspunsurilor primite. Evaluare frontală, individuală.</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

		<p>$\forall A \in M_{m,n}(\mathbb{R}), \exists (-A) \in M_{m,n}(\mathbb{R})$, astfel încât: $A + (-A) = (-A) + A = O_{m,n}$.</p> <p>Obs. Se pot aduna numai matrice care sunt de același tip. Rezultatul este o matrice de același tip. Identificarea produsului dintre un număr real (scalar) și o matrice; proprietăți:</p> <p>$1 \cdot A = A, 0 \cdot A = O_{m,n}, \forall A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A, \forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \forall A \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B,$ $\forall \alpha \in \mathbb{R}, \forall A, B \in M_{m,n}(\mathbb{R})$ $\alpha(\beta A) = \beta(\alpha A) = (\alpha\beta)A,$ $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R},$ $\forall A, B \in M_{m,n}(\mathbb{R})$</p> <p>Exerciții de calculare a sumei, respectiv diferenței a două matrice, calcularea produsului dintre un număr real și o matrice, rezolvarea unui sistem de ecuații matriciale de tipul:</p> $\begin{cases} 2X - Y = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -6 \\ 0 & 7 & 1 \end{pmatrix} \\ X + 3Y = \begin{pmatrix} -7 & 7 & 11 \\ 7 & 0 & 11 \end{pmatrix} \end{cases}$		
<p>3. Operații cu matrice: înmulțirea matricelor; proprietăți.</p>	<p>1, 2, 3, 5</p>	<p>Identificarea produsului a două matrice; proprietăți:</p> <p>-înmulțirea matricelor este asociativă: $A(BC) = (AB)C,$ $\forall A \in M_{m,n}(\mathbb{R}), \forall B \in M_{n,p}(\mathbb{R}), \forall C \in M_{p,q}(\mathbb{R}).$</p> <p>-înmulțirea matricelor este distributivă față de adunare: la stânga: $A(B+C) = AB+AC,$ $\forall A \in M_{m,n}(\mathbb{R}), \forall B, C \in M_{n,p}(\mathbb{R}).$ la dreapta: $(A+B)C = AC+BC,$ $\forall A, B \in M_{m,n}(\mathbb{R}), \forall C \in M_{n,p}(\mathbb{R}).$</p> <p>-pentru mulțimea $M_n(\mathbb{R})$, există element neutru I_n:</p>	<p>Manual, culegeri, tablă, cretă, videoproiector. Metode: explicația, conversația euristică, problematizarea, descoperirea, exercițiul. 1 oră.</p>	<p>Verificarea temei pentru acasă prin sondaj. Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală, chestionarea orală, aprecierea răspunsurilor primite. Evaluare frontală, individuală.</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

		$AI_n = I_n A = A, \forall A \in M_n(\mathbb{R}).$ Obs. Produsul $A \cdot B$ a două matrice nu se poate efectua întotdeauna decât dacă $A \in M_{m,n}(\mathbb{R}), B \in M_{n,p}(\mathbb{R})$, adică numărul de coloane ale lui A este egal cu numărul de linii ale lui B , când se obține o matrice $C \in M_{m,p}(\mathbb{R})$ Exerciții de calculare a produsului a două matrice, cu accentuarea necomutativității înmulțirii matricelor, pentru cazul când matricele $A, B \in M_n(\mathbb{R}): AB \neq BA$ (în general); Exerciții care evidențiază rolul de element neutru, la înmulțirea matricelor pătratice, a matricei unitate: $I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} : AI_n = I_n A = A, \forall A \in M_n(\mathbb{R}).$		
4.Operații cu matrice: ridicarea la putere a unei matrice.	1, 2, 3, 5, 6	Identificarea puterii unei matrice pătratice. Exerciții de tipul: Calculați $f(A)$, dacă: $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $f(X) = X^2 - 2X + I_2$. Identificarea metodelor de ridicare la putere a matricelor pătratice de ordin n : -metoda inducției matematice; -metoda binomului lui Newton; -metoda șirurilor recurente; -metoda trigonometrică. Exerciții de calculare a puterii unei matrice pătratice de ordin 2 sau 3, prin metoda inducției matematice, sau prin metoda binomului lui Newton, sau prin metoda șirurilor recurente.	Manual, culegeri, fișe de lucru, cretă, tablă, videoproiector. Metode: explicația, conversația euristică, problematizarea, descoperirea, exercițiul, demonstrația, învățarea prin cooperare, învățarea reciprocă. 2 ore.	Verificarea temei pentru acasă prin sondaj. Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală, chestionarea orală, aprecierea răspunsurilor primite. Evaluare frontală, individuală, pe grupe. Practica reflectivă.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU



Realizează un proiect, la alegere, al unei unități de învățare din matematica clasei a VI-a.

R: Revezi paragraful 6.4.4.

SĂ NE REAMINTIM...



- **Unitatea de învățare** reprezintă o structură didactică deschisă și flexibilă care are următoarele **caracteristici**:
 - determină formarea la elevi a unui comportament specific, generat de integrarea unor obiective de referință;
 - este unitară din punct de vedere tematic;
 - se desfășoară în mod sistematic și continuu pe o perioadă de timp;
 - se finalizează prin evaluare sumativă.
- **Proiectarea unei unități de învățare** este **algoritmă**, conținând următorii pași:
 - identificarea obiectivelor (În ce scop voi face?);
 - selectarea conținuturilor (Ce voi face?);
 - analiza resurselor (Cu ce voi face?);
 - determinarea activităților de învățare (Cum voi face?);
 - stabilirea instrumentelor de evaluare (Cât s-a realizat?).

6.4.5. Proiectul de lecție

Proiectarea pe unități de învățare nu conține suficiente elemente pentru a oferi o imagine completă asupra fiecărei activități didactice. Din acest motiv este necesară proiectarea fiecărei activități didactice, lecția trebuind să fie înțeleasă ca o componentă operațională pe termen scurt a unității de învățare.

Lecția trebuie să asigure realizarea unor obiective operaționale precis formulate, subordonate obiectivelor de referință, măsurabile pe parcursul sau în finalul lecției.

Proiectul de lecție nu reprezintă decât o variantă aleasă de către profesor, în aplicarea căreia trebuie să dovedească flexibilitate.

Proiectul de lecție trebuie să conțină:

- date de identificare: data, clasa, școala, profesorul, disciplina (matematică);
- datele pedagogice ale lecției: subiectul lecției, tipul lecției (dobândire de noi cunoștințe, formare de priceperi și deprinderi, recapitulare și sistematizare, evaluare), obiectivele de referință/competențele specifice, obiectivele operaționale, strategii didactice folosite, bibliografia;
- desfășurarea lecției care conține: eșalonarea în timp a situațiilor de învățare (etapele lecției), obiectivele operaționale urmărite, conținuturile, strategiile didactice și modalitățile de evaluare pentru fiecare etapă în parte.

Tabelul de specificarea corespondențelor este următorul (Pălășan, T., Voinea, M., 2012):

Eșalonarea în timp a situațiilor de învățare	Obiective Operaționale	Activitatea		Strategia didactică					
		cadrului didactic	elevilor	Resurse			Forma de org	Evaluare	Indici de performanță
				procedurale	Materiale	temporale			
Moment organizatoric									



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Verificarea temei de casă și a pregătirii elevilor									
Captarea atenției									
Anunțarea temei și a obiectivelor									
Prezentarea situației de învățare. Dirijarea învățării									
Asigurarea feedback-ului									
Realizarea performanței									
Retenție/ tema de casă									

Evenimentele lecției și succesiunea acestora se adaptează specificului tipului de lecție



1. Exemplu PROIECT DE LECȚIE

Clasa: a VIII-a

Disciplina: Matematică-Algebră

Unitatea de învățare: Operații cu numere reale

Tema lecției: OPERAȚII CU RAPOARTE DE NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE. APLICAȚII

Tipul lecției: Lecție mixtă

Competențe generale:

O.1. Identificarea unor relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.

O.2. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru o situație concretă.

Competențe specifice:

C.S₁ Să înțeleagă semnificația și proprietățile operațiilor cu numere reale și să le aplice în calcule variate.

C.S₂ Să utilizeze elemente de calcul algebric pentru a rezolva ecuații, precum și pentru a aplica formule de calcul.

C.S₃ Să prezinte în mod coerent soluția unei probleme, corelând diverse modalități de exprimare.

Obiective operaționale:

Cognitive:

OC₁ Să obțină rapoarte prin simplificări și amplificări.

OC₂ Să efectueze operații cu rapoarte de numere reale reprezentate prin litere cu același numitor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

OC₃ Să efectueze operații cu rapoarte de numere reale reprezentate prin litere cu numitori diferiți.

OC₄ Să aplice noțiunile învățate în calcule numerice ținând cont de ordinea efectuării operațiilor.

Afective:

OA₁ Să fie atenți.

OA₂ Să participe activ la lecție.

OA₃ Să colaboreze eficient.

Psihomotorii:

OP₁ Să scrie lizibil pe caiete și la tablă.

Strategii didactice:

a) Metode și procedee: conversația euristică, explicația, modelarea, munca individuală, exercițiul.

b) Mijloace de realizare: manualul, fișe de lucru, culegere, tabla, creta.

c) Forme de organizare: frontală, individuală, pe perechi.

Bibliografie: Culegere de probleme „Mate 2000” - A. Negrilă
Manual



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

DESFĂȘURAREA LECȚIEI

Evenimentele lecției	Obiective operaționale/Competențe specifice	Activitatea profesorului		elevilor	Strategia didactică				Indici de performanță	
					Forma de organizare	Evaluare	Resurse			Indici de performanță
							Procedurale	Materiale		
1. Moment organizatoric	OA ₂	1. Crează condițiile necesare desfășurării lecției. 2. Verifică prezența elevilor.	1. Se pregătesc cu cele necesare pentru lecție. 2. Se asigură ordinea și disciplina.	Conversația		2min	Frontală			
2. Captarea atenției	OA ₁	Verifică frontal temele scrise făcând eventual observații, iar dacă există exerciții nefinalizate se sugerează elevilor metoda de rezolvare.	Elevii își verifică tema și corectează eventualele greșeli.	Conversația	Caiete	2min	Frontală	Aprecieri verbale		
3. Anunțarea obiectivelor și a temei	C.S ₁	Se fixează cunoștințele învățate în capitolul de numere reale și se realizează operații cu ele.	Realizează ceea ce li s-a cerut.	Conversația		2min	Frontală	Aprecieri verbale		
4. Reactalizarea cunoștințelor		Se propun spre rezolvare exercițiile I-V cuprinse în fișele de lucru distribuite elevilor. FIȘĂ DE LUCRU NR.1	Rezolvă exercițiile cuprinse în fișele de lucru	Explicația	Caiete Tablă	15min	Individuală		Maxim- frontal Minim elevi CES	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- **Bibliografie:** M. Ganga – "Matematică- manual pentru clasa a XI-a", Editura Mathpress, Ploiești, 2006
M. Țena, M. Andronache, D. Ștefănescu – "Manual clasa a XI-a", Editura Art, București, 2006
C. Angelescu, N. Baciu și alții – "Ghid de pregătire Bacalaureat matematică", Editura Sigma, București, 2008

Evenimentele lecției	Strategia didactică					Forma de org	Evalu are
	Conținuturi/tipuri de activități	Resurse			tempo rale		
		proce du rale	mate riale	proce du rale			
Moment organizatoric	Activitatea profesorului Asigurarea ordinii și liniștii. Notarea absențelor. Asigurarea condițiilor optime pentru desfășurarea lecției.	Activitatea elevilor Elevul de serviciu prezintă lista persoanelor care lipsește. Elevii, după ce și-au pregătit maculatoarele, așteaptă în liniște începerea orei.	Conversația	Conversația	2 min		
Captarea atenției	Invită elevii să lămurească sensul unui motto scris pe tablă: „Consideră ca nefericită ziua sau ora în care nu ți-ai îmbogățit cu nimic cultura” Ian Cominski.	Elevii analizează conținutul maximei în grupuri. Fiecare grupă printr-un reprezentant încearcă să lămurească în voce sensul motto-ului.	Conversația	Cretă, tablă	3 min	Pe grupe, frontală	Observare
Reactualizarea cunoștințelor anterioare	Se verifică cantitativ, calitativ tema pentru acasă prin sondaj. Se reactualizează noțiunea de inversă a unei matrice	Elevii urmăresc cele prezentate de colegi, răspund la întrebări	Conversația euristică, exercițiul	Cretă, tablă, caiete	9 min	Frontală, colectivă, dirijată de profesor	Analiza răspunsuri lor
Prezentarea situației problemă	Scrie pe tablă o ecuație matriceală și cere elevilor să o rezolve (s-au făcut aplicații de acest gen la unitatea de învățare "Matrice", metoda de lucru fiind înlocuirea)	Elevii rezolvă ecuația, primul care terminat fiind invitat la tablă.	Exercițiul, conversația euristică, problematizarea	Cretă, tablă, caiete	5 min	Frontală, individuală	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Anunțarea temei și a obiectivelor	Anunță obiectivele lecției și scrie titlul pe tablă	Sunt atenți, cer anumite lămuriri dacă este cazul Notează titlul lecției în caiete	Conversația euristică	Cretă, tablă, caiete	3 min	Frontală	
Prezentarea conținutului și dirijarea învățării	<p>Definiție. Numim ecuație matriceală orice ecuație în care necunoscuta este o matrice.</p> <p>Propoziție. Fie $n, m \in \mathbb{N}^*$, $A \in M_n(C)$, $B \in M_m(C)$ două matrice inversabile și $C \in M_{n,m}(C)$. Atunci fiecare din ecuațiile matriceale:</p> <ol style="list-style-type: none"> $A \cdot X = C$ $X \cdot B = C$ $A \cdot X \cdot B = C$ <p>are soluție unică în $M_{n,m}(C)$.</p> <p>Demonstrație:</p> <ol style="list-style-type: none"> Înmulțim la stânga cu A^{-1} și obținem soluția $X = A^{-1} \cdot C$ Înmulțim la dreapta cu B^{-1} și obținem soluția $X = C \cdot B^{-1}$ Înmulțim la stânga cu A^{-1} și la dreapta cu B^{-1} și vom obține soluția $X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$ <p>Observație. Înainte de a înmulți la stânga sau la dreapta asigurați-vă că există acea inversă cu care se face înmulțirea!</p> <p>Împarte fișe de lucru cu exerciții</p>	Urmăresc prezentarea noțiunilor, fiind coparticipanți la demonstrarea propoziției. Analizează fișele de lucru.	Conversația euristică, demonstrația, explicația, descoperirea dirijată, algoritmizarea	Cretă, tablă, caiete, calculator, videoproiector, fișe de lucru	10 min	Frontală, dirijată de profesor	
Obținerea performanței. Asigurarea	Urmărește activitatea elevilor, dă indicații unde este cazul, verifică corectitudinea autoevaluării elevilor	Rezolvă exercițiile din fișele de lucru și comunică rezultatele	Conversația euristică,	Fișe de lucru, tablă,	15 min	Individuală, frontală	Observarea sistematică



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

feedback-ului.	Explică la tablă noțiunile care nu au fost însușite de către toți elevii	Își notează răspunsurile corecte	explicația, exercițiul, învățarea prin descoperire, algoritmizarea	cetă	3 min	Activitate independentă	tică a elevilor, aprecierea răspunsurilor primite
Asigurarea retenției și a transferului Tema pentru acasă.	Face aprecieri individuale și colective asupra activității elevilor și dă câteva recomandări. Stabilește tema pentru acasă. Oferă indicații cu privire la rezolvarea problemelor ce ar putea prezenta dificultăți.	Elevii își notează pe maculatoare tema pentru acasă și indicațiile.	Conversația, explicația	Manual, caiete			

PROIECT DE ACTIVITATE DIDACTICĂ

DATE DE IDENTIFICARE

- Data:
- Clasa: aXI-a
- Cadrul didactic: Munteanu Diana Elena

CONSTRUCTIA



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- **Aria curriculară:** Matematică și științe
- **Disciplina de învățământ:** Matematică - algebră
- **Unitatea de învățare:** Determinanți
- **Tema:** Aplicații ale determinanților în geometria analitică
- **Tipul lecției:** Lecție de formare a deprinderilor și priceperilor
- **Obiective operaționale:** La sfârșitul lecției elevii vor fi capabili:
 - O_1 - să determine ecuația unei drepte folosind determinanții de ordinul 2 și 3
 - O_2 - să cunoască și să aplice condiția de coliniaritate a trei puncte
 - O_3 - să determine aria unui triunghi cu ajutorul determinanților
 - O_4 - să determine distanța de la un punct la o dreaptă
 - O_5 - să-și formeze priceperile și deprinderile necesare de a rezolva probleme folosind aceste noțiuni.
- **Strategii didactice:**
 - Resurse procedurale: conversația, algoritimizarea, explicația, observația, exercițiul, descoperirea
 - Resurse materiale: manual de matematică, variante bacalaureat, fișe de lucru, tabla, creta, caiete, videoprojector, computer
- **ibliografie:** M. Ganga – "Matematică- manual pentru clasa a XI-a", Editura Mathpress, Ploiești, 2006
M. Țena, M. Andronache, D. Ștefănescu – "Manual clasa a XI-a", Editura Art, București, 2006
C. Angelescu, N. Baciș și alții – "Ghid de pregătire Bacalaureat matematică", Editura Sigma, București, 2008

Evenimentele lecției	Strategia didactică					
	Conținuturi/tipuri de activități		Resurse		Forma de org	
	Activitatea profesorului	Activitatea elevilor	procedurale	mate riale		
Moment organizatoric	Asigurarea ordinii și liniștii. Notarea absențelor. Asigurarea condițiilor optime pentru desfășurarea lecției.	Elevul de serviciu prezintă lista persoanelor care lipsesc. Elevii, după ce și-au pregătit maculatoarele, așteaptă în liniște începerea orei	Conversația	mate riale	2 min	Evaluare



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Anunțarea temei și a obiectivelor	Anunță obiectivele lecției și scrie titlul pe tablă	Sunt atenți, cer anumite lămuriri dacă este cazul Notează titlul lecției în caiete	Conversația euristică	Cretă, tablă, caiete	3 min	Frontală	
Reactualizarea cunoștințelor anterioare	Se reactualizează, printr-un material în Power Point, noțiunile: -ecuația unei drepte dată sub formă de determinant -coliniaritatea a trei puncte -distanța de la un punct la o dreaptă -aria unui triunghi	Elevii își reamintesc aceste noțiuni printr-o expunere orală, urmând apoi să vadă și cele prezentate de profesor.	Conversația, expunerea	Cretă, tablă, computer, videoproiector	8 min	Frontală, individuală, dirijată de profesor	Observare dirijată, analiza răspunsurilor
Dirijarea învățării	Imparte fișe de lucru elevilor. Exercițiile de pe fișe sunt grupate pe stiluri de învățare. Urmărește activitatea elevilor, dă indicații unde este cazul	Elevii sunt împărțiți pe grupe în funcție de stilul de învățare al fiecăruia. Analizează fișele de lucru. Rezolvă exercițiile de pe fișe	Exercițiul, învățarea prin descoperire, algoritimizarea, învățarea prin cooperare	Fișe de lucru	20 min	Individuală, pe grupe	Observarea sistematică a elevilor
Corecții și feedback-uri. Obținerea performanței	Notează grupa care a fost cea mai rapidă în rezolvare. Explică la tablă noțiunile care nu au fost însușite de către toți elevii. Face aprecieri individuale și colective asupra activității elevilor și dă câteva recomandări. Notează elevii care s-au remarcat la oră.	Câte un elev din fiecare grupă va prezenta la tablă câte un exercițiu. Elevii notează indicațiile date de profesor.	Conversația euristică, explicația, cooperare	Cretă, tablă, caiete	15 min	Frontală, individuală	aprecierea răspunsurilor primite



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu PROIECT DE LECȚIE

Clasa: a VII-a

Aria curriculară: Matematică și Științe

Disciplina: Matematică - Geometrie

Subiectul: Asemănarea triunghiurilor

Tipul lecției: Lecție de aplicare în practică a cunoștințelor

Competențe generale :

1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite;
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice;
3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete;
5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă;
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii.

Competențe specifice:

- 1.6. Identificarea perechilor de triunghiuri asemenea în configurații geometrice date;
- 2.6. Stabilirea relației de asemănare între două triunghiuri;
- 3.6. Utilizarea noțiunii de paralelism pentru caracterizarea locală a unei configurații geometrice date;
- 5.6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în corelație cu proprietăți calitative și / sau metrice;
- 6.6. Aplicarea asemănării triunghiurilor în rezolvarea unor probleme matematice sau practice.

Obiective operaționale:

a) *cognitive*

OC₁ : să enunțe teorema fundamentală a asemănării;

OC₂ : să enunțe criteriile de asemănare;

OC₃ : să specifice noțiunile matematice pe care le aplică în rezolvarea unei probleme.

b) *procedurale*

OP₁ : să calculeze lungimile laturilor necunoscute în triunghiuri asemenea;

OP₂ : să aplice teorema fundamentală a asemănării în situații practice;

OP₃ : să argumenteze logic în cadrul unui grup, ideile și metodele matematice, în verificarea și susținerea opiniilor;

OP₄ : să rezolve probleme aplicând noțiunile discutate.

c) *atitudinale*

OA₁ : să exprime în limbaj matematic raționamentul rezolvării problemelor;

OA₂ : să relaționeze cu colegii și profesorul, respectând opiniile celorlalți.

Strategii didactice:

Procedurale: conversația, demonstrația, problematizarea.

Materiale: pantograf, instrumente geometrice, cretă, caiete, manual.

Temporale: 50 min.

Forme de organizare: frontală, pe grupe.

Metode și tehnici de evaluare: observația sistematică.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

DESFAȘURAREA LECȚIEI

Evenimentele lecției	Competențe specifice/Operaționale	Conținuturi/tipuri de activități		Strategia didactică				Evaluare
		Activitatea profesorului	Activitatea elevului	Resurse procedurale	Resurse materiale	Resurse temporale	Forma de organizare	
1. Moment organizatoric		Salutul și prezența.	Își pregătesc caietele și instrumentele de scris	Conversația	Catalogul școlar	2 min	Frontală	
2. Anunțarea obiectivelor și a temei		Anunțarea temei lecției : Asemănarea triunghiurilor Scopul: Aplicarea teoremelor studiate pentru recunoașterea triunghiurilor asemenea, rezolvarea unor probleme practice. Se notează titlul lecției pe tablă.	Ascultă cu atenție cele spuse de către profesor. Notează titlul lecției în caiete.	Expunerea	Caiete Cretă Instrumente de scris	4 min	Frontală	
3. Reactualizarea cunoștințelor	2.6/ OC ₁ OC ₂	Profesorul solicită elevilor: - să enunțe teorema fundamentală a asemănării; - să enunțe criteriile de asemănare.	Răspund cerințelor profesorului.	Conversația		5 min	Frontală	Observația sistematică
4. Captarea atenției		Se anunță că se va lucra pe trei grupe eterogene . Fiecare grupă primește câte o problemă pe care o vor rezolva împreună, după care reprezentantul grupei o prezintă la tablă.	Ascultă cu atenție cele spuse de profesor.	Expunerea		3 min		



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5. Dirijarea învățării	<p>1.6</p> <p>3.6</p> <p>OC₃</p> <p>OP₁</p> <p>OP₂</p> <p>OP₃</p> <p>OP₄</p> <p>OA₁</p> <p>OA₃</p> <p>5.6</p> <p>6.6</p>	<p>Elevii se grupează, citesc problema primită după care încep rezolvarea :</p> <p>Grupa I : Construși $\triangle ABC$ având laturile :</p> <p>$AB = 8,13$ cm ; $BC = 6,24$ cm și $AC = 4,65$ cm . Cu ajutorul pantografului construși $\triangle EFG$ asemenea cu $\triangle ABC$, știind că raportul de asemănare este 3.</p> <p>Determinați lungimile laturilor $\triangle EFG$ respectiv raportul perimetrelor.</p> <p>Grupa II : Determinați înălțimea unui copac cu ajutorul umbrei , ținând seama că la un moment dat al zilei însoțite razele soarelui formează cu terenul unghiuri congruente . Se cunoaște umbra copacului (6 m) , înălțimea observatorului – elevului (1m și 68 cm) respectiv umbra acestuia (0,75 cm).</p> <p>Grupa III.</p> <p>În $\triangle ABC$ avem $AB = 9$ cm , $BC = 8$ cm și $AC = 6$ cm . Fie M mijlocul laturii $[AC]$. Se ia $P \in [AB]$ astfel încât $\angle(ABC) \cong \angle(AMP)$. Să se calculeze $P_{\triangle AMP}$.</p>	<p>Elevii rezolvă problemele primite.</p>	<p>Problematizarea</p> <p>Demonstratia</p>	<p>Pantograf</p> <p>Instrumente geom.</p> <p>Fișă de lucru</p>	20 min	Pe grupe	Observația sistematică
6. Asigurarea feedback-ului		<p>După rezolvarea problemelor, profesorul solicită un elev din fiecare grupă pentru a</p>	<p>Reprezentantul grupului rezolvă problema la tablă, restul clasei</p>	<p>Conversația</p>		15 min	Frontală	<p>Analiza răspunsurilor</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

7. Încheierea lecției/ aprecieri și recomandări.		prezenta problema clasei .		notează în caiete.	Demon- strajia		1 min		Aprecieri verbale
		Se dă tema pentru acasă: 167/17 ; 168/13 din manual. Se fac aprecieri și recomandări .		Elevii notează tema în caiete.	Conver- sația				



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu de proiectare a unui opțional-clasa a V-a

DENUMIREA DISCIPLINEI OPȚIONALE: “APLICAȚII ALE MATEMATICII”

ARIA CURRICULARĂ: MATEMATICĂ ȘI ȘTIINȚE

NR. ORE PE SĂPTĂMÂNĂ: 1 ORĂ

CLASA: A V-A

DURATA: 1 AN

TIPUL DE OPȚIONAL: OPȚIONAL LA NIVELUL DISCIPLINEI

NUMELE CADRULUI DIDACTIC: COMĂNICI ELENA

ARGUMENT

Opționalul răspunde nevoilor de dezvoltare a personalității elevilor prin formarea de capacități, competențe și atitudini bazate pe gândirea critică, logică, divergentă și creativă.

În alegerea opționalului au fost implicați și părinții, iar conținuturile învățării au fost stabilite în funcție de aptitudinile și interesele elevilor.

Strategia didactică are ca dominantă lucrul în echipă care favorizează comunicarea și asumarea de către elevi a diverselor roluri în cadrul unui grup.

Abordarea opționalului ca activitate de rezolvare a unor contexte problematice variate asigură alternative în învățare și evaluare, ducând la o destindere sănătoasă în urma unor lecții dificile sau pot face obiectul unui studiu individual pentru elevii dotați.

Opționalul îi pregătește pe elevi pentru rezolvarea unor situații problematice din viața cotidiană prin cultivarea perseverenței, încrederii în sine, voinței de a duce la bun sfârșit un lucru început.

COMPETENȚE GENERALE

1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite.
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice.
3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete.
4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora.
5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații-problemă.
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii.

VALORI ȘI ATITUDINI

-Dezvoltarea unei gândiri deschise și creative; dezvoltarea inițiativei, independenței în gândire și în acțiune pentru a avea disponibilitatea de a aborda sarcini variate.

-Manifestarea tenacității, perseverenței, capacității de concentrare și a atenției distributive.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Dezvoltarea spiritului de observație.
- Dezvoltarea simțului estetic și critic, a capacității de a aprecia rigoarea, ordinea și eleganța în rezolvarea unei probleme sau a construirii unei teorii.
- Formarea obisnuinței de a recurge la concepte și metode matematice în abordarea unor situații cotidiene sau pentru rezolvarea unor probleme practice.
- Formarea motivației pentru studierea matematicii ca domeniu relevant pentru viața socială și profesională.

COMPETENȚE SPECIFICE

<i>Unitatea de învățare</i>	<i>Competențe specifice</i>
1. Numere naturale	1. Identificarea caracteristicilor numerelor naturale și a formei de scriere a unui număr natural în contexte variate 2. Utilizarea operațiilor aritmetice și a proprietăților acestora în calcule cu numere naturale 3. Selectarea și utilizarea de algoritmi pentru efectuarea operațiilor cu numere naturale și pentru divizibilitatea cu 10, 2 și 5 4. Exprimarea, în rezolvarea sau compunerea unor probleme, a soluțiilor unor ecuații de tipul: $x \pm a = b$; $a \pm x = b$; $x \cdot a = b$ ($a \neq 0$, a divizor al lui b); $x : a = b$ ($a \neq 0$); $a : x = b$ ($x \neq 0$, b divizor al lui a) și a unor inecuații de tipul: $x \pm a \leq b$ ($\geq, >, <$); $x \cdot a \leq b$ ($\geq, >, <$), unde a este divizor al lui b ; $x : a \leq b$ ($\geq, >, <$), cu $a \neq 0$, unde a și b sunt numere naturale 5. Deducerea unor proprietăți ale operațiilor cu numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calcule 6. Transpunerea unei situații-problemă în limbaj matematic, rezolvarea problemei obținute (utilizând ecuații, inecuații, organizarea datelor) și interpretarea rezultatului
2. Mulțimi	1. Identificarea în limbajul cotidian sau în enunțuri matematice a unor noțiuni specifice teoriei mulțimilor 2. Evidențierea, prin exemple, a relațiilor de apartenență sau de incluziune 3. Selectarea și utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și a operațiilor cu mulțimi 4. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete ce se pot descrie utilizând mulțimile 5. Interpretarea unor contexte uzuale și/ sau matematice utilizând limbajul mulțimilor 6. Transpunerea unei situații-problemă în limbaj matematic utilizând mulțimi, relații și operații cu mulțimi
3. Numere raționale	1. Identificarea în limbajul cotidian sau în probleme a fracțiilor ordinare și a fracțiilor zecimale



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	<p>2. Reprezentarea pe axa numerelor a fracțiilor ordinare și a fracțiilor zecimale</p> <p>3. Alegerea formei de reprezentare a unui număr rațional pozitiv și utilizarea de algoritmi pentru optimizarea calculului cu fracții zecimale</p> <p>4. Exprimarea, în rezolvarea sau compunerea unor probleme, a soluțiilor unor ecuații de tipul: $x \pm a = b$; $a \pm x = b$; $x \cdot a = b$ ($a \neq 0$); $x : a = b$ ($a \neq 0$), $a : x = b$ ($x \neq 0$) și inecuații de tipul: $x \pm a \leq b$ ($\geq, >, <$); $x \cdot a \leq b$ ($\geq, >, <$); $x : a \leq b$ ($\geq, >, <$), cu $a \neq 0$, unde a și b sunt numere naturale sau fracții zecimale finite</p> <p>5. Interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea operațiilor cu fracții zecimale și a ordinii efectuării operațiilor</p>
--	--

CONȚINUTURILE ÎNVĂȚĂRII

1. Numărare și ordonare. Calcul de sume.
2. Ecuații și inecuații.
3. Reguli de calcul cu puteri.
4. Ultima cifră a unei puteri.
5. Pătrate perfecte. Cuburi.
6. Baze de numerație.
7. Divizibilitate. Proprietăți.
8. Criterii de divizibilitate cu 3, 4, 9, 25.
9. Numere prime între ele. Teoreme de divizibilitate.
10. Probleme deosebite cu multipli și divizori comuni.
11. Produs cartezian. Determinarea mulțimilor.
12. Localizarea în plan a punctelor cu coordonate numere naturale.
13. Frații ireductibile.
14. Periodicitate.
15. Aproximări.

PLANIFICAREA ANUALĂ LA DISCIPLINA "APLICAȚII ALE MATEMATICII"

Nr. crt.	Conținuturi	Semestrul		Total ore
		I	II	
1.	Numărare și ordonare. Calcul de sume.	3	-	3
2.	Ecuații și inecuații	1	-	1
3.	Reguli de calcul cu puteri	4	-	4
4.	Ultima cifră a unei puteri	1	-	1
5.	Pătrate perfecte. Cuburi	2	-	2
6.	Baze de numerație	2	-	2
7.	Divizibilitate. Proprietăți	3	-	3
8.	Criterii de divizibilitate cu 3, 4, 9, 25. Aplicații	2	2	4



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

9.	Numere prime între ele. Teoreme de divizibilitate	-	2	2
10.	Probleme deosebite cu multiplii și divizori comuni	-	3	3
11.	Produs cartezian. Determinarea mulțimilor.	-	3	3
12.	Localizarea în plan a punctelor cu coordonate nr. naturale	-	2	2
13.	Fracții ireductibile	-	2	2
14.	Periodicitate	-	2	2
15.	Aproximări	-	2	2
Total ore			18	36

MODALITĂȚI DE EVALUARE

- probleme orale, scrise;
- autoevaluare;
- observarea sistematică a elevilor;
- portofoliu.

BIBLIOGRAFIE

1. Programa școlară extinsă.
2. Manual școlar, editura “Radical”.
3. www.didactic.ro.



Proiectează o disciplină opțională, pe durata unui an, la matematică, pentru clasa a VI-a.

R: Revezi paragraful 6.4.5.

SĂ NE REAMINTIM...

- **Proiectul de lecție** trebuie să conțină:

-date de identificare: data, clasa, școala, profesorul, disciplina (matematică);

-datele pedagogice ale lecției: subiectul lecției, tipul lecției (dobândire de noi cunoștințe, formare de priceperi și deprinderi, recapitulare și sistematizare, evaluare), obiectivele de referință/competențele specifice, obiectivele operaționale, strategii didactice folosite, bibliografia;

-desfășurarea lecției care conține: eșalonarea în timp a situațiilor de învățare (etapele lecției), obiectivele operaționale urmărite, conținuturile, strategiile didactice și modalitățile de evaluare pentru fiecare etapă în parte.



6.5. Rezumat

În această unitate de învățare se prezintă metodologia proiectării didactice la matematică în învățământul preuniversitar. Este definit conceptul de „proiectare pedagogică”. Se analizează manualele alternative la matematică și se prezintă un



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

studiu comparativ al manualelor de matematică pentru clasa a IX-a. Se descriu și

se exemplifică produsele proiectării didactice la nivel micro: planificarea calendaristică, proiectarea unităților de învățare și proiectul de lecție. Se

exemplifică și activitatea de proiectare a unui opțional pe durata unui an, la clasa

a V-a și a unei activități de învățare, la clasa a IX-a.



6.6. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Realizează un proiect, la alegere, al unei unități de învățare din matematica clasei a VI-a.

6.7. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi paragraful 6.4.4.



Temă de control 2

1. Realizează un proiect de lecție -la alegere, dintr-o unitate de învățare -la alegere, din matematica clasei a VI-a.

2. Realizează o prezentare comparativă a trei manuale în vigoare pentru clasa a VIII-a.

3. Constuieste o probă de evaluare finală pentru o unitate de învățare la alegere din matematica clasei a VIII-a. Aceasta să conțină: 2 itemi obiectivi de tip pereche, 1 item obiectiv cu alegere duală, 1 item obiectiv cu alegere multiplă, 2 itemi semiobiectivi cu răspuns scurt și 2 itemi cu răspuns deschis tip rezolvare de probleme.

După rezolvare, tema de control trebuie transmisă tutorelui.

Sugestii pentru acordarea punctajului

Oficiu:.....	10
puncte;	
1. - Stabilirea corectă și corelarea tipului de lecție cu obiectivele și strategiile didactice de învățare și evaluare:.....	10
puncte;	
- Reflectarea, în desfășurarea lecției a etapelor unei lecții de matematică de tipul precizat:.....	25
puncte;	
- Alegerea adecvată a instrumentelor de evaluare:.....	5
puncte;	
2. - Prezentarea comparativă a trei manuale în vigoare pentru clasa a VIII-a.....	20
puncte;	
3.-Formularea corectă a itemilor, corespunzător cerințelor:.....	12
puncte;	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTINICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Alegerea corectă a conținuturilor în raport cu competențele specifice de evaluat :.....8 puncte;
- Realizarea grilei de punctaj.....10 puncte.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare 7. Abordarea interdisciplinară a lecțiilor de matematică în învățământul preuniversitar

Cuprins

7.1. Introducere.....	266
7.2. Competențe.....	266
7.3. Precizări conceptuale.....	267
7.4. Abordarea interdisciplinară la matematică în învățământul preuniversitar.....	269
7.5. Probleme de matematică al căror conținut vizează cunoștințe ale altor disciplin.....	280
7.6. Discipline opționale intercurriculare.....	282
7.7. Utilizarea interdisciplinarității la matematică – premisă a cultivării creativității elevilor.....	292
7.8. Rezumat.....	293
7.9. Test de autoevaluare.....	294
7.10. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	294



7.1. Introducere

Promovarea interdisciplinarității constituie una dintre trăsăturile definitorii ale progresului științei contemporane și se impune și în învățământul preuniversitar pentru realizarea sarcinilor ce-i revin în pregătirea elevilor. Prin realizarea unei conexiuni între diversele domenii, activități, învățarea are eficiență sporită, crește capacitatea de aplicare a cunoștințelor.

Promovarea interdisciplinarității în sistemul educațional stimulează dezvoltarea creativității. Realizând o abordare interdisciplinară a conținuturilor matematice se pot înregistra progrese în nivelul de pregătire al elevilor. Abordarea interdisciplinară favorizează aplicarea în practică a cunoștințelor și sistematizarea acestora.

Analiza programelor școlare în învățământul preuniversitar reliefează un număr mare de competențe specifice și activități de învățare ce permit abordarea interdisciplinară, dar cele mai interesante conexiuni se realizează la nivelul conținuturilor. Pentru realizarea unui învățământ formativ, predarea-învățarea interdisciplinară este o condiție de bază.

Această unitate de învățare are ca scop prezentarea noțiunilor teoretice cu exemplificări, referitoare la abordarea interdisciplinară a lecțiilor de matematică ale elevilor din învățământul preuniversitar.



7.2. Competențele unității de învățare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să definească termenii de: interdisciplinaritate, mutidisciplinaritate, transdisciplinaritate și integrare;
- să exemplifice abordări interdisciplinare la matematică în învățământul preuniversitar;
- să exemplifice probleme din matematica de gimnaziu sau de liceu al căror conținut să vizeze cunoștințe ale altor discipline;
- să proiecteze discipline opționale intercurriculare;
- să explice în ce mod utilizarea interdisciplinarității la matematică constituie o premisă a cultivării creativității elevilor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 3 ore.

7.3. Precizări conceptuale

Selecția și organizarea conținuturilor curriculare presupune o reflectare „în mic” a organizării cunoașterii realității pe domenii distincte, dar și pe grupe de norme integrate, corelate și întrepătrunse la nivel de graniță. În acest fel, conținuturile sunt organizate în curriculum sub forma disciplinelor școlare pentru domenii de-sine-stătătoare, pluridisciplinare, interdisciplinare sau pe probleme integrate și de sinteză pe teme generale (E. Joița, 2003, p. 176).

Interdisciplinaritatea se definește prin interacțiunea existentă între două sau mai multe discipline, care poate să meargă de la simpla comunicare de idei până la integrarea conceptelor fundamentale privind epistemologia, terminologia, metodologia, procedeele, datele și orientarea cercetării. (Chelaru, M., Ilade, C., Iurea, C., Mălureanu, F., Ștefănescu, C., Tomșa, R., Tomșa, G., 2005, p.118)

Interdisciplinaritatea este o formă a cooperării între discipline diferite cu privire la o problemă a cărei complexitate nu poate fi surprinsă decât printr-o convergență și o combinație prudentă a mai multor puncte de vedere. (Cucuș, C., 1996, p.77)

Interdisciplinaritatea reprezintă o modalitate de organizare a conținuturilor învățării, cu implicații asupra întregii strategii de proiectare a curriculumului, care conferă o imagine unitară asupra fenomenelor și proceselor studiate în cadrul diferitelor discipline de învățământ și care facilitează contextualitatea și aplicarea cunoștințelor dobândite. (Pălășan, T., Daniel, O., Huțan, E., 2003)

În interdisciplinaritatea la nivelul activităților de predare-învățare sunt căutate teme comune pentru diferite obiecte de studiu, care pot duce la realizarea obiectivelor de învățare de ordin înalt.

Reforma învățământului românesc vizează transformări pe verticală, prin asigurarea continuității între treptele de învățământ și pe orizontală, prin abordarea conținuturilor dintr-o perspectivă intradisciplinară, interdisciplinară și transdisciplinară.

Integrarea conținuturilor presupune stabilirea unor relații strânse, convergente între următoarele elemente: concepte, abilități, valori aparținând disciplinelor școlare distincte (De Landsheere, 1992).

A preda interdisciplinar înseamnă a aborda conținuturile complexe având ca scop formarea unei imagini unitare asupra unei anumite problematice. Reprezintă o modalitate de organizare a conținuturilor învățării, cu implicații asupra întregii strategii de proiectare a curriculumului.

Activitățile interdisciplinare oferă o imagine unitară asupra fenomenelor și proceselor studiate în cadrul diferitelor discipline de învățământ și facilitează contextualizarea și aplicarea cunoștințelor dobândite.

Predarea interdisciplinară contribuie la dezvoltarea intelectuală, emoțională, socială, fizică și estetică a copilului, cultivă încrederea în forțele proprii și stimulează.

Interdisciplinaritatea este o formă a cooperării între discipline diferite cu privire la o problemă a cărei complexitate nu poate fi surprinsă decât printr-o convergență și o combinație prudentă a mai multor puncte de vedere. (Cucuș, C., 2002, p.77-79)

Abordarea interdisciplinară pornește de la ideea că nici o disciplină de învățământ nu reprezintă un domeniu închis, ci se pot stabili legături între discipline. Dacă elevul reușește să coreleze interdisciplinar informațiile dobândite la lecții, atunci se poate spune că activitatea a avut succes.

Predarea interdisciplinară a matematicii stimulează empatia, spiritul de competiție, cultivă capacitatea de a rezolva situații problematice, determină utilizarea cunoștințelor în noi contexte,



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

determină valorificarea aptitudinilor intelectuale ale elevului. Numai în felul acesta ei dobândesc o privire de ansamblu asupra vieții.

Dacă profesorul are o temeinică cultură generală, cunoaște bine metodologia obiectului, dar și a celorlalte obiecte din aria curriculară, dacă elevii sunt conștienți de existența interdisciplinarității, dacă se realizează programe care să includă teme cu caracter interdisciplinar, atunci sunt îndeplinite premisele pentru realizarea unei bune interdisciplinarități.

Organizarea interdisciplinară a curriculumului constă în selectarea unui domeniu din mediul natural și social și gruparea cunoștințelor derivate din diferite discipline științifice în funcție de relevanța lor pentru cunoașterea integrală și acțiunea umană asupra domeniului respectiv. (Manolescu, M. 2004, p.120)

Perspectiva de organizare interdisciplinară a conținuturilor nu implică însă abandonarea noțiunii de disciplină. Dimpotrivă, disciplinele de învățământ, cu metodele și epistemologia lor proprie sunt considerate drept necesare atât pentru o formare intelectuală sistematică, cât și pentru o bună înțelegere a lumii. (Chelaru, M., Ilade, C., Iurea, C., Mălureanu, F., Ștefănescu, C., Tomșa, R., Tomșa, G., 2005, p.118)

Abordarea interdisciplinară pornește de la ideea că nici o disciplină de învățământ nu constituie un domeniu închis, ci se pot stabili legături între discipline în vederea obținerii succesului școlar. Acest model de organizare a curriculumului, asemenea celorlalte modalități de integrare a conținuturilor, prezintă atât avantaje, cât și dezavantaje. În primul rând, conceptele și organizarea conținutului din această perspectivă favorizează transferul de cunoștințe și rezolvarea de probleme noi, iar pe de altă parte, ele permit o vedere mai generală și o de compartimentare a cunoașterii umane.

În practica școlară, se regăsesc **demersuri interdisciplinare** la nivelul corelațiilor minimale, sugerate chiar de planul de învățământ, de programele școlare ale disciplinelor sau ariilor curriculare. (Chelaru, M., Ilade, C., Iurea, C., Mălureanu, F., Ștefănescu, C., Tomșa, R., Tomșa, G., 2005, p.118-119).

Abordarea integrată se realizează din următoarele perspective:

- **interdisciplinară** – prezintă două accepțiuni

1. **perspectiva epistemologică** - conținutul a două sau mai multe discipline de studiu se intersectează pe suprafețe de cunoaștere și de interes comun.

2. **perspectiva pragmatică** – presupune valorificarea unor soluții date de diverse domenii de cunoaștere pentru luarea unor decizii sau proiectarea unor acțiuni.

- **multidisciplinară** – reprezintă o formă mai puțin elaborată a transferurilor disciplinare. Implică rezolvarea unor teme curriculare unice din perspectiva mai multor domenii de cunoaștere. Abordarea multidisciplinară este ilustrată cel mai bine de metoda proiectelor.

- **transdisciplinară** – reprezintă o abordare globală deplină a cunoașterii. Întreg programul de învățare este organizat pe teme. O temă centrală asigură parcurgerea secvențială a programei și integrarea cunoștințelor în jurul acesteia. Organizarea conținuturilor este axată pe demersurile celui care învață (a comunica, a reacționa la stimuli exteriori, a se adapta, a lua decizii).

Conținuturile informaționale sunt valorificate ca surse de creare a experiențelor de învățare și formare care să răspundă nevoilor și intereselor cognitive ale copiilor și nu ca scop în sine.

Transdisciplinaritatea fundamentează învățarea pe realitate, favorizează transferul cunoștințelor în contexte diferite. (Sinov, E., 2004, p. 263-264)



Caracterizează predarea interdisciplinară.

R: Revezi paragraful 7.3.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Să ne reamintim...

- Interdisciplinaritatea este o formă a cooperării între discipline diferite cu privire la o problemă a cărei complexitate nu poate fi surprinsă decât printr-o convergență și o combinație prudentă a mai multor puncte de vedere. (Cucuș, C., 1996, p.77)
- Coordonatele prin care se realizează interdisciplinaritatea sunt legate între ele :
-intra-sistemic, adică prin integrarea sau reluarea pe plan superior a cunoștințelor de aceeași natură, dar însușite în funcție de particularitățile de vârstă ale elevilor;
-inter-sistemic, atunci când se realizează sinteze de cunoștințe din domenii diferite ale cunoașterii.
- Integrarea se realizează prin alipirea, într-un scenariu bine încheiat, a unor conținuturi de învățare – evaluare, aparținând unor domenii diferite, care au un subiect comun și care urmează a fi descoperit în urma parcurgerii acestora și a atingerii obiectivelor propuse.

7.4. Abordarea interdisciplinară la matematică în învățământul preuniversitar. (Vălcan, D., T., 2012)

Matematica nu există izolată față de celelalte științe, deși ea nu este o știință a experimentului, rezultatele ei apar pe cale deductivă.

Neglijarea aspectului practic al matematicii în predarea acestei discipline școlare are consecințe dintre cele mai grave în plan teoretic și practic. Prezentarea matematicii ca un efort intelectual fără finalitate practică, pentru învățarea căreia elevul trebuie să memoreze (mecanic) definiții, proprietăți, teoreme și reguli de deducție, nu este accesibilă, atractivă, nu poate stârni interes și pasiune din partea elevilor. Concepția care consideră aplicabilitatea matematicii în domeniile practicii ca fiind însăși rațiunea de a fi a acestei discipline, permite o bună înțelegere chiar și a laturii sale intrinseci. Dacă avem în vedere în permanență aplicabilitatea matematicii în științele naturii, în tehnică, se câștigă o viziune mai cuprinzătoare asupra conceptelor matematice prezentate la clasă, ceea ce permite o înțelegere multilaterală, și deci mai profundă a lor. Introducerea de noi categorii de numere, de exemplu, trebuie înțeleasă de profesori și elevi ca fiind impusă nu de faptul de a putea face ca o scădere imposibilă să aibe loc (o astfel de prezentare nu poate provoca decât nedumerire în mintea elevilor), ci de faptul că pentru tratarea matematică a unor situații practice mai complexe nu este suficientă folosirea numerelor pozitive.

Conținutul noțional matematic are foarte multe aplicații, în școală, la fizică, chimie, biologie și / sau geografie. Iată câteva dintre acestea:

I. la fizică:

- trasarea graficului mișcării;
- reprezentarea grafică a legilor deformării elastice;
- compunerea și / sau descompunerea forțelor;
- mișcarea pe planul inclinat;
- formarea imaginii în oglinzi și lentile. Reflexia și refracția;
- studiul vitezei și accelerației unui mobil;
- lucrul mecanic;
- dezintegrarea substanțelor radioactive;
- absorbția razelor X;
- descărcarea unui condensator într-o rezistență;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- presiunea atmosferică funcție de altitudine;
- legea răcirii a lui Newton;
- funcții termodinamice relative la gaze perfecte (cea mai importantă fiind entropia).

II. la chimie:

- calcul chimice pe baza formulelor chimice și a ecuațiilor reacțiilor chimice:
 - calcul chimice pe baza formulelor chimice;
 - calcul pe baza ecuațiilor reacțiilor chimice;
 - calcul pe baza concentrației procentuale a soluțiilor;
- legea acțiunii de mase pentru o reacție de echilibru între gaze perfecte;
- studiul electroliților;
- viteza unei reacții.

III. la biologie cel mai elocvent exemplu este următorul:

- logaritmul apare în studiul selecției naturale în lumea speciilor biologice. Să presupunem că avem două tipuri de specii competitive A și B și să notăm u_n raportul dintre numărul de exemplare de tip A și numărul de exemplare de tipul B, după n generații. Se constată că, în anumite condiții, există o constantă k, astfel încât $kn = \ln(u_n/u_0)$.

Constanta k se numește coeficient de preselecție.

IV. la geografie, cunoștințele matematice predate în școală au numeroase aplicații, în special la diferite calcule, cum ar fi:

- calculul distanțelor;
- calculul temperaturii;
- calculul masei corpurilor;
- calculul timpului;
- calculul vitezei;
- calculul debitelor;
- calculul energiei;
- calculul indicatorilor populației;
- alte calcule.

Din exemplele prezentate mai sus, dar și din altele se poate constata că însușirea noțiunilor fundamentale la aceste discipline presupune stăpânirea unui vast aparat matematic ajutător, format din cunoștințe matematice din toate ramurile acesteia:

- simple calcule aritmetice;
- rapoarte și proporții;
- proporții derivate;
- regula de trei-simplă;
- regula de trei compusă;
- ecuații;
- sisteme de ecuații;
- matrici;
- asemănarea triunghiurilor;
- proprietăți fundamentale ale figurilor și corpurilor geometrice;
- elemente de trigonometrie;
- funcții;
- trasarea grafică a funcțiilor;
- logaritmi;
- elemente de combinatorică;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

-calcul diferențial și integral.

La ora actuală nu se poate spune că informatica este o ramură a matematicii. Ca și în cazul altor științe, cu toate că are un contact puternic cu matematica, informatica constituie un domeniu cu un specific propriu. Totuși este foarte interesant de prezentat modul cum s-a ajuns la primul calculator electronic. În primul rând trebuie să precizăm faptul că matematicienii celebri, preocupați de efectuarea unor calcule complexe, mai ales în alte științe ale naturii (fizică, astronomie, economie) sau chiar în scopuri militare, au ajuns să-și pună problema realizării unor dispozitive (mașini) capabile să efectueze în mod conștient diverse calcule. Dintre aceștia amintim pe:

1. **John Napier** - inventatorul logaritmilor, a realizat în 1617 un dispozitiv numit „*zarurile lui Napier*”, dispozitiv care a condus la apariția riglei de calcul;
 2. **Blaise Pascal**, în 1650, a terminat de construit o mașină destinată să efectueze operații de adunare și scădere;
 3. **Gottfried von Leibniz** a conceput în 1671 o mașină capabilă să efectueze înmulțiri;
 4. **Charles Babbage** - profesor de Matematică la Universitatea din Cambridge, a lucrat la crearea unor tabele de calcul utilizate în Astronomie (aprox. în 1820);
 5. **Alan Turing** – matematician englez publică în 1936 o lucrare în care introduce conceptul de mașină universală, care este un concept matematic abstract, introdus cu scopul precizării noțiunii de algoritm;
 6. **John von Neumann**, între 1940 - 1944 a publicat prima descriere a structurii moderne a calculatoarelor digitale;
 7. **John Atanasoff**, profesor la Universitatea Statului Iowa a proiectat, în 1940, un calculator bazat pe algebra booleană.
- Dintre români amintim:
8. **Grigore Moisil**, care între 1950 - 1954 este în fruntea echipei de matematicieni și ingineri care construiește primul calculator românesc;
 9. **Tiberiu Popoviciu** - profesor la Universitatea „Victor Babeș”, înființează la Cluj, în 1957, Institutul de Calcul al Academiei Române.

Așadar, informatica, ca știință, a fost „inventată” de matematicieni. Este firesc atunci ca la baza conceptelor fundamentale de informatică, inclusiv la modul de alcătuire a programelor, să stea noțiuni și operații matematice. Cu toate schimbările produse în dezvoltarea informaticii și anume:

- **trecerea la limbaje de programare de nivel înalt,**
- **apariția instrumentelor și a mediilor de dezvoltare software,**
- **apariția rețelelor de calculatoare și a informaticii distribuite,**

programul informatic a avut întotdeauna la bază proceduri algoritmice dezvoltate, în special, de matematică. În acest sens se precizează că, în alcătuirea programelor, sunt deseori folosite următoarele cunoștințe matematice:

- **număr (întreg, real, complex),**
- **ecuație,**
- **șir,**
- **funcție,**
- **matrice,**
- **determinant,**
- **sistem de ecuații,**
- **vector.**

Predarea acestor noțiuni (și ale altora) la orele de matematică, prin prezentarea aspectelor lor aplicative de informatică, conduce la o bună înțelegere a acestora, dar și a modurilor de alcătuire a programelor ce pot fi rulate pe calculator. Prezentarea noțiunilor matematice din perspectiva aplicabilității lor în informatică, este absolut necesară deoarece **informatica este liantul, puntea de legătură între matematică și orice altă disciplină care a ajuns la o oarecare maturitate care să-i**



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

confere stilului de lucru metode algoritmizate, care apoi, folosind modelări matematice, să poată fi transpuse într-un limbaj de programare și care rulate pe calculator, să conducă la obținerea de rezultate, rezultate care altfel ar fi, poate, mai greu de obținut.

Matematica se regăsește și în cuprinsul altor arii curriculare, cum ar fi tehnologiile dar și artele. Este important pentru elevi să înțeleagă importanța matematicii din spatele tehnicii pe care o folosesc zilnic pentru a învăța să aprecieze necesitatea acestei discipline.

De asemenea, matematica poate fi folosită în cadrul ariei curriculare arte pentru a demonstra că proporțiile operelor de artă nu sunt întâmplătoare, că frumusețea înseamnă număr, că există acea regulă a rapoartelor simple care încântă ființa umană indiferent că lucrarea aparține muzicii sau picturii, sculpturii.

Matematica este deci nu doar regina științelor ci și cea a artelor.



Exemplu de lecție abordată interdisciplinar-clasa a VII-a: Aplicații ale matematicii (Orban, A., 2012)

Între matematică și fizică există o relație remarcabilă, știind că fizica furnizează concepte și relații, iar matematica oferă un limbaj optim de exprimare a acestora. În matematică

rolul cel mai important îl joacă rigurozitatea deducțiilor, iar fizica are sarcina de a schița un tablou

exact al lumii, folosind pentru aceasta deducțiile bazate pe intuiție, care urmează să fie verificate experimental.

Competențe specifice :

- Realizarea transferului cunoștințelor dobândite prin studiul fizicii în domeniul general al științelor și tehnicii.
- Stabilirea unei conexiuni între domeniile fizicii și celelalte discipline de studiu.
- Conștientizarea existenței interdisciplinarității.

Scopul lecției : Recunoașterea și aplicarea noțiunilor geometrice (funcții trigonometrice, asemănarea triunghiurilor) la rezolvarea unor probleme de fizică.

Desfășurarea lecției :

1) Prima problemă este studierea planului înclinat, punând accent pe descompunerea forțelor, cunoscând funcțiile trigonometrice. Se vor neglija frecările dintre corp și planul înclinat, astfel asupra corpului acționează: forța de greutate $\vec{G} = m\vec{g}$ și reacțiunea normală \vec{N} a planului înclinat.

Forța de greutate se descompune după două direcții : una paralelă cu planul înclinat și alta perpendiculară pe el (fig.7.1). Reacțiunea normală N a planului înclinat asupra corpului este egală cu componenta $mg \cos \alpha$ a greutății, cu care corpul apasă asupra planului înclinat. Corpul nu apasă asupra planului înclinat cu toată greutatea sa mg , ci numai cu componenta normală $mg \cos \alpha$, cealaltă componentă $mg \sin \alpha$ fiind paralelă cu planul înclinat, care imprimă corpului o accelerație

$$a = \frac{F}{m} = \frac{mg \sin \alpha}{m} = g \sin \alpha .$$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Problema 1.: Cu ce forță orizontală trebuie apăsat un corp de greutate $G = 10N$ așezat pe un plan înclinat fără frecări de unghi $\alpha = 60^\circ$, pentru ca acest corp să nu alunece ?

Rezolvare : Se desenează planul înclinat, iar pentru o înțelegere mai bună separat se reprezintă forțele care acționează asupra corpului.

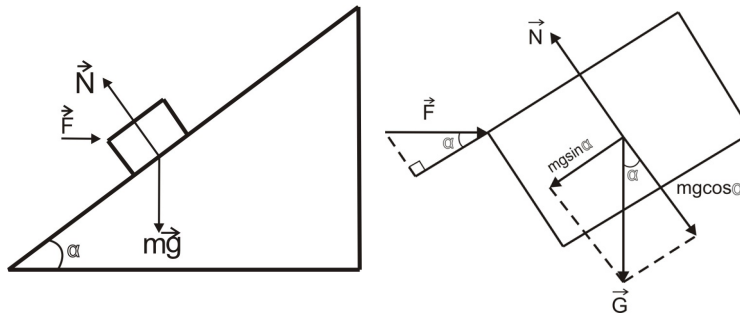


Fig.7.1

În triunghiul forțelor se obține: $\cos \alpha = \frac{mg \sin \alpha}{F} \Rightarrow F = \frac{mg \sin \alpha}{\cos \alpha} = mgtg\alpha$

Deci forța orizontală cu care trebuie apăsat corpul ca să nu alunece are valoarea :

$$F = 10\sqrt{3} = 17,3N .$$

2) A doua problemă este studierea pârghiei, punând accent pe asemănarea triunghiurilor.

Pârghia este un corp rigid, de obicei sub formă de bară care se poate roti în jurul unui punct fix, numit punct de sprijin. Asupra dispozitivului acționează o forță \vec{F} numită forță activă care pune în mișcare pârghia și cu care se urmărește deplasarea altei forțe \vec{R} , numită forță rezistentă, care trebuie învinsă.

Problema 2. : Brațele unei pârghii au lungimile egale cu 30 cm, respectiv 50 cm.

Forțele aplicate la brațul mai scurt forța rezistentă, iar la cel mai lung forța activă, au modulele egale cu 100 N, respectiv 65 N (sunt paralele și au același sens). (fig.7.2) Să se calculeze randamentul pârghiei.

Rezolvare :

$$\begin{aligned} R &= 100 \text{ N} \\ F &= 65 \text{ N} \\ OB &= 30 \text{ cm} \\ OA &= 50 \text{ cm} \end{aligned}$$

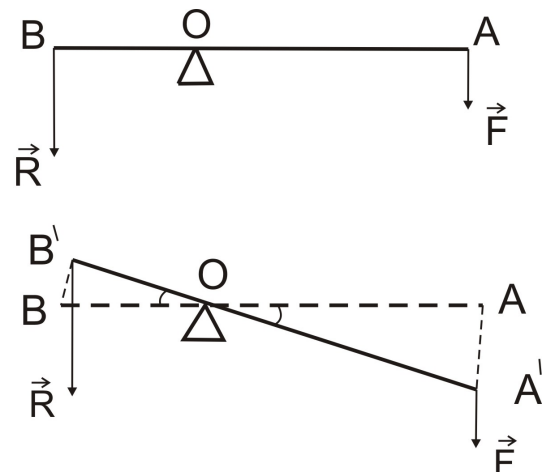


Fig.7.2

Datorită forței active, pârghia se deplasează din poziția inițială obținându-se două



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

triunghiuri asemenea.(fig.7.2): $\Delta OAA' \sim \Delta OBB' \Rightarrow \frac{OB}{OA} = \frac{BB'}{AA'} \Rightarrow \frac{b_R}{b_F} = \frac{d_R}{d_F}$

$OB = b_R = 0,3m$, $OA = b_F = 0,5m$, $BB' = d_R$ - deplasarea forței rezistive ,
 $AA' = d_F$ - deplasarea forței active.

Randamentul pârghiei este : $\eta = \frac{L_u(util)}{L_c(consumat)} = \frac{L_R}{L_F}$

Astfel se obține :

$$\eta = \frac{R \cdot BB'}{F \cdot AA'} = \frac{R}{F} \cdot \frac{d_R}{d_F} = \frac{R}{F} \cdot \frac{b_R}{b_F} \Rightarrow \eta = \frac{100}{65} \cdot \frac{0,3}{0,5} = \frac{300}{325} = 0,92 = 92\%$$

Randamentul este adimensional și subunitar

Problema 3.: Un corp cu greutatea de 200 N este suspendat cu ajutorul unei bare solide articulată la un capăt, de masă neglijabilă, și cu ajutorul unui fir.(fig.7.3)

Să se determine mărimea tensiunii în fir și mărimea forței de compresiune a barei.

Rezolvare :

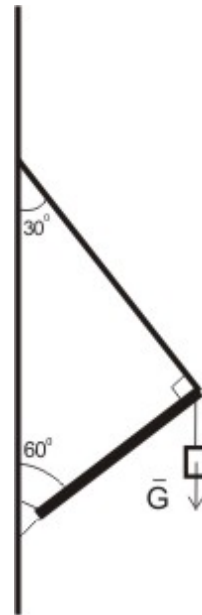
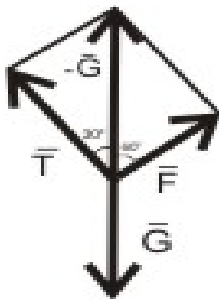


Fig.7.3

Pentru o înțelegere mai bună se figurează forțele care acționează :

\vec{G} - greutatea corpului

\vec{T} - tensiunea în fir

\vec{F} - forța de compresiune a barei

Sistemul se află în echilibru dacă și numai dacă $\vec{T} + \vec{F} = -\vec{G}$,
adică vectorul $-\vec{G}$ a fost descompus după vectorii \vec{T} și \vec{F} .



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

$$\text{Rezultă } \|\vec{T}\| = \|\vec{G}\| \cos 30^\circ = 200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\|\vec{F}\| = \|\vec{G}\| \cos 60^\circ = 200 \cdot \frac{1}{2} = 100 \text{ N.}$$



Exemple de lecție abordată interdisciplinar-clasa a VI-a: Procente: definiție, aflarea raportului procentual, aplicații în diferite domenii

PROIECT DE LECȚIE

Clasa : a VI-a

Disciplina: Matematică-algebră

Titlul lecției: Procente: definiție, aflarea raportului procentual, aplicații în diferite domenii

Tipul lecției: lecție pentru dobândirea de noi cunoștințe

Competențe generale:

1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural, contextual cuprinse în enunțuri matematice
3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete
4. Exprimarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora
5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problemă
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice variate, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Competențe specifice lecției:

1. Identificarea unor situații practice în care se utilizează procente.
2. Exemple de rapoarte egale și alcatuirea de proporții utilizând amplificarea sau simplificarea fracțiilor
3. Analizarea unor situații practice cu ajutorul rapoartelor, procentelor sau proporțiilor.
4. Rezolvarea cu ajutorul rapoartelor a unor situații problemă și interpretarea rezultatelor.

Metode și procedee: conversația euristică, explicația, demonstrația, exercitiul, observația, munca individuală, expunerea;

Resurse: a) materiale: - manual clasa a VI-a

- creta albă, colorată, caiete de notițe, fișa de lucru

b) umane: - clasa omogenă cu cunoștințe ce necesită consolidare

- activități frontale, individuale;

c) timp: 50 min.

SCENARIU DIDACTIC (cu rubrică simplificată)

Secvențele lecției	Comp. spec.	Activități ale lecției Resurse	Timp	Metode	Evaluare
1. Moment		- Verificarea prezenței	1'		



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

organizatoric		<p>elevilor și notarea absențelor în catalog;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Verificare ținutei elevilor și celor necesare desfășurării orei; - Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfășurare a orei; - Asigurarea unei atmosfere adecvate pentru buna desfășurare a orei; 			
2. Captarea atenției		<p>(P)Se prezintă diferite hărți ,se precizează distanța reală între două orașe și se cere măsurarea ei pe hartă. (E)Măsoară distanța între orașele indicate. Fac transformări astfel încât cele două distanțe să fie exprimate prin aceeași unitate de măsură. Observă relația dintre aceste distanțe și scara indicată pe hartă.</p>	4 '	Activitate comună	Observare sistematică
3. Reactualizarea cunoștințelor		<p>Elevii vor răspunde la întrebările:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ce este un raport? - Ce este o proporție? - Care sunt termenii unui raport? 	3 '	Conversația euristică	Analiza răspunsurilor
4. Informarea elevilor asupra lecției noi	1., 2.	<p>(P)Se va studia noțiunea de procent și calculul raportului procentual. Se va defini raportul a două mărimi exprimate prin aceeași unitate de măsură.</p>	1 '	Explicația	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

5. Dirijarea învățării	1.,2.	<p>Procente Se numește raport procentual (procent), un raport de forma $\frac{P}{100}$, ($P \leq Q$, $P \geq 0$). Notăție: $\frac{P}{100} = p\%$. Observație: $p\%$ se citește “ p la sută” sau “ p procente”. Exemple: dobânda la bancă 17%, rezultatele unui sondaj 96% Observație: Dacă avem un raport, cu numitorul divizor/multiplu al lui 100, putem să-l aducem la un raport procentual prin amplificare/ simplificare. Ex: $\frac{1(25)}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$ sau $\frac{180(10)}{1000} = \frac{18}{100} = 18\%$ Observație: un întreg reprezintă 100%. $1 = \frac{100}{100} = 100\%$</p>	10'	Explicația Conversația euristică	Observare sistematică Analiza răspunsurilor
6. Dirijarea învățării	3.,4.	<p>(P)Scara unei hărți: Hărțile sunt însoțite, în general, de o schemă care arată relația dintre distanța pe hartă și distanța reală, din teren. Această relație se numește scara hărții. Scara = $\frac{\text{distanța pe hartă}}{\text{distanța pe teren}}$ Exemplu O hartă a fost executată la scara de $\frac{1}{200\ 000}$. Asta înseamnă că unui cm pe hartă îi corespund, în realitate, 200 000cm= 2km pe teren.</p>		Explicația Conversația euristică	Observare sistematică Analiza răspunsurilor
7. Asigurarea feed-back-ului	1., 2., 3., 4.	Elevii sunt rugați sa rezolve problemele din fișa de lucru care reprezintă aplicații din diferite domenii: geografie, tehnologie, fizică, chimie, agricultură, bănci etc.	20'	Munca independentă Conversația euristică Exercițiul	Aprecieri verbale Analiza răspunsurilor
8. Tema pentru acasă		Manual pag 27, ex. 1 și 2.	2'	Conversația	
9. Aprecieri		(P) Se apreciază elevii ce s-au evidențiat în timpul orei.	2'	Conversația	Aprecieri verbale



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

FIȘĂ DE LUCRU

1) Completați tabelele următoare, știind că datele se referă la: o hartă;

Distanța pe hartă	10 cm	5 cm	4 cm cm
Scara	1:70 000	1:80 000	1:100 000
Distanța pe teren	7 km km	5 km	6 km

2) Este corect desenul alăturat ?

Care este scara?

Plasați, într-un desen corect făcut, o mașină lungă de 4,60 m și lată de 1,60m.

3) Înălțimea vârfului **Mont-Blanc** este de 4 807 m.

Care este înălțimea acestui vârf pe o hartă în relief, făcută la scara de 1: 1 000 000 ?

Care este scara unei hărți în relief în care vârful **Mont- Blanc** are 4,8 cm ?

4) Ce scară puteți alege pentru a putea reprezenta **Soarele și Pământul** pe o foaie de hârtie ?

Care sunt atunci, pe desen, diametrele **Soarelui și Pământului** ?

Date necesare: Distanța **Soare – Pământ**: 150 milioane de km.

Diametrul real al **Soarelui**: 1 400 000 km.

Diametrul real al **Pământului**: 12 700 km.

5) Venitul lunar net (fără impozit) al unei familii este 3000 um (unități monetare), iar cheltuielile lunare sunt:

20% chiria, 15% transportul, 40% hrana, 7% îmbrăcăminte, 11% energia electrică, 7% diverse cheltuieli.

Completați următorul tabel cu sumele aferente și întocmiți o diagramă sub formă de cerc în care să treceți aceste sume.

Utilități	Chirie	Transport	Hrană	Îmbrăcăminte	Energie	Diverse
Cheltuieli în u.m.						

6) Aflați masa unui aliaj care conține 5 kg de argint, știind că metalul prețios reprezintă 40% din masa aliajului.

7) Dacă dobânda anuală este de 7%, ce suma primește clientul pentru un depozit de 700 lei?

TEMĂ PENTRU ACASĂ:

Desenați un plan al camerei voastre și scrieți scara la care ați lucrat. Plasați mobila pe acest plan.



Exemple de rapoarte utilizate în practică

1. Raport procentual:

Un raport de forma $\frac{p}{100}$ se scrie p% și se numește raport procentual. ($p \in \mathbb{Q}, p \geq 0$).

$$\text{Exemplu : } 17\% = \frac{17}{100}$$

2. Scara unei hărți:

Scara unei hărți este raportul dintre distanța pe hartă și distanța pe teren.

Exemplu: Pe o hartă, unui segment ce are lungimea de 1 mm îi corespunde o distanță de teren egală cu 5 km. Deoarece 5 km = 5 000 000 mm,



UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRUFondul Social European
POSDRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

scara hărții este $S = \frac{\text{distanța din desen}}{\text{distanța din teren}} = \frac{1}{5000000}$ sau $S = 1: 5\,000\,000$.

3. Concentrația unei soluții:

Concentrația unei soluții este raportul dintre masa substanței care se dizolvă și masa soluției.

Exemplu: În 190 g de apă se dizolvă 10 g de sare. Concentrația soluției

$$\text{este } C = \frac{\text{masa substanței}}{\text{masa soluției}} = \frac{10}{190 + 10} = 0,05.$$

4. Titlul unui aliaj:

Titlul unui aliaj este raportul dintre masa metalului prețios și masa aliajului.

Exemplu: Un aliaj conține 240 g aur și 940 g cupru. Titlul aliajului este

$$T = \frac{m}{M} = \frac{240}{240 + 940} = 0,2.$$

5. Probabilitatea:

Se numește probabilitatea realizării unui eveniment A raportul dintre numărul cazurilor favorabile realizării evenimentului și numărul cazurilor egal posibile ale experienței.

Exemplu: Într-o cutie sunt 4 bile albe și 3 negre. Ana extrage la întâmplare din cutie o bilă. Care este șansa (probabilitatea) ca bila extrasă să fie neagră?

$$P(A) = \frac{\text{nr.cazurilor favorabile}}{\text{nr.cazurilor egal posibile}} = 3/7.$$



Exemple de aplicare a inegalității mediilor $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab},$

în fizică

Două mobile parcurg același drum, primul cu viteză constantă v , cel de-al doilea parcurgând 2 porțiuni egale cu vitezele v_1, v_2 , a căror medie aritmetică este v . Care mobil parcurge drumul mai repede?

Se notează distanța cu $D=2 \cdot d$, iar timpii de parcurgere cu t_1 (pentru primul mobil) și

$$t_2 \text{ (pentru al doilea mobil), } t_1 = \frac{D}{v} = \frac{2 \cdot d}{v} = d \cdot \frac{4}{v_1 + v_2},$$

$$t_2 = \frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2} = d \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right)$$

Se aplică inegalitatea dintre m_a și m_{arm} pentru v_1 și v_2 : $\frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \leq \frac{v_1 + v_2}{2}$

$$\frac{4}{v_1 + v_2} \leq \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \Rightarrow d \cdot \frac{4}{v_1 + v_2} \leq d \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) \Rightarrow t_1 \leq t_2$$

În concluzie, mobilul care merge cu viteză constantă ajunge la destinație în cel mai



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

scurt timp.



Exemplifică o abordare interdisciplinară a unei lecții la clasa a V-a.

R: Revezi paragraful 7.4. – Exemplele de lecții abordate interdisciplinar.



Să ne reamintim...

Ținând cont de aplicabilitatea directă în practică a chimiei, fizicii, biologiei și matematicii, interdisciplinaritatea între chimie și fizică, chimie și matematică, chimie și biologie, fizică și matematică, chiar economie și matematică se realizează în special în planul conținuturilor, având matematica drept instrument de lucru.

7.5. Probleme de matematică al căror conținut vizează cunoștințe ale altor discipline

Există diferite posibilități de a folosi cunoștințele matematice. Dintre acestea rezolvarea problemelor cu conținut interdisciplinar ocupă un loc central.

Rezolvarea problemelor de către elevi presupune o mare mobilizare a proceselor psihice de cunoaștere, volitive, motivaționale. Este solicitată gândirea, cu toate operațiile ei, sporește flexibilitatea acesteia, se dezvoltă capacitățile creatoare și anticipativ-imaginative. Elevii își formează deprinderi de muncă intelectuală, care vor influența pozitiv și studiul altor discipline. Nu în ultimul rând, se îmbogățește orizontul de cultură generală al elevilor prin folosirea, în textul problemelor, a unor cunoștințe pe care nu le studiază la alte discipline.

Se pot rezolva probleme, abordate interdisciplinar, care să-i determine pe elevi să combine și să recombine cunoștințele însușite.

Este indicat să se sublinieze aplicații ale matematicii în viața curentă (calcul, măsuri, dobaâzi, ecuații, etc.). De exemplu, în clasa a VI-a, elevii încep să studieze despre **rapoarte și proporții**. Această temă presupune multe aplicații practice: noțiunea de procent în exerciții cu conținut economic.

Mărimile direct și invers proporționale sunt întâlnite și ele în situații variate. Astfel, se pot rezolva multe exerciții și probleme care modelează situații cotidiene (probleme de tipul „la cumpărături”, „echipe de muncitori”, de deplasare, de transport).

Elevii au folosit deja hărți la istorie, geografie, au văzut în manualul și atlasul de biologie imagini realizate cu ajutorul microscopului electronic. Se poate defini **scara de realizare a unei hărți** ca fiind raportul dintre unitatea de distanță de pe hartă și distanța corespunzătoare în realitate. Ca aplicații practice, se pot propune: calcularea distanței minime dintre două orașe având la dispoziție o hartă rutieră, citirea și realizarea planului unui apartament.

În clasa a VII-a, rapoartele și proporțiile sunt formate cu lungimi de segmente. Trebuie subliniate aici aplicații ale **teoremei lui Thales** și ale **reciprocei** sale: determinarea înălțimii unui copac, turn (se poate aminti modul în care Thales calcula înălțimea unei piramide folosind un băț); împărțirea unui segment într-un raport număr rațional dat; găsirea lungimii unui segment; demonstrarea paralelismului unor drepte.

Reprezentarea datelor prin grafice (cu bare) și **elementele de organizarea datelor** predate în clasa a VI-a, se continuă în clasa următoare folosind tabele, diagrame și grafice pentru reprezentarea anumitor dependențe funcționale. Elevii au întâlnit deja astfel de reprezentări la alte materii (istorie, geografie, biologie, fizică). Este important ca ei să poată „citi” și realiza grafice, histogramme, diagrame circulare, piramide de populație; să înțeleagă semnificația matematică a acestora; să știe domeniile în care este recomandată folosirea fiecărui tip de reprezentare prezentat. Prin aceste activități, elevii se vor familiariza cu câteva noțiuni introductive de **statistică**.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

De asemenea, noțiunile de calcul vectorial, numerele complexe, calculul ariilor figurilor plane și de rotație în jurul lui Ox , al volumelor corpurilor de rotație, determinarea lungimii arcelor de curbă, a centrelor de greutate ale plăcilor, lucru mecanic, etc., predate în liceu, au mare aplicabilitate în fizică și mecanică. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.17-18)



Exemple de *probleme al căror conținut vizează cunoștințe ale altor discipline*

1. În anul 1862 Parlamentul României a stabilit Bucureștiul drept capitala țării. Cu mulți ani în urmă, într-un hrisov al lui Vlad Țepeș, este prima mențiune documentară a Cetății București. Aflați anul acestei mențiuni, știind că cifra unităților este succesorul dublei cifre sutelor, care este predecesorul cifrei zecilor. Suma celor patru cifre ale anului este 19. (Revista nr.3 a Cercului de Matematică al Șc.Gen.Nr.2, Brașov, 2009-clasa a V-a)

2. Doimea numărului format din primele două cifre ale unui an este cu 13 mai mică decât treimea numărului format din ultimele două cifre ale aceluiași an. Suma celor două numere este 84, iar anul respectiv este anul adoptării primei Constituții a României. Aflați anul respectiv. (Revista nr.3 a Cercului de Matematică al: Șc.Gen. Nr.2, Brașov, 2009-clasa a V-a)

3. Una dintre cele șapte minuni ale lumii antice este Piramida lui Keops (piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de lungime 232 m). Se spune că secretul maiestroasei sale armonii s-ar datora faptului că aria unei fețe laterale este egală cu pătratul înălțimii piramidei.

a) Calculează înălțimea piramidei.

b) Arată că raportul dintre semiperimetrul bazei și înălțime este o aproximare pentru π cu o eroare mai mică decât o sutime. (Radu, D., Radu, E., 2001, p.177-clasa a VIII-a)

4. Populația Pământului crește cu aproximativ 2% pe an. Știind că în anul 2000 aceasta a fost de aproximativ 7 miliarde de locuitori, estimează populația globului în anul 2013.

5. Știind că piramida de la Luvru este o piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de lungime 34 m și înălțimea de 21 m.

a) Calculează volumul piramidei și compară-l cu volumul piramidei lui Keops (piramidă patrulateră regulată cu latura bazei de lungime 232 m și înălțimea de 138m)

b) Află aria totală a plăcilor de sticlă care acoperă piramida de la Luvru. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.15- pentru clasa a VIII-a)

6. Pălăriile chinezești au forma unui con în care înălțimea este egală cu raza cercului de la bază. Află măsura unghiului de la vârful conului. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.15- pentru clasa a VIII-a)

7. Vulcanul Orono din Chile are forma unui con aproape perfect de înălțime 266 m. Știind că măsura unghiului de la vârf este de aproximativ 130° , calculează lungimea razei cercului de bază. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.15- pentru clasa a VIII-a)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

din lungimea razei cercului de bază. Dacă se presupune că un paratrăznet este situat la 30 m de sol, pe o clădire aflată la 24 m distanță de o casă și dacă se consideră că terenul este orizontal, se poate preciza dacă acea casă este situată în totalitate în conul de protecție al paratrăznetului? Ce mai trebuie determinat pentru a putea da un răspuns la problema propusă? (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.15- pentru clasa a VIII-a)

9. Mergând cu mașina, întâlnim la un moment dat un panou de semnalizare rutieră care avertizează că urmează o coborâre periculoasă (panta specificată este de 10%). Determină panta ($m = \operatorname{tg} \alpha$) și măsura unghiului α al pantei. (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.17- pentru clasa a VII-a)

10. Maria depune la bancă suma de 1.000 lei. Ea urmează să primească o dobândă simplă de 5% pe an din suma depusă inițial dacă menține contul 12 luni, fără extrageri.

- Contul Mariei crește sau scade?
- Care este capitalul inițial? Dar procentul lunar al dobânzii?
- Ce sumă va fi în cont după o lună, după două luni, după trei luni? Cum variază contul de la o lună la alta?
- Reprezintă pe o diagramă sumele S_3 și S_4 aflate în cont după trei, respectiv patru luni.
- Cum se mai poate reprezenta evoluția sumei din cont în primul an? (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.88)



Exemplifică o problemă cu caracter interdisciplinar.

R: Revezi exemplele de mai sus.



Să ne reamintim...

Există diferite posibilități de a folosi cunoștințele matematice.

Dintre acestea rezolvarea problemelor cu conținut interdisciplinar ocupă un loc central.

Rezolvarea problemelor de către elevi presupune o mare mobilizare a proceselor psihice de cunoaștere, volitive, motivaționale. Este solicitată gândirea, cu toate operațiile ei, sporește flexibilitatea acesteia, se dezvoltă capacitățile creatoare și anticipativ-imaginative. Elevii își formează deprinderi de muncă intelectuală, care vor influența pozitiv și studiul altor discipline. Nu în ultimul rând, se îmbogățește orizontul de cultură generală al elevilor prin folosirea, în textul problemelor, a unor cunoștințe pe care nu le studiază la alte discipline.

Se pot rezolva probleme, abordate interdisciplinar, care să-i determine pe elevi să combine și să recombine cunoștințele însușite.

Este indicat să se sublinieze aplicații ale matematicii în viața curentă (calcul, măsuri, dobaâzi, ecuații, etc.).

7.6. Discipline opționale intercurriculare

Pentru elaborarea programei de opțional se propune următoarea schemă de proiectare care este în acord cu modelul programelor de trunchi comun pentru clasele a V-a – a VIII-a:

Argument

Competențe specifice / Activități de învățare

1.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- 2.
- 3.

.....

Lista de conținuturi

Modalități de evaluare

Pentru ***Argument*** se va redacta maxim o pagină care motivează cursul propus: nevoi ale elevilor, ale comunității locale, formarea unor competențe de transfer, etc.

Competențe specifice vor fi:

- preluări ale unor obiective din programa națională, în cazul opționalului de aprofundare;
- formulate după modelul celor din programa națională (al materiilor de trunchi comun), dar nu vor fi reluări ale acestora.

Pentru un opțional de o oră pe săptămână se vor defini și urmări 5- 6 competențe specifice pe care elevii trebuie să le realizeze până la sfârșitul anului.

Lista de conținuturi menționează toate informațiile care vor fi cuprinse în cadrul opționalului, ele fiind considerate ca un mijloc de formare intelectuală.

Activitățile de învățare descriu modul în care elevul va dobândi abilitățile vizate prin competențele specifice.

Modalitățile de evaluare precizate vor fi tipuri de probe care se potrivesc opționalului propus (probe scrise, probe orale, probe practice, referat, proiect).

Schema corespunzătoare pentru un ***opțional la liceu***, în acord cu modelul programelor de trunchi comun, este de forma:

Argument

Competențe specifice

Conținuturi

- 1.
- 2.
- 3.

.....

Valori și atitudini

Sugestii metodologice

Competențele și conținuturile presupun o proiectare diferită în funcție de tipul opționalului:

Pentru un ***opțional de aprofundare***, la anumite competențe specifice din programă, se proiectează noi conținuturi care conduc la aprofundarea acestora.

În cazul unui ***opțional de extindere***, pornind de la competențele generale ale disciplinei, se pot deriva noi competențe specifice care vor fi realizate prin operarea cu noi conținuturi, teme, capitole care nu fac parte din programa de trunchi comun.

La realizarea unui ***opțional ca disciplină nouă*** se pot izola teme, capitole, unități de informație cu care operează o disciplină și, pe baza lor, se conturează anumite competențe pe care dorim să le formăm la elevi;

Dacă ***opționalul este ca temă integratoare***, unitățile de conținut vor cuprinde informații din mai multe discipline (domenii), iar competențele vor fi în general competențe de integrare și transfer.

Pentru un opțional de o oră pe săptămână se recomandă să fie definite și urmărite 6-8 competențe specifice.

Sugestiile metodologice includ tipuri de activități de învățare și modalități de evaluare.

Dacă ***opționalul*** este prevăzut ***pentru un nivel de școlaritate sau un ciclu curricular***, este necesar să fie definite și competențe generale din care se deduc competențele specifice pentru



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

fiecare an de studiu. În acest caz, se redactează câte o programă pentru fiecare an, având grijă să apară explicit progresia competențelor de la un an de studiu la altul.

Este recomandabil ca programa de opțional să conțină și **bibliografie**.

În cursul elaborării proiectului de programă pentru opțional se sugerează consultarea următoarei liste de întrebări ajutătoare:

Competențe generale:

se reflectă în competențele specifice?

în cazul aprofundărilor, extinderilor, sunt aceleași ca în programa de trunchi comun?

Competențele specifice sunt:

măsurabile, specifice (nu sunt formulate la modul general, ci sunt adaptate pentru anumite conținuturi)?

în număr corespunzător?

corelate cu tema opționalului?

adevate nivelului de cunoștințe și vârstei elevului?

derivă din obiectivele cadru (dacă acestea sunt formulate)?

unice (nu se repetă sub forme diferite)?

alte decât în programa trunchiului comun?

căror etape ale unui proces de învățare corespund?

Conținuturile sunt:

corelate cu competențele specifice?

alte decât în programa trunchiului comun?

o resursă cuprinzătoare pentru competențele specifice?

organizate articulat, sistemic?

organizate astfel încât să se cumuleze și să permită progresul?

entități esențiale, fără contradicții?

posibil de învățat, adaptate la experiența elevului?

adevate intereselor, nevoilor prezente și viitoare ale elevului?

Activitățile de învățare:

duc la dezvoltarea capacităților propuse?

pot fi derulate efectiv în clasă?

presupun activitatea nemijlocită a elevului?

permit învățarea în cooperare? (Dan, C.- T.,; Chiosa, S., T., 2008, p.91-94)



Exemplu de disciplină opțională – “Diverse aplicații ale matematicii” – clasa a VI-a

ARIA CURRICULARĂ: MATEMATICĂ ȘI ȘTIINȚE

NR. ORE PE SĂPTĂMÂNĂ: 1 ORĂ

CLASA: a VI-a

DURATA: 1 AN

TIPUL DE OPȚIONAL: INTERCURRICULAR

NUMELE CADRULUI DIDACTIC: COMĂNICI ELENA

ARGUMENT

Problema **interdisciplinarității** a preocupat filozofii și pedagogii încă din cele mai vechi timpuri: sofștii greci, Plinius, Comenius și Leibnitz, iar la noi Spiru Haret, Iosif Gabrea, G. Găvănescu și, dintre numeroșii pedagogici ai perioadei contemporane amintim pe G. Văideanu. În



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

opinia acestuia, **intredisciplinaritatea** „implică un anumit grad de integrare între diferitele domenii ale cunoașterii și între diferite abordări, ca și utilizarea unui limbaj comun permițând schimburi de ordin conceptual și metodologic”.

Integrarea **interdisciplinară** (prefixul **inter** înseamnă „între”) reprezintă o formă de cooperare între discipline diferite privind un anumit proces, fenomen a cărui complexitate poate fi explicată, demonstrată, rezolvată numai prin acțiunea convergentă a mai multor puncte de vedere.

Interdisciplinaritatea presupune abordarea conținuturilor complexe având ca scop formarea unei imagini unitare asupra unei anumite problematici. Ea vizează relațiile, în special de metodologie care se stabilesc între discipline diferite, sau mai bine zis transferul metodelor dintr-o disciplină într-alta. De exemplu, cooperarea dintre medicină, fizică nucleară și chimie a condus la apariția unor tratamente aplicate persoanelor bolnave de cancer cum sunt radioterapia și chimioterapia.

Etapa actuală de dezvoltare a unei științe se caracterizează prin legătura și interpătrunderea mereu crescândă a științelor, în special al interdisciplinarității matematicii cu alte discipline ca: fizica, chimia, științele naturii, biologiei, istoriei, limbii române, etc.

Deși interdisciplinaritatea este un principiu care derivă din cercetarea științifică, putem identifica unele modalități de implementare a acesteia și la nivelul curriculum-ului școlar. Acestea se pot realiza atât la nivelul macroeducațional (cel al proiectării și elaborării curriculum-ului: planuri, programe, manuale școlare), cât și la nivelul microeducațional (cel al activităților de predare-învățare-evaluare, desfășurate într-un cadru formal sau nonformal).

Un conținut școlar proiectat, elaborat și utilizat în manieră interdisciplinară corespunde mult mai bine realității prezentate, conducând la o înțelegere cât mai bună și unitară din partea elevilor.

Corelarea cunoștințelor de la diferitele obiecte de învățământ contribuie substanțial la realizarea educației elevilor, la formarea și dezvoltarea flexibilității gândirii, a capacității lor de a aplica cunoștințele în practică; corelarea cunoștințelor fixează și sistematizează mai bine cunoștințele, o disciplină o ajută pe cealaltă să fie mai bine însușită.

Predarea și învățarea unei discipline au dezavantajul că folosesc perceperea secvențială și insulară a realității unice făcând-o artificială. Din acest motiv este necesară realizarea unor conexiuni, între anumite discipline școlare pentru o percepere unitară și coerentă a fenomenologiei existențiale.

Se pot elabora, în echipă, proiecte de lecții, planificări semestriale sau anuale comune a două sau mai multe discipline (biologie – chimie, biologie – fizică, matematică – fizică sau biologie – fizică – chimie etc.).

De exemplu, curriculum-ul de **Științe** oferă un punct de plecare în predarea integrată a disciplinelor din aria curriculară **Matematică și științe ale naturii**. Interdisciplinaritatea este transferul de concepte și metodologie dintr-o disciplină în alta.

Avantajele **interdisciplinarității** sunt multiple:

- Permit elevului să acumuleze informații despre obiecte, procese, fenomene care vor fi aprofundate în anii următori ai școlarității;
- Clarifică mai bine o temă făcând apel la mai multe discipline;
- Creează ocazii de a corela limbajele disciplinelor școlare;
- Permite aplicare cunoștințelor în diferite domenii;
- Constituie o abordare economică din punct de vedere al raportului dintre cantitatea de cunoștințe și volumul de învățare.

Predarea interdisciplinară pune accentul simultan pe aspectele multiple ale dezvoltării elevului: intelectuală, emoțională, socială, fizică și estetică.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Interdisciplinaritatea asigură formarea sistematică și progresivă a unei culturi comunicative necesare elevului în învățare, pentru interrelaționarea cu semenii, pentru parcurgerea cu succes a treptelor următoare în învățare, pentru învățarea permanentă.

COMPETENȚE SPECIFICE

1. Analizarea conținutului exercițiului sau al problemei.
2. Investigarea valorii de adevăr a unei afirmații cu ajutorul exemplelor și a contraexemplilor.
3. Enunțarea a cât mai multe consecințe posibile care decurg dintr-un set de ipoteze date.
4. Recunoașterea utilității matematicii și aplicațiilor unor rezultate matematice în diferite discipline complementare matematicii.
5. Rezolvarea de probleme practice din viața de toate zilele, aplicând cunoștințele din matematică.
6. Identificarea în exemple a unor aspecte din matematică distractivă, recreativă sau practică.
- 7.

ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE

1. Identificarea unor consecințe posibile ce rezultă din ipoteză.
2. Întrebări referitoare la ce s-ar întâmpla dacă s-ar modifica datele problemei.
3. Exerciții de verificare a unor afirmații pe cazuri particulare.
4. Construirea unor exemple și contraexemple.
5. Formularea de enunțuri generale pornind de la un enunț sau de la mai multe de același tip.
6. Verificarea valabilității enunțurilor formulate.
7. Gândirea și elaborarea unei argumentații în sprijinul afirmațiilor generale formulate.
8. Folosirea estimărilor, a măsurătorilor, a comparațiilor.
9. Folosirea instrumentelor geometrice în construcții geometrice.
10. Conceperea unor probleme tip rebus matematic.
11. Informații asupra vieții și activității unor matematicieni celebri.
12. Confectionarea unor materiale didactice, planșe, figuri geometrice, corpuri geometrice.

PLANIFICAREA ANUALĂ LA DISCIPLINA “DIVERSE APLICAȚII ALE MATEMATICII”

Nr. crt	Conținutul	Nr ore	Perioada /Săptămâna
1.	Pătrat perfect. Cub perfect	2	1,2
2	Aritmetica în gospodărie.	1	3
3	Aritmetica în jurul casei	1	4
4	Aritmetica în agricultură	1	5
5	Aritmetica în afaceri	1	6
6	Numere amiabile	2	7,8
7	Matematica distractivă	2	9,10
8	Construcții aleatoare de figuri geometrice prin desen și decupare	1	11
9	Calcul de perimetre sau arii pe bază de măsurători practice	1	12
10	Patrulater. Construcții cu rigla și compasul și rezolvarea unor probleme pe bază de construcții prin măsurători	2	13,14
11	Rebus matematic	1	15



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

UNIUNEA EUROPEANĂ

GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013

Instrumente Structurale
2007 - 2013

OIPOSDRU

12	Matematicieni celebri	1	16
13	Noțiuni din teoria probabilităților	1	17
14	Realizarea unor statistici cu ajutorul procentelor sau a metodelor grafice	1	18
15	Realizarea unor statistici cu ajutorul procentelor sau a metodelor grafice	1	19
16	Matematica- limbaj universal	2	20,21
17	Metode de rezolvare a problemelor (regula de 3 compusă)	2	22,23
18	Proiecte...Proiecte	2	24,25
19	Construcția centrului cercului circumscris unui triunghi	1	26
20	Construcția centrului cercului înscris unui triunghi	1	27
21	Suma măsurilor unghiurilor într-un poligon	1	28
22	Construcții de figuri simetrice	1	29
23	Corpuri simetrice. Identificarea pe bază de axă de simetrie	1	30
24	Împărțirea unui cerc în 3, 4, 6 arce congruente	1	31
25	Cum se desenează figurile asemenea	1	32
26	Rebus matematic	2	33,34
27	Tangram	1	35

Bibliografie

- Dan Brânzei, Dumitru Goleșteanu, "Matematica în concursurile școlare", Editura Paralela 45, 2004;
- Comănici Elena, "Aplicații ale matematicii. Abordări interdisciplinare", articol publicat pe didactic.ro, 2010;
- Crețu Virginia, "Direcții de colaborare interdisciplinară în învățământul gimnazial", Revista de Pedagogie nr. 5, 1980;
- Ion Dăncilă, "Construcții cu rigla și compasul", Editura SIGMA, 1999;
- Martin Gardner, "Alte amuzamente matematice", Editura Științifică, București 1970;
- Valentin Rădulescu, "Revanșa minții", Editura Militară, București, 1974;
- www.mateinfo.ro;
- Wikipedia.



Exemplu de opțional integrat – "Interferențe științifice" – clasele a VIII-a

ARIA CURRICULARĂ: MATEMATICĂ ȘI ȘTIINȚE

NR. ORE PE SĂPTĂMÂNĂ: 1 ORĂ

CLASELE: a VIII-a

DURATA: 1 AN

NUMELE CADRULUI DIDACTIC: TĂNĂSESCU CARMEN

OPTIONAL INTEGRAT MATEMATICĂ-FIZICĂ

ALGORITM DE ARGUMENTARE

PAȘI DE PARCURS	COMENTARI	COMPETENȚE SPECIFICE	CONȚINUTURI
Compararea curriculum matematică și fizică. Analiza SWOT.	Apar discrepanțe între conținuturi,	Identificarea necorelărilor	Reintroducerea noțiunilor cu argument



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	fizica nu dispune de argumentul matematic la momentul introducerii noțiunilor		științific
Cestionar aplicat elevilor :Argumentați matematic următoarele legi din fizică.... Problematizati fenomenul...	Nu exista transfer de cunoștințe 10% elevi chestionați au reușit transferul	Transferul informației	Probleme comparate
Motivarea învățării comparate	Obiectivele de referință sunt de ansamblu, se regasesc în ambele științe, din cauza lipsei de interferență esența științifică se pierde	Identificarea elementelor comune celor două științe	Experimentul: observare, interpretare, argumentare științifică
Problematizarea- Sistemul modern, aplicat de gândire	Cercetarea științifică e necesar să devină o activitate de învățare	Modelarea prin abstractizare	Harta conceptuală

NUCLEUL PROGRAMEI

Competențe specifice	Conținuturi
----------------------	-------------



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Identificarea necorelărilor Transferul informației Identificarea elementelor comune celor două științe Modelarea prin abstractizare	Reintroducerea noțiunilor cu argument științific Probleme comparate Experimentul: observare, interpretare, argumentare științifică Harta conceptuală CONTINUTURILE GENERALE VOR LUA O FORMA APLICATA IN OPTIONALUL INTEGRAT
--	--

CUPRINS

1. Argument
2. Obiective de referință și exemple de activități de învățare
 - 2.1. Dezvoltarea interesului și a motivației pentru studiul și aplicarea matematicii în contexte variate
 - 2.2. Dezvoltarea capacităților de explorare și investigare a situațiilor-problemă din alte domenii de activitate. Formarea capacității de a modela matematic fenomene reale
 - 2.3. Realizarea unor activități interdisciplinare
 - 2.4. Dezvoltarea capacității de sinteză și a creativității
 - 2.5. Consolidarea însușirii unor noțiuni matematice și a proprietăților acestora.
3. Conținuturi
4. Modalități de evaluare

1. ARGUMENT

Matematica este un domeniu de interferență, ar trebui să fie liantul dintre științe. Argumentele științifice sunt fundamentate prin adevăruri matematice.

Macroconceptele se regăsesc în hărțile conceptuale ale matematicii și fizicii ca instrumente cheie.

Conținuturile acestui curriculum școlar sunt astfel elaborate încât să se realizeze două obiective majore:

- a) motivarea învățării matematicii prin ilustrarea largii palete de aplicații ale acesteia în variate domenii ;
- b) sintetizarea și completarea cunoștințelor acumulate de elevi în gimnaziu.

Opționalul integrat a fost propus de profesorii de matematică și de fizică.

2. COMPETENȚE SPECIFICE ȘI EXEMPLE DE ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE ȘI EVALUARE

1.

Conștientizarea interferenței informației

Competențe specifice

Exemple de activități de învățare



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- 1.1 Să înțeleagă motivația învățării matematice, din perspectiva interferenței cu alte științe
 - rezolvarea unor subiecte date la examen
 - înțelegerea utilității matematicii în probleme derivate din experimente
- 1.2 Să recunoască din mediul înconjurător fenomene care au interpretare argumentată prin instrumente matematice
 - prezentarea unor fenomene fizice, chimice, sociale, economice, care pot fi modelate matematic: mișcarea unui corp, structura materiei, sondaje de opinie, grafice
- 1.3 Să poată să conceapă modelul matematic al unui fenomen
 - alcătuirea unor tabele statistice
 - prelucrarea numerică a datelor din mai multe puncte de vedere

2. Aprofundarea unor noțiuni matematice și a proprietăților acestora

Competențe specifice

Exemple de activități de învățare

- 2.1 Să sintetizeze proprietățile numerelor reale și ale operațiilor cu acestea
 - probleme de sinteză cu numere reale
 - exerciții cu parte întreagă și parte fracționară
 - exerciții cu proprietățile modulului
 - exerciții de divizibilitate
 - probleme aplicate în fizică {mecanica}
- 2.2 Să fie capabil să efectueze calcule literale
 - operații cu polinoame
 - aplicații la descompunerea în factori
 - formule de calcul prescurtat: $a^n \pm b^n$
 - aplicarea în fizică a formulelor de calcul prescurtat
- 2.3 Să-și însușească metodele de rezolvare a ecuațiilor și sistemelor și să le aplice în rezolvarea unor probleme
 - rezolvări de ecuații de gr. I, II, interpretarea fizică
 - rezolvarea sistemelor cu două ecuații
 - rezolvarea problemelor practice
- 2.4 Să rezolve inecuații de tip compus și să poată demonstra unele inegalități cunoscute
 - rezolvări de inecuații reductibile la gr. I
 - inecuații cu modul, interpretare fizică
 - inegalitățile mediilor
 - inegalități geometrice, interpretare fizică
- 2.5 Să-și însușească proprietăți ale funcțiilor pe care să le utilizeze corect
 - exerciții referitoare la monotonia funcției
 - reprezentări grafice comparative
 - graficul în fizică
- 2.6 Să cunoască proprietățile și teoremele referitoare la figurile învățate și să le
 - demonstrarea teoremelor facultative: Menelaus, Ceva etc.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

integreze în sistemul de informații

- demonstrarea proprietăților patruleterelor înscritibile / circumscriptibile
- probleme de sinteză ,de fizica aplicată

2.7 Să sintetizeze cunoștințele despre corpurile învățate și să rezolve probleme

- probleme complexe care pun în valoare cunoștințele și vederea în spațiu ale elevului
- problema de echilibru ,argumentare pentru notiunea de vector

3. Dezvoltarea capacităților de explorare și investigare a situațiilor - problemă din alte domenii de activitate. Formarea capacității de a modela matematic fenomene reale
Competențe specifice **Exemple de activități de învățare**

3.1 Să recunoască datele de intrare și pe cele de ieșire

- delimitarea ipotezei și concluziei, dintr-o teoremă, problemă

3.2 Să investigheze problema dată și să găsească, prin încercări, calea de rezolvare

- clasificarea metodelor de rezolvare ale aceleiași probleme în funcție de simplitatea, claritatea și durata redactării

3.3 Să-și însușească trăsăturile unui model. Să știe să facă apel la conceptele și metodele matematice, care sunt necesare pentru modelarea matematică a unui fenomen

- sesizarea unor fenomene fizice, chimice, biologice, sociale, care pot fi modelate matematic
- alcătuirea unor planuri pentru studierea unor fenomene

4. Dezvoltarea capacității de sinteză și a creativității

Competențe specifice

Exemple de activități de învățare

4.1 Realizarea unor hărți conceptuale comparative, matematică-fizică.

- să întocmească sinteze de capitole sub forma unor rezumate, tabele, scheme
- să rezolve probleme de sinteză
- harta conceptuală ca activitate de învățare

4.2 Să creeze probleme după modelul celor studiate

- exemple de probleme originale
- argumentarea matematica a fenomenului

fizic-referat științific

4.3 Să creeze alte tipuri de probleme, originale

- efectuarea schimbului de probleme între elevi

4.4 Să-și pună în evidență creativitatea

- realizarea unor concursuri si comunicari stiintifice

3. CONȚINUTURI



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Conținuturi	Nr.ore
Mulțimi de numere.Sisteme de puncte materiale	3
Figuri geometrice.	2
Calcul vectorial.Geometrie comparată	2
Arii.	2
Cercul	2
Mișcări .Traiectorie.	3
Polinoame și fracții algebrice	2
Ecuatii și sisteme; probleme	2
Ecuatii de mișcare.	2
Corpuri geometrice.Volume.Densitate.	3
Inecuații. Inegalități	2
Legi fizice -interpretare	2
Funcții.Calculul erorilor	3
Harta conceptuală.Problematizarea informațiilor.	4
Comunicări științifice	1

4. MODALITĂȚI DE EVALUARE

- orală : clasică, susținere referat, argumentare cercetare științifică
- practică : experiment problematizat, argumentare calculul erorilor.
- scrisă :testari, referate, harta conceptuală

Se va urmări :

- nivelul cunoștințelor de care dispune elevul
- conexiunile logice pe care este capabil să le facă
- originalitatea materialelor elaborate / prezentate
- gradul de participare la dezbateri



Proiectează o disciplină opțională intercurriculară la clasa a VIII-a.

R: Revezi exemplele prezentate în paragraful 7.6.



Să ne reamintim...

Pentru elaborarea programei de opțional se propune următoarea schemă de proiectare care este în acord cu modelul programelor de trunchi comun pentru clasele a V-a – a VIII-a:

Argument

Competențe specifice / Activități de învățare

- 1.
- 2.
- 3.

.....

Lista de conținuturi

Modalități de evaluare



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

7.7. Utilizarea interdisciplinarității la matematică – premisă a cultivării creativității elevilor

Școala are responsabilitatea de a acționa pentru stimularea potențialului creativ al elevilor astfel: să identifice potențialului creativ al acestora; să creeze premisele unei activități creatoare, libere și conștiente; să dezvolte posibilitățile individuale de comunicare; să dinamizeze potențialul creativ individual, în sensul valorificării talentelor și a cultivării unor atitudini creative. (<http://www.scribde.com/știința/matematica/Metode-de-dezvoltare-a-creativ53367.php>).

Deși este o știință exactă, matematica contribuie la cultivarea creativității elevilor.

Corelațiile interdisciplinare realizate motivează și condiționează caracterul sistemic al activităților instructiv-educative. Ele **cultivă aptitudini creative**, favorizează înțelegerea, nu doar memorarea pasivă, dezvoltă capacitatea de a căuta, cultivă încrederea în forțele proprii, stimulează empatia, dezvoltă capacitatea de a rezolva situații problematice. De asemenea, favorizează identificarea unicității elevului, valorificarea celor mai bune posibilități în raport cu propriile aptitudini intelectuale, iar elevii dobândesc o privire de ansamblu asupra vieții și universului.

Gândirea creativă poate fi influențată prin diferite modalități: compunerea de exerciții și probleme, rezolvarea problemelor prin mai multe metode, utilizarea unor metode interactive de grup, căutarea unor soluții dincolo de cunoștințele însușite, realizarea unor generalizări matematice, **crearea unor conexiuni între noțiunile și informațiile învățate în diferite discipline**, etc.

Brainstormingul este o metodă ce presupune participarea elevilor la o activitate a cărei trăsătură generală este formularea a cât mai multor idei. Elevii trebuie să-și expună liber opiniile, indiferent dacă acestea sunt sau nu realiste, dacă conduc sau nu la rezolvarea problemei. Această metodă permite participarea unui număr mare de elevi, dezvoltă relațiile interpersonale, **stimulează empatia, emulația, creativitatea**.



Exemplu: La întrebarea **Cum crezi că ar arăta lumea formată numai din figuri geometrice?** vom fi surprinși de varietatea răspunsurilor și de gradul lor de originalitate. O altă sarcină ce va declanșa o adevărată furtună este să li se ceară elevilor să realizeze portretul micului matematician.

Cum ar fi o lume fără matematică? e o altă întrebare –problemă la care elevii vor răspunde cu mult entuziasm și vor dovedi multă imaginație



Exemplifică o întrebare care să stimuleze creativitatea elevilor.

R: Revezi exemplele de mai sus.

Activitățile în grup sunt foarte apreciate de elevi.



Exemplu:(clasa a-V-a) Se constituie 4 grupe: geografii, istoricii, literații, biologii. Fiecare grupă primește câte o fișă cu sarcini de lucru, astfel:

Grupa 1: Geografii

Alin și Mihai pleacă în excursie urmând traseul Brașov-București-Constanța. Alin pleacă cu trenul, iar Mihai cu autocarul. Folosind tabelul de distanțe, calculează:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Câți kilometri a parcurs Alin cu trenul;
- Câți kilometri a parcurs de Mihai cu autocarul ;
- Desenează pe hartă traseul parcurs de cei doi baieti.

Grupa 2: Istoricii

Ștefan cel Mare a domnit în Moldova între anii 1457-1504, iar Mircea cel Bătrân în Țara Românească între anii 1386 -1418.

- Câți ani a domnit fiecare ?
- Cu câți ani a domnit mai mult Ștefan cel Mare decât Mircea cel Bătrân ?
- Lipește pe hartă fotografiile celor doi domnitori în locul unde au domnit .

Grupa 3: Literații

Folosind tabelul, calculează :

- În ce an s-a născut Mihai Eminescu ?
- În ce an s-a născut Ion Creangă?
- Dacă Mihai Eminescu și Ion Creangă au decedat în același an, folosind datele descoperite anterior , aflați câți ani a trăit fiecare.

Grupa 4 : Biologii

Calculând sumele și diferențele , vei afla :

- Câte insecte poate înghiți o broască în 24 de ore ?
 $458\ 028 - 457\ 728 =$
- Cît cântărește cea mai mare broască din lume ;
 $865\ 738 - 165\ 734 =$
- Broasca se înmulțește prin ouă. Află câte ouă poate depune o broască.
 $a - 6\ 748 = 5\ 474$



Să ne reamintim...

Corelațiile interdisciplinare cultivă la elevi aptitudini creative, favorizează înțelegerea, nu doar memorarea pasivă, dezvoltă capacitatea de a căuta, cultivă încrederea în forțele proprii, stimulează empatia, dezvoltă capacitatea de a rezolva situații problematice.

Gândirea creativă poate fi influențată prin diferite modalități : compunerea de exerciții și probleme, rezolvarea problemelor prin mai multe metode, utilizarea unor metode interactive de grup, căutarea unor soluții dincolo de cunoștințele însușite, realizarea unor generalizări matematice, **crearea unor conexiuni între noțiunile și informațiile învățate în diferite discipline**, etc.



7.8. Rezumat

În această unitate de învățare se detaliază modalitățile de realizare a caracterului interdisciplinar al lecțiilor de matematică din învățământul preuniversitar.

Se prezintă conceptele: interdisciplinaritate, mutidisciplinaritate, transdisciplinaritate și integrare.

Se expun îndrumări teoretice și practice pentru abordarea interdisciplinară la matematică în învățământul preuniversitar.

Se analizează și se exemplifică probleme de matematică cu conținut interdisciplinar.

Se propune o schemă de proiectare pentru elaborarea programei de opțional și se exemplifică o programă de opțional intercurricular.

În final se explică de ce utilizarea interdisciplinarității la matematică este o premisă a cultivării creativității elevilor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



7.9. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Definește termenii: interdisciplinaritate, mutidisciplinaritate, transdisciplinaritate și integrare.
2. Formulează un exemplu de abordare interdisciplinară la matematică în învățământul preuniversitar.
3. Prezintă o problemă de matematică cu conținut interdisciplinar.
4. Exemplifică o programă de opțional intercurricular.



7.10. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi paragraful 7.3.
2. Revedi paragraful 7.4.- Exemple.
3. Revedi exemplele din paragraful 7.5.
4. Revedi exemplul din paragraful 7.6.

Unitatea de învățare 8. Succesul și insuccesul școlar. Activitatea suplimentară la matematică

Cuprins

8.1. Introducere.....	295
8.2. Competențe.....	295
8.3. Delimitări coceptuale.....	296
8.4. Insuccesul școlar.....	297
8.4.1. Factorii insuccesului școlar.....	297
8.4.2. Prevenirea/înlăturarea insuccesului școlar.....	299
8.5. Activitatea suplimentară la matematică.....	307



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

8.5.1. Activitatea ajutătoare și recuperatoare.....	307
8.5.2. Performanța în matematică. Cercurile de matematică. Concursurile școlare.....	308
8.5.3. Bibliografia suplimentară	318
8.6. Rezumat	320
8.7. Test de autoevaluare	320
8.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	320



8.1. Introducere

Educația națională, realizată în primul rând prin sistemul de învățământ, este una din principalele pârgii ale dezvoltării societății românești. Sistemul actual de învățământ din țara noastră este rezultatul valorificării creatoare a tradițiilor valoroase ce s-au cristalizat de-a lungul unei îndelungate evoluții istorice.

În cadrul procesului de învățământ un aspect important este eficiența acestuia, care îmbracă forma succesului sau insuccesului școlar.

Din punct de vedere pedagogic, important este de a preveni și preîntâmpina insuccesul școlar și nu de a-l consemna și analiza după ce el a devenit o stare reală.

Eșecurile școlare se produc foarte inegal pe clase și chiar pe cicluri de învățământ. Experiența arată că eșecurile înregistrate duc, uneori, la o suită de eșecuri viitoare în timp ce abordarea cu succes a unei trepte de învățământ îi mobilizează pe elevi, le însuflă încredere în forțele lor.

Această unitate de învățare are ca scop familiarizarea cu problemele specifice ale succesului și insuccesului școlar.



8.2. Competențele unității de învățare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să definească conceptele de succes și insucces școlar;
- să enumere factorii insuccesului școlar și metodele de prevenire a acestuia;
- să caracterizeze performanța în matematică;
- să expună metodologia organizării unui cerc de matematică;
- să prezinte informații referitoare la concursurile școlare la matematică;
- să exemplifice bibliografia suplimentară cu conținut matematic.



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 2 ore.

8.3. Delimitări conceptuale

În literatură ca și în vorbirea curentă, frecvent sunt utilizate expresii precum randamentul școlar, succesul și eșecul ca forme de reușită sau de nereușită în activitate, în acțiunile întreprinse.

Randamentul școlar exprimă nivelul, performanțele și eficiența procesului de predare-învățare la un moment dat și la sfârșitul perioadei de școlarizare a unui ciclu, grad, profil sau formă de învățământ, fiind evidențiat de estimarea raportului dintre rezultatul didactic ideal (și necesar) proiectat în documentele școlare și rezultatul didactic obținut. (Bontaș, 1996, p. 211)

Succesul școlar reprezintă alternativa pozitivă, favorabilă, optimă a randamentului școlar, denumită și reușită școlară. (Bontaș, 1996, p. 212)

Insuccesul școlar reprezintă alternativa negativă, nefavorabilă a randamentului școlar, fiind denumită și nereușită școlară sau eșec școlar. (Bontaș, 1996, p. 212)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Succesul (insuccesul) școlar exprimă gradul de adecvare dintre nivelul dezvoltării psihofizice a elevului și solicitările obiective ce i se adresează în procesul de învățământ. Detaliind, **succesul școlar** va desemna concordanța ce se stabilește între solicitări și nivelul dezvoltării psihofizice a elevului, iar **insuccesul** este un indice al discordanței dintre cei doi poli. (Nicola, I., 1996, p. 412)

Succesul școlar reprezintă randamentul superior în activitatea școlară în raport cu programa școlară și cu finalitățile învățământului. (Popescu, V., V., 1991).

Succesul școlar se definește prin formarea la elevi, în concordanță cu cerințele programelor școlare, a structurilor cognitive (sisteme de cunoștințe), operaționale (priceperi, capacități, abilități), psihomotrice (deprinderi), afectiv-motivaționale și socio-morale (atitudini, trăsături de voință și caracter).

Succesul școlar trebuie analizat din perspectiva obținerii de către elevi a unui randament școlar superior, care să le permită în viitor integrarea socio-profesională și realizarea unei personalități productive, receptive față de schimbări, inteligente, creative, capabile să ia decizii și să se adapteze rapid la situații noi.

Succesul școlar poate fi considerat, o expresie a concordanței între capacitățile și interesele elevului, pe de o parte și exigențele școlare, formulate și prezentate elevului, pe de altă parte.

Succesul școlar ca reușită școlară, nu presupune doar obținerea unor calificative superioare la învățătură, ci și integrarea în grupul școlar, asimilarea unor valori sociale corespunzătoare vârstei. (Dicționar de pedagogie, 1979, p.394)

Performanța este rezultatul care este obținut de elev în urma unei activități de învățare este vorba de un rezultat constatabil, uneori chiar măsurabil. La rândul ei, performanța atestă existența unei competențe câștigate, în fapt ea reprezintă modalitatea de a proba realizarea obiectivului proiectat. Așadar, performanța, în acest sens, nu este un scop în sine, ci un indicator al progresului elevului. (Mircea, Șt., 2006, p. 269)

Performanța este o realizare de excepție, care depășește nivelul atins în mod obișnuit. (Mircea, Șt., 2006, p. 269)

Performanța este măsura în care un individ rezolvă cu succes o problemă sau o sarcină; gradul însușirii anumitor conținuturi, priceperi, deprinderi, cunoștințe, atitudini. (Schaub, H., Zenke, K., G., 2001, p. 219)

În lucrarea de față conceptul de **performanță** are, semnificația de rezultat școlar, gradul realizării obiectivelor educaționale propuse.

Evaluarea performanțelor elevilor este o evaluare centrată pe proces și presupune dezvoltarea abilităților de a aplica în practică ceea ce s-a învățat.

Insuccesul școlar indică rămânerea în urmă la învățătură, neîmplinirea cerințelor obligatorii din procesul instructiv-educativ, este discrepanța dintre exigențe, posibilități și rezultate (Popescu, V., V., 1991, p.24).

Insuccesul școlar se definește prin rămânerea în urmă la învățătură a unor elevi, care nu reușesc să obțină un randament școlar la nivelul cerințelor programelor și ale manualelor școlare. El este premisa inadaptării la mediul socio-profesional, la nivelul cerințelor acestuia. Dacă succesul exprimă o potrivire, insuccesul și rămânerea în urmă la învățătură sunt simptomele unei discordanțe dintre posibilitățile elevului și exigențele impuse de școală.



Definește conceptele de: succes și insucces școlar.

R: Revezi paragraful 8.3.

8.4. Insuccesul școlar

Cercetările de specialitate fac deosebire între **tipurile de insuccese**, cum ar fi:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

1. **insuccesul generalizat** – dat de dificultățile de adaptare, de incapacitatea de a nu face față baremelor minime stabilite – sau limitat – redus ca sferă, ca deficiență doar la unele materii;

2. **insuccesul școlar de tip cognitiv**, care reflectă nerealizarea obiectivelor învățării, manifestat prin luarea unor examene la limită sau nepromovarea acestora – sau **de tip necognitiv**, ca inadaptare la exigențele școlare;

3. **insuccesul episodic –de scurtă durată, limitat în timp –și de lungă durată-** cu lacune acumulate în timp, în semestre sau ani de școală. (Sălăvăstru, D. , 2004)

Insuccesul ca fenomen psihologic parcurge următoarele **etape**:

a)faza premergătoare- specifică apariției primelor probleme, a primelor goluri în învățare: încetinirea ritmului; simptome de nemulțumire, lipsa interesului și a dorinței de învățare. Fenomenul poate fi recuperat sau adâncit, în raport cu descoperirea lui și efortul depus pentru depășire;

b)faza de retrapaj- cu goluri mari în acumulare, evitarea sarcinilor școlare și aversiune față de învățare; perturbarea orelor școlare, chiulul, obținerea notelor proaste – fenomen care determină factorii de conducere să rezolve cazul atât oficial cât și interpersonal;

c)faza eșecului școlar formal – pus în evidență de repetenție, abandon școlar cu efecte negative în dezvoltarea elevului, a personalității și integrării acestuia.(Popescu, V.,V. ,1991)

8.4.1. Factorii insuccesului școlar

Analiza insuccesului școlar și identificarea formelor acestuia reclamă cu necesitate aflarea cauzelor, a factorilor săi determinanți. Cercetările de specialitate susțin că există trei tipuri de factori ai insucceselor școlare: care țin de subiect, de elev; care țin de școală, de organizație și de condițiile pedagogice ale învățării; care țin de familie, de mediul de ambianță, de mediul socio-cultural general (Sălăvăstru, D., 2004).

a) Factorii individuali ai insuccesului țin de subiect și pot fi cauzați de existența unor probleme de sănătate: boli organice, deficiențe fizice, senzoriale, ori de factori psihologici individuali , fie de natură endogenă sau exogenă; a unor determinări anatomo-fiziologice – malformații, deficiențe senzoriale (hipoacuzia, ambliopia, dislexia etc.); de factori individuali de natură endogenă –deficiență mentală (un IQ redus), autism infantil, hiperexcitabilitate etc.

Deficiența mentală, unul dintre factorii importanți ai insucceselor școlare, exprimă diminuarea funcțiilor cognitive ale subiectului în diferite grade.

Hiperexcitabilitatea/irascibilitatea se manifestă în forma unor crize impulsive, ca reacții de abandon și necooperare de orice fel. Se întâlnește la emotivi, deci cu instabilitate emoțională, la cei cu reacții intense și disproporționate pentru orice fel de evenimente; subiecții sunt supuși schimbărilor devenind irascibili și greu de integrat în mediul școlar.(Sălăvăstru, D. , 2004)

b) Factorii psihologici exogeni se referă la faptul că elevii sunt supuși unor stări depresive, de șoc și care dezorganizează personalitatea acestuia, îl inhibă atât intelectual, atitudinal cât și volițional, stări care apar sub influența unor situații tensionate, de conflict, de frustrare. Asemenea situații dezvoltă anxietatea, insecuritatea la copil, îndeosebi în familiile cu autoritate agresivă, agasantă, lipsindu-l pe acesta de o comunicare liberă și sinceră, de afectivitate; obligația de a îndeplini sarcini neconcordante vârstei, lipsa toleranței, a înțelegerii, aplicarea de pedepse, de persecuții de către familie sau școală, produc modificări în structurile de caracter și de atitudine ale copilului, dezvoltând la acesta egoismul, hipersensibilitatea sau agresivitatea. Aceste stări conduc la formarea unui comportament și o inducere a insuccesului.

c) Factorii școlari ai insuccesului se referă la contribuțiile școlii la producerea acestui fenomen, din care:

- rigiditatea ritmurilor învățării- obligativitatea asimilării conținuturilor programelor didactice în unități de timp unice pentru elevi; ignorarea particularităților/dificultăților individuale;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- diversitatea, diferența dintre structurile și stilurile profesorilor, a exigențelor unor școli/clase privind cerințele tot mai ridicate în plan cognitiv față de elevi;
- tratarea și abordarea exclusiv frontală a procesului educativ, prioritate având clasa sau obiectivele ei – ignorându-se particularitățile psiho-cognitive ale elevilor;
- volumul demografic sau numărul de elevi în clasă: numărul mare de elevi într-o clasă creează dificultăți în desfășurarea procesului didactic, face greoaie coparticiparea la actul didactic, iar competiția este lentă;
- eterogenitatea clasei- dată de școlarizarea obligatorie a tuturor copiilor de aceeași vârstă, face posibilă prezența în aceeași clasă a copiilor cu aptitudini și ritmuri intelectuale diverse: copii cu niveluri de dezvoltare intelectuală modestă vor îngreuna dezvoltarea celor cu niveluri intelectuale mai înalte, doar crearea de clase/școli cu elevi cu asemenea niveluri de dezvoltare (elitiste) vor rezolva pozitiv aceste aspecte;
- stilurile didactice deficitare - au contribuția lor în producerea insucceselor școlare: suprasolicitarea intelectuală și nervoasă, în exces a elevilor; rigiditate intelectuală, neabaterea de la manualul școlar; folosirea excesivă a exercițiilor practice în detrimentul predării noilor cunoștințe teoretice, a informațiilor, noțiunilor sau principiilor necesare înțelegerii conținutului programei, considerându-se că acestea sunt mai ușor de însușit prin activități individuale; punerea accentului pe memorare, pe reproducere, pe activități de tip frontal, la care se adaugă subiectivitatea profesorului în evaluarea partenerului didactic ca și slabele cunoștințe ale acestuia privind psihologia copilului și a învățării;
- deficiențe privind resursele școlare- țin de; managementul școlar, al clasei; slaba dotare tehnică; fixarea orarului săptămânal sau semestrial, cu mari disproporții privind încărcarea elevilor; existența unui climat conflictogen, tensionat, nepropice actului didactic.

d) Factorii familiali – sunt categoria de factori care pot influența favorabil sau nefavorabil activitatea școlară a copilului. Familia devine factor favorizant atunci când creează condițiile materiale și nemateriale, culturale, morale ca și capacitățile psihosociale necesare acestor acțiuni; când dezvoltă atmosfera, climatul psihosocial propice instrucției și educației propriului copil; când devine stimulent, mobil motivator al activităților educaționale, culturale, când relațiile intrafamiliale probează și promovează valorile culturale. După cum poate fi și factor nefavorizant când se află în afara parametrilor favorizanți, respectiv: când apare disjunctia între valorile promovate în școală și cele apărute de familie, dezorientând copilul; când există o stare materială precară, când se optează pentru cursuri de scurtă durată și profesii imediate, cerute pe piața muncii. Investigațiile asupra eșecului școlar reliefează o relație între frecvența acestuia și mediul socioeconomic al copilului aflat în dificultate. (Sălăvăstru, D. , 2004, p. 242).

e) Factorii de ambianță- sunt cei care țin de contextul social, respectiv, atenția de care se bucură acest domeniu socializator, de formare a personalității umane din partea societății, a factorilor de decizie politică, importanța acordată învățământului, integrării lui, a succesului profesional și social al beneficiarilor.

Din păcate școala nu propune exerciții de viață, ci e mai mult un spațiu închis, centrat pe conținuturile academice, considerate ca fiind singurele capabile să asigure succesul în viața publică. (Sălăvăstru, D., 2004, p. 248-249).



Exemplifică din propria experiență, un factor al insuccesului școlar.

R: Revezi și paragraful 8.4.1.

8.4.2. Prevenirea/înlăturarea insuccesului școlar

Principalele **modalități de prevenire a eșecului școlar** adoptate în programul reformei curriculare sunt:

- obligativitatea frecventării orelor de curs în învățământul preuniversitar;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- extinderea și diversificarea rețelei de unități școlare;
- reducerea efectivelor de elevi pe clasă;
- dotări moderne pentru școli;
- evitarea memorării excesive;
- folosirea capacităților de acțiune creativă a elevilor;
- formarea unor deprinderi de muncă intelectuală;
- respectarea principiilor pedagogice și psihologice;
- abordarea unor strategii moderne și abordarea metodelor activ-participative în cadrul procesului de învățământ;
- introducerea mijloacelor de învățământ în cadrul demersului didactic, pentru a trezi curiozitatea elevilor și a stârni interesul pentru cunoaștere;
- evitarea surmenajului, a supraîncărcării;
- introducerea și generalizarea tehnicilor de cunoaștere și diagnosticare a personalității elevilor, a nivelului de instruire și educație, a cauzelor rămânerii în urmă la învățătură;
- promovarea unui program de recuperare cu copiii problemă;
- colaborarea școlii cu familia și alți factori educativi.

Cunoașterea individualității elevilor constituie un factor important în prevenirea, depistarea, combaterea eșecului școlar.

Prin **diferențierea și individualizarea activității**, manifestând mult optimism, se poate sădi în sufletele copiilor bucuria succesului.

Pentru a-i ajuta pe elevi să progreseze la învățătură, potrivit particularităților de vârstă, nivelului de pregătire al acestora, se recomandă **abordarea învățământului diferențiat, munca pe grupe sau în echipă**.

Grupele vor fi reduse numeric și relativ omogene, funcție de un anumit criteriu, folosind metode, procedee, sarcini de învățare adecvate, specifice fiecărui grup.

Deosebit de necesară pentru promptitudinea și **eficiența măsurilor ameliorative și corective** ce se introduc este **monitorizarea, de către profesor a greșelilor esențiale pentru fiecare elev, cât și a celor tipice pentru întreaga clasă**.

Evidența greșelilor trebuie monitorizată astfel încât, profesorul să știe pentru fiecare elev:

- care sunt capacitățile și subcapacitățile pentru formarea cărora elevul are nevoie de sprijin;
- în ce probleme este nevoie de un plus de explicații și indicații;
- unde și cum trebuie intervenit pentru dezvoltarea deprinderilor;
- care sunt operațiile gândirii suficient exersate.

Se știe că, elevul care înregistrează eșec după eșec, indiferent de cauzele inițiale ale insuccesului, nu-și formează sentimentul siguranței și al încrederii în sine.

Trebuie evitate etichetările negative, defavorabile, acestea având un efect negativ asupra copilului, cu atât mai mare, cu cât personalitatea lui este mai fragedă.

Succesul dozat în mod corect, în raport cu natura și dificultatea obiectivă a sarcinilor, pe de-o parte, și cu particularitățile individuale, pe de altă parte, constituie o cale accesibilă și eficientă a prevenirii și combaterii rămânerii în urmă la matematică.

În concluzie, acțiunea de prevenire și combatere a rămânerii în urmă la învățătură este una dintre cele mai complexe și mai dificile acțiuni pedagogice. Ea presupune o acțiune sistematică de instruire și educare a elevului. Ajutorul la învățătură dat de cadrul didactic nu este mereu eficient și asta deoarece nu respectă unele aspecte:

- ajutorul trebuie dat în timpul lecției (eventual printr-o repetare a rezolvării problemei), iar când este dat în afara lecției trebuie să fie diferențiat;
- ajutorul trebuie să asigure participare conștientă și liberă a elevului la însușirea de cunoștințe, să pună în valoare toate resursele elevilor, să educe simțul de răspundere personală;
- ajutorul trebuie să dezvolte intelectul elevului.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Alături de cadrele didactice, părinții au un rol important în progresul școlar al copilului și în înlăturarea, sau mai bine zis prevenirea, eșecului școlar. Forma principală de ajutor constă în crearea unui mediu familial favorabil: condiții și regim de studiu corespunzător (camera să fie aerisită, învățatul să se desfășoare la ore rezonabile), încurajare și stimulare a simțului de responsabilitate, susținerea și întărirea satisfacției în muncă a copilului etc.

Climatul emoțional pozitiv din familie, participarea sinceră, spontană a părinților la greutățile dar și la bucuriile școlare ale copiilor reprezintă stimuli hotărâtori, decisivi, în ceea ce privește combaterea insuccesului școlar prin trezirea, menținerea și dezvoltarea atitudinii pozitive și a interesului copiilor față de învățatură.

Controlul sistematic și continuu asupra muncii școlare a copilului este o altă formă de ajutor venită din partea părinților. Acesta trebuie să fie persistent însă discret. Se poate realiza prin convorbiri, observarea copilului în timpul studiului, verificarea caietelor de temă, schimbul de informații cu dirigintele/profesorul referitor la munca școlară a copilului etc.

Cadrul didactic trebuie să pună un accent tot mai mare, la lecție, atât pe predarea cunoștințelor cât și pe aplicațiile practice efectuate cu elevii, pe sistematizarea și integrarea cunoștințelor, pe munca individuală a elevilor. Trebuie să insiste asupra formării priceperilor de muncă intelectuală la elevi, mijloacele de expunere, dicția cadrului didactic contribuind la nuanțarea ideilor cuprinse în lecție, la alegerea celor mai însemnate dintre ele.

Un **rol hotărâtor în prevenirea rămânerii în urmă** la învățatură îl are **elevul însuși**. Fără participarea lui activă la însușirea cunoștințelor, nu poate fi vorba de succes școlar. Acest lucru poate fi realizabil la elevi prin perfecționarea metodei de lucru, a priceperilor și deprinderilor de muncă școlară prin dezvoltarea tendinței de realizare în cele mai bune condiții a îndatoririlor școlare și mai ales prin valorificarea aptitudinilor și intereselor deja formate la elevi pentru dezvoltarea unei noi atitudini.

Un **rol hotărâtor în prevenirea rămânerii în urmă** la învățatură îl are **elevul însuși**. Fără participarea lui activă la însușirea cunoștințelor, nu poate fi vorba de succes școlar. Acest lucru poate fi realizabil la elevi prin perfecționarea metodei de lucru, a priceperilor și deprinderilor de muncă școlară prin dezvoltarea tendinței de realizare în cele mai bune condiții a îndatoririlor școlare și mai ales prin valorificarea aptitudinilor și intereselor deja formate la elevi pentru dezvoltarea unei noi atitudini.

Măsurile cu caracter general care pot fi luate de cadrul didactic în vederea **prevenirii rămânerii în urmă la învățatură** sunt:

- crearea climatului și atmosferei psihice necesare;
- creșterea treptată a nivelului exigențelor și verificarea sistematică a pregătirii elevilor;
- activizarea elevilor în timpul lecției și creșterea continuă a nivelului muncii independente a acestora;
- realizarea de evaluări sistematice.

Sugestii menite să orienteze activitatea profesorului, astfel încât acesta să-i ajute pe elevi să rezolve cu succes diferite tipuri de teste aplicate în evaluarea curentă sau în condiții de examen. (Singer, M.; Voica, C., 2011, p.150)

Dificultate întâmpinată

Elevii nu sunt familiarizați cu forma testului, cu modul de completare a răspunsului, cu utilizarea unor foi de răspuns.

Sugestii de remediere

Dați elevilor să exerseze rezolvarea a diferite tipuri de teste, cu tipuri variate de itemi. Pe parcursul clasei a VIII-a este necesar ca la capătul unei unități de învățare, ca și la sfârșit



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

de capitol, elevii să fie verificați printr-un test cuprinzând itemi standard în forme variate. Obișnuiți-i pe elevi să utilizeze tehnica excluderii la itemii cu alegere multiplă.

Dificultate întâmpinată

Evaluarea prin teste îi poate face pe unii elevi să aibă impresia că trebuie să facă față unor cerințe foarte înalte.

Sugestii de remediere

Încurajați-i pe elevi să privească testul doar ca un mod de a arăta ceea ce au învățat.

Amintiți-le elevilor să nu se necăjească dacă au întâlnit un item care nu le este familiar.

Poate fi avantajos să sară peste acel item, să revină la el mai târziu, sau să încerce ghicirea soluției.

Dificultate întâmpinată

Elevii nu sunt pregătiți mental și/sau fizic pentru a fi testați.

Sugestii de remediere

Informați părinții asupra condițiilor testului. Încurajați-i pe părinți să creeze copiilor o atmosferă de calm și încredere în preajma testului și să se asigure că aceștia s-au odihnit suficient.

Asigurați-vă că elevii au toate materialele necesare pentru test (creion, gumă, riglă etc.)

Nu dați impresia că testul este mai important decât este în realitate. În această situație, elevii devin mult mai anxioși și stresați.

Dificultate întâmpinată

Majoritatea elevilor săvârșesc greșelile tipice.

Sugestii de remediere

Analizați în mod continuu în clasă greșelile elevilor. Comentați aceste greșeli, atenționați asupra condițiilor de apariție a lor și asupra căilor de remediere.

Atenție! Nu culpabilizați elevii în cadrul acestor discuții. Propuneți sistematic elevilor exerciții capcană, în care trebuie identificată greșeala.

Dificultate întâmpinată

Limbajul sau vocabularul unui test standardizat pot crea elevilor dificultăți.

Sugestii de remediere

Folosiți forme variate de exprimare pentru a reda o anumită sintagmă sau un anumit concept. Formulați periodic întrebările unor teste în limbaj standard, dar și în limbaj uzual.



Exemplu: Presupunând că în urma aplicării la clasa a VIII-a a unei probe de evaluare similare cu cea de la testarea națională din anul precedent, o treime din elevi au obținut note sub 5, se indică mai jos posibile modalități pentru remedierea acestei situații.

Varianta 1-de remediere a situației constatate

Concluzia, în urma simulării, este că elevii trebuie pregătiți suplimentar prin activități de remediere (activități de învățare) :

Activități de remediere	Mod de desfășurare
Corectarea	Frontal , la tablă, profesorul și unde este cazul, cu elevii care au



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

<p>testului dat la simulare</p>	<p>dat răspunsuri bune, rezolvă toate exercițiile de la testul de simulare, iar elevii scriu în caiete aceste rezolvări, inclusiv modul de redactare, asupra căruia insistă profesorul. Profesorul solicită elevii să arate cum au înțeles rezolvarea , pentru a identifica ceea ce nu se cunoaște de fapt și greșelile tipice pe care le fac elevii.</p>
<p>Fixarea materiei prin teme</p>	<p>Elevii primesc tema cu exerciții asemănătoare celor de la simulare. Tema va fi verificată în clasă, prin prezentarea la tablă a rezolvărilor ,de către elevii care au avut dificultăți la simulare.</p>
<p>Recapitularea sistematică a materiei</p>	<p>Elevii care dovedesc lacune în cunoștințele de bază, vor primi teme de recapitulare pe baza unui plan întocmit de profesor.</p>
<p>Mobilizarea întregului efectiv al clasei</p>	<p>Rolul activităților de remediere este de a pregăti pe toți elevii pentru rezultate la testări pe măsura cunoștințelor lor. Elevii mai bine pregătiți vor primi exerciții pe măsura posibilităților lor , pregătirea elevilor cu lipsuri în cunoștințe se va face prin teme specifice iar la tablă vor fi abordate exerciții la care va participa toată clasa, fiecare pe măsura cunoștințelor lui.</p>
<p>Obținerea încrederii în forțele proprii</p>	<p>Elevii dezamăgiți în urma simulării , cei 1/3 din efectiv la care se adaugă cei nemulțumiți de nota prea mică , își vor recăpăta încrederea după ce vor parcurge programul de remediere. Părinții îi vor sprijinii pe copiii lor urmărind să se odihnească</p>



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

	<p>suficient și să-și folosească timpul eficient pentru pregătirea temelor.</p>
--	---

Varianta 2-de remediere a situației constatate

Modalități de remediere

Testarea sumativă se aplică de regulă la sfârșitul lunii aprilie. Până la data evaluării naționale există de obicei un interval de 6-7 săptămâni. Remedierea situației descrise se poate realiza pe mai multe căi dar eficiență maximă are un program de pregătire suplimentară intensivă desfășurat la școală în afara orelor de curs. Elementele de bază ale acestui program sunt:

- organizarea de ședințe suplimentare de pregătire zilnice (maxim o oră) pe teme fundamentale de algebră și geometrie pentru elevii care au obținut note mici la testare;
- fiecare temă de pregătire este însoțită de un scurt test cu 2-3 exerciții din aria aferentă temei abordate;
- fiecare temă trebuie să cuprindă un volum mic de teorie și multe exemple; este de preferat ca teme care în mod curent au alocate în planificări una-două ore la clasă să fie împărțite în subteme mai mici la ședințele de pregătire;
- pregătirea elevilor slabi la matematică trebuie făcută în pași mici, iar exercițiile propuse trebuie să fie abordate la tablă prin rotație de către toți elevii grupei de pregătire;
- la sfârșit de săptămână se aplică un test sumativ din temele abordate în săptămâna curentă;
- la sfârșit de lună se poate aplica un test de două ore din tematica acoperită în luna curentă, dar după încheierea pregătirii intensive se aplică obligatoriu un test final;
- toate testele aplicate se discută apoi punctual cu elevii; se rezolvă toate problemele la tablă implicând în principiu acei elevi pentru care rezolvarea acelor probleme s-a dovedit dificilă sau imposibilă.

Propuneri de teme/ore alocate la clasa a VIII-a:

- 1.Mulțimi de numere / 2ore
- 2.Intervale.Operații cu intervale / 2 ore
TEST / 1 oră
- 3.Calcul în R / 2 ore
- 4.Formule de calcul prescurtat / 2 ore
TEST / 1 oră
- 5.Descompuneri în factori / 2 ore
- 6.Operații cu rapoarte și expresii reprezentate prin litere / 2 ore
TEST / 1 oră
- 7.Funcția de gradul I - reprezentare grafică, intersecții cu axele / 2 ore
- 8.Ecuația de gradul I / 2 ore
TEST / 1 oră
- 9.Ecuația de gradul II / 2 ore
- 10.Sisteme de ecuații / 2 ore
TEST / 1 oră
- 11.Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și sistemelor / 2 ore
- 12.Procente.Mărimi direct și invers proporționale / 2 ore
TEST / 1 oră
- 13.Calcul de arii și volume la corpuri geometrice studiate / 2 ore



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

14. Calcul de distanțe și unghiuri în corpurile studiate / 2 ore

TEST / 1 oră

TEST FINAL / 2 ore

TIMP TOTAL ALOCAT PREGĂTIRII SUPLIMENTARE (semstrul II) : 7 săptămâni

Varianta 3-de remediere a situației constatate

Modălități de remediere:

1. Investigația prin discuția cu elevii sau/și cu părinții acestora în vederea identificării opiniei acestora referitoare la rezultatele slabe obținute;

2. Chestionare ce vor cuprinde întrebări scurte și clare referitoare la situația creată. Toți elevii răspunzând la aceleași întrebări, se poate construi un tablou obiectiv al cauzelor ce au dus la rezultatele slabe;

3. Observarea sistematică a comportamentului elevilor cu notarea și prelucrarea acestor date;

4. Teste de autoevaluare, pentru a-și vedea propriul nivel de pregătire;

5. Profesorul realizează un plan de remediere a situației prin identificarea punctelor slabe comune în pregătirea elevilor (fișă de lucru cu eventualele greșeli; prezentarea unor exerciții cu „rezolvare” greșită și concluzie evident falsă și identificarea greșelii împreună cu elevii; recapitularea noțiunilor și aprofundarea acestora pentru categoriile de probleme și exerciții la care s-au constatat greșeli; elevii să exerseze rezolvarea a diferite tipuri de teste, cu tipuri variate de itemi);

6. Profesorul discută cu elevii toate nelămuririle acestora și le clarifică ce nu au înțeles.

7. Aplicarea unor metode moderne de predare-învățare ca de exemplu **instruirea asistată de calculator**. Aceasta, prin gradul sporit de atractivitate de care beneficiază, poate ajuta elevii atât la creșterea interesului față de matematică cât și la o înțelegere sporită a conținuturilor. Învățământul asistat de calculator poate contribui la dezvoltarea raționamentului, imaginației și creativității, precum și a capacității de autoevaluare.

8. Evaluarea cu ajutorul calculatorului. Spre deosebire de metodele de evaluare tradiționale, evaluarea cu ajutorul calculatorului este obiectivă.

9. Folosirea unor fișe de evaluare. Acestea vor conține diverse exerciții și probleme ce urmează a fi rezolvate de elevi în timpul lecției. Fișa de evaluare este utilă și pentru obținerea feedback-ului de către profesor, pe baza căruia el poate face precizări și completări.

Varianta 4-de remediere a situației constatate

Dintre cauzele care au putut conduce la aceste rezultate enumerăm :

1. Elevii nu cunosc(sau cunosc insuficient) forma și procedura de testare.

Remediere:

a) Structura testelor date la clasă trebuie să fie asemănătoare cu structura testului național.

b) La începutul fiecărui test profesorul trebuie să explice clar modul de lucru și baremele. Trebuie date indicații privind gestionarea timpului alocat rezolvării(elevul are tendința de a “pierde timpul” pe marginea unui item la care nu știe răspunsul).

c) Evaluarea curentă se va face cu itemi asemănători celor din testul național.

2. Conștințizarea importanței testului: testul nu trebuie să fie nici mai mult nici mai puțin important decât trebuie să fie. La examenul final elevul trebuie să folosească “la maxim” resursele de care dispune. Rezistența la efort, gestionarea stărilor interioare, găsirea echilibrului mental sunt de competența școlii și familiei elevului.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

3. Greșeli – identificarea /remedierea la orele de curs a celor mai frecvente greșeli.

4. Elevii nu stăpânesc materia de examen.

Remediere:

- a) Lecții recapitulative.
- b) Ore de consultații și meditații.
- c) Teme individuale/lucru diferențiat.

Posibile modalități de remediere a situației:

- se analizează la clasă greșelile tipice ale elevilor, se comentează aceste greșeli, atenționând asupra condițiilor de apariție a lor și asupra căilor de remediere și nu se culpabilizează elevii în cadrul acestor discuții;
- se propun elevilor alte exerciții-capcană, în care trebuie identificată greșeala;
- se pot pune elevii cu note mai mari să explice frontal unele exerciții;
- se poate lucra la clasă diferențiat, având fișe de lucru diferențiate;
- unii elevi pot avea dificultăți privind limbajul unui test standardizat, de aceea, se pot folosi forme variate de exprimare, formulând periodic întrebările unor teste în limbaj standard, dar și în limbaj uzual;
- se poate propune elevilor un joc: să scrie pe bilețele anonime, motivele rezultatelor slabe obținute la test, se citesc apoi bilețelele cu voce tare în clasă și se discută, realizând astfel un feedback din partea elevilor;
- elevii trebuie învățați să nu se necăjească dacă nu pot rezolva un item și să nu se blocheze, și că este uneori avantajos să sară peste acel item și să revină la el mai târziu, sau să încerce ghicirea soluției în ultimă instanță;
- elevii trebuie să mai exerseze rezolvarea altor tipuri de teste, cu tipuri variate de itemi;
- se informează părinții cu privire la rezultatele testului, încurajându-i să creeze o atmosferă de calm și încredere în preajma testului, asigurându-se că elevii s-au odihnit suficient.

Căi practice de îmbunătățire a performanțelor elevilor (Singer, M.; Voica, C., 2011, p.151)

Evaluarea trebuie să contribuie la motivarea activității elevului și să furnizeze profesorului diagnoze și prognoze asupra activității didactice.

Se recomandă în continuare câteva modalități prin care evaluarea poate contribui la îmbunătățirea performanțelor elevilor:

- Aplicați metode și instrumente cât mai variate de evaluare. Anterior, explicați elevilor aceste metode și simulați evaluarea prin câteva exemple.
- Analizați rezultatele testelor, discutând metodele posibile de rezolvare, greșelile tipice, modalitatea de acordare a notelor.
- Dacă rezultatele unui test nu sunt conforme cu așteptările dumneavoastră sau ale elevilor, repetați testul într-o formă echivalentă la un interval scurt de timp și fixați nota finală prin medie ponderată. În acest fel, puteți verifica fidelitatea testului și acordați elevilor posibilitatea unei a doua șanse.
- Alternați metodele de evaluare spontane (examinare orală, lucrări neanunțate) cu metode planificate. Nu faceți publică o regulă de succesiune a elevilor pentru examinarea orală!
- Folosiți metoda observării sistematice pe o perioadă mai mare de timp pentru a impulsiona activitatea elevilor.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Încurajați elevii să vorbească despre activitatea pe care o desfășoară. Întrebați-i de ce au luat o anumită decizie în rezolvare. Adresați-le întrebări care să-i facă să gândească, să prezinte un raționament. În acest mod puteți descoperi unde s-a produs neînțelegerea.
- Toate aspectele legate de limbaj și de vocabular sunt esențiale pentru succesul elevului la teste.

În activitatea de rezolvare a unei probleme, elevii trebuie să recunoască simbolurile, să relaționeze aceste simboluri cu imagini și cuvinte. Ei trebuie să înțeleagă conținutul unui test adresat lor indiferent de forma în care este prezentat.

Următoarele aspecte trebuie avute în vedere.

- Se poate întâmpla ca un elev să răspundă greșit numai din cauză că limbajul folosit în enunț îi este nefamiliar. Stimulați elevii să abordeze sarcini variate, chiar dacă acestea apar în contexte neobișnuite.
- Adesea elevii nu realizează că materialul din test este similar celui întâlnit în activitatea la clasă. Este important să fie conștientizată ideea că aceleași exerciții și probleme pot apărea în diferite forme.
- Terminologia utilizată în diferite teste standard poate fi diferită de cea utilizată în mod curent în clasă. Utilizați cât mai frecvent denumiri și/sau definiții echivalente.
- Unele confuzii pot fi generate de utilizarea unor cuvinte cu sensuri multiple sau cu sensuri diferite în cotidian față de sensul matematic. Identificați și evidențiați situațiile respective.
- Apariția unui enunț formulat ambiguu poate avea consecințe nefaste pentru un elev aflat în emoțiile unui examen. Pentru a preîntâmpina această situație:
 - propuneți enunțuri incomplete și cereți elevilor să le completeze;
 - propuneți enunțuri discutabile și cereți elevilor să le interpreteze;
 - conduceți elevii spre formarea unei strategii de abordare a unor astfel de situații.

În scopul **proiectării și implementării unor activități recuperatorii** trebuie avute în vedere următoarele aspecte:

- proiectarea de activități didactice diferențiate și individualizate;**
- stimularea învățării prin folosirea metodelor interactive de grup;**
- realizarea sistematică de evaluări pentru identificarea atât a rămânerilor în urmă, cât și a performanței;**
- proiectarea unor activități interdisciplinare;**
- dezvoltarea interesului și a motivației pentru învățarea matematicii;**
- organizarea optimă a clasei pentru asigurarea eficienței;**
- asigurarea ritmului individual propriu de lucru ;**
- realizarea de activități cu caracter practic-aplicativ, învățare din viața reală pentru viața reală;**
- realizarea de evaluări sistematice.**

Se vor realiza activități de învățare cât mai diversificate, pentru a da fiecărui elev posibilitatea să se manifeste. De asemenea **pentru elevii cu CES se vor elabora planificări personalizate, în funcție de specificul fiecăruia, după curriculum școlar adaptat.**

Recuperarea rămânerii în urmă la matematică se va realiza atât printr-un **program de lucru suplimentar (1 -2 ore pe săptămână)** cât și pe parcursul lecțiilor prin **activitățile diferențiate;** mai dificil va fi în cazul celor care au multe absențe.

Cei mai mulți dintre copiii cu rămâneri în urmă la matematică au și probleme legate de imaginea de sine și de stima de sine, de aceea strategiile didactice interactive prin specificul lor pot soluționa și problemele de acest gen.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Tot pentru recuperare elevii pot lucra *exerciții suplimentare de antrenament și de bază*, exerciții pentru care se realizează o interevaluare sub coordonarea profesorului.

Se reiau aspectele neînțelese la lecție și se aprofundează atât prin strategii didactice interactive cât și prin metode tradiționale.

Activitatea de învățare fundamentală în recuperare, în special la copiii cu deficiență mintală, este jocul. Astfel plecând de la situații de învățare sub formă de joc, se poate obține întărirea comportamentelor și raționamentelor corecte, motivarea copilului deficient spre explorare și cunoaștere.

Reguli de respectat pentru a preveni eșecul școlar

Există o serie de reguli pe care profesorul trebuie să le respecte pentru a îndruma elevii spre eficiența școlară. Acestea sunt:

1. ***Să fie interesat de subiect și să transmită entuziasmul său și elevilor;***
2. ***Să stăpânească bine subiectul;***
3. ***Să cunoască căile pe care se dobândesc cunoștințele, calea cea mai bună de a învăța este de a descoperi singur;***
4. ***Să se străduiască să citească pe fețele elevilor, să încerce să le ghicească anticipările și dificultățile, să se pună în locul lor;***
5. ***Să le transmită elevilor nu numai informații, ci și obișnuința muncii metodice;***
6. ***Să-i facă pe elevi să învețe să ghicească;***
7. ***Să-i facă pe elevi să învețe să demonstreze;***
8. ***Să fie atent la acele trăsături ale problemei de azi care ar putea fi utile la rezolvarea problemelor de mâine;***
9. ***Să nu dezvăluie dintr-o dată tot secretul – să-i lase pe elevi să-l ghicească, înainte de a-l spune (cu ajutorul întrebărilor și aluziilor elevii pot intra foarte eficient în miezul problemei, sfârșind prin a-l descifra);***
10. ***Să sugereze, nu să “bage pe gât”.***

Odată respectate aceste reguli, eșecul școlar nu-și va spune cuvântul!



Întocmește o strategie proprie în scopul combaterii insucceselor școlare la matematică.

R: Revedi și paragraful 8.4.2.



Să ne reamintim...

- Pentru **proiectarea și implementarea unor activități recuperatorii** se au în vedere următoarele aspecte:
 - folosirea strategiilor didactice de diferențiere și individualizare;
 - dinizarea învățării prin folosirea strategiilor didactice interactive;
 - realizarea de evaluări sistematice;
 - proiectarea unor lecții interdisciplinare;
 - dezvoltarea interesului și a motivației pentru învățarea matematicii;
 - organizarea optimă a clasei pentru asigurarea eficienței;
 - realizarea de activități cu caracter practic-aplicativ, învățare din viața reală pentru viața reală.

8.5. Activitatea suplimentară la matematică



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Forme de activitate matematică cu elevii, în afara clasei:

Printre **activitățile extrașcolare** care vin în completarea și dezvoltarea cunoștințelor dobândite în cadrul orelor de curs sunt și: **consultațiile, pregătirea pentru participarea la concursurile școlare, cercurile pe obiecte și meditațiile.** Toate acestea au ca principală valență formativă stimularea creativității elevilor.

8.5.1. Activitatea ajutătoare și recuperatoare

Activitatea matematică în afara clasei, ajutătoare și recuperatoare se adresează elevilor neinteresați, cu rezultate slabe la matematică, ale căror cunoștințe sunt sub nivelul minim acceptat pentru clasa în care se găsesc.

Rezultatele nesatisfăcătoare la evaluările inițiale reprezintă primul semnal de alarmă pentru elevii care mai târziu, prin lipsa caietelor de teme, prin dezinteresarea față de activitatea de la orele de matematică, confirmă situația dificilă în care se găsesc.

Pe lângă atenția sporită în cadrul orelor curente a profesorului față de ei, încadrarea lor în grupe eterogene, solicitarea lor mai deasă la răspunsuri, încredințarea unor sarcini școlare (aducerea cretei, strângerea lucrărilor, etc.), este necesar să se acorde acestor elevi un timp special folosit în activități suplimentare ca: consultații, meditații, întrevederi cu familia, organizarea întrajutorării colegiale.

Consultațiile sunt individuale și ele sunt acordate la solicitarea elevului. Ele se pot realiza după ore, înainte de ore, sau într-un timp rezervat special și durează 15-30 minute.

La consultații se încearcă explicarea unor nelămuriri precise prin câteva exerciții și propunerea pentru acasă a altora asemănătoare.

Meditațiile sunt colective, scopul lor este de a ușura înțelegerea materiei curente, dar nu sunt excluse nici acoperirile golurilor mai vechi. Ele pot dura 1 oră. În scopul ca profesorul să nu-și consume prea mult timp cu acești elevi, toți elevii de aceeași clasă, indiferent de profesor, pot fi grupați la meditații comune, ținute pe rând de câte unul din cadrele didactice care predau la clasele respective.

Se poate încerca și întrajutorarea, adică ajutorul colegial pe care un coleg de clasă mai bine pregătit i-l acordă colegului cu deficiențe. Explicațiile date într-un cadru lipsit de tensiune, într-un limbaj mai "neoficial", au o influență pozitivă și asupra celui care le primește, dar și asupra celui care le dă, acesta fiind obligat să exprime clar ceea ce cunoaște, să găsească uneori explicații la întrebările pe care el personal nu și le-a pus și care luminează unele părți ale teoriei.

Toate activitățile în afara clasei, amintite mai sus sunt soluții "extreme" și ideal ar fi ca cel în cauză să se apuce de învățat. Pentru aceasta, materia trebuie să devină mai atractivă, elevul trebuie convins că matematica merită toate eforturile depuse în scopul învățării ei.

8.5.2. Performanța în matematică. Cercurile de matematică. Concursurile școlare

A obține **performanțe în matematică**, nu înseamnă a avea rezultate bune în acel domeniu, înseamnă a fi mai bun decât cei buni. Pentru aceasta trebuie depusă o muncă asiduă, pasionată, talentul și șansa având o importanță mult mai mică în reușită decât munca.

Cerințe pentru obținerea performanței la matematică:

- munca individuală;
- participarea la cât mai multe concursuri școlare, olimpiade, etc;
- participarea la o pregătire de specialitate în clase speciale;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- existența unei familii care să se implice activ în viața copilului cu încurajări, stimulente și cu sprijin permanent;
- existența unor cadre didactice competente care să se ocupe special de elevii super-dotați, dornice să se dezvolte și în acest domeniu al performanței la matematică, care să se implice cu dăruire și să mențină în permanență interesul elevilor pentru studiu, să-i motiveze.

1. Cercurile de matematică

Cercul de elevi este o formă de organizare a activităților extradidactice, constituită pe bază opțională și care răspunde preferințelor, intereselor și înclinațiilor elevilor pentru domeniul matematicii. Această formă de organizare a activităților în afara clasei necesită în prealabil o cunoaștere și chiar o testare a aptitudinilor, dar și a interesului elevilor pentru obiectul matematică. Cercurile de matematică se realizează sub forma unor *ședințe* adresate elevilor buni cu scopul aprofundării cunoștințelor matematice necesare fie la clasă, fie la concursuri. De obicei se rezolvă probleme mai dificile date în anii precedenți la respectivele concursuri de matematică sau probleme din Gazeta Matematică.

Pe lângă pregătirea suplimentară legată de performanță, este indicat să se abordeze și teme care conduc la creșterea culturii matematice, cum ar fi: biografii, comemorări, materiale referitoare la istoria matematicii, la un scurt istoric al publicării manualelor de matematică pentru învățământul preuniversitar și a altor materiale auxiliare din țara noastră și din alte țări, etc.

Aceste mici conferințe, ce pot fi ținute și de către elevi (cu ajutorul proiecțiilor, planșelor, fotografiilor, etc.), pot constitui un prim punct în cadrul ședinței de cerc, și nu ar trebui să depășească 15'.

Nu trebuie să lipsească matematica propriu-zisă, care poate fi prezentă în mai multe rubrici: probleme propuse, probleme rezolvate.

Pot fi prevăzute teme din programa școlară pentru consolidarea și adâncirea cunoștințelor dobândite la ore, dar și unele metode de rezolvare a problemelor, jocuri matematice, construcții geometrice, șarade matematice, probleme interesante, etc.

Problemele propuse (1-2) sunt date pentru a fi discutate în ședința următoare. Problemele rezolvate sunt cele propuse în ședința anterioară (eventual se compară și se premiază rezolvările cele mai elegante). Pentru a spori atractivitatea cercului s-ar putea realiza un miniconcurs de probleme având caracter instructiv și distractiv, câștigătorul fiind recompensat cu o carte, o revistă sau o ciocolată. O informare asupra ultimelor cărți și reviste apărute, ar putea încheia ședința.

Modelul acestei activități nu este unic, dar stilul lui trebuie să fie deosebit de cel în care se desfășoară ora la clasă.

Tot în cadrul orelor de cerc, elevii vor fi deprinși să rezolve, să redacteze și să expedieze problemele rezolvate la Redacția Gazetei Matematice.

Ședințele cercului de matematică se pot desfășura bilunar.

Este bine ca elevii să aibă un caiet în care să fie trecută tematica și conținutul ședințelor.

Alcătuirea și urmărirea tematicii cercului de matematică nu se va face la întâmplare. De aceea, este indicat ca la fiecare ședință să se reamintească succint despre ce s-a discutat în ședința anterioară.



Exemplu: *Tematica orientativă a cercului de matematică la clasa a V-a*



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Nr. crt.	Activități, teme, sarcini propuse	Perioada	Cine răspunde
0	1	2	3
1.	Organizarea cercului: stabilirea tematicii, stabilirea unui regulament de desfășurare a activității.	Octombrie	...
2.	“Povestea numerelor” . Operații cu numere naturale; proprietăți; ordinea efectuării operațiilor. Rezolvări de probleme date la olimpiade și concursuri.	Octombrie	...
3.	“Date biografice: Gheorghe Țițeica” . Rezolvări de probleme date la olimpiade și concursuri.	Noiembrie	...
4.	“Vom deveni corespondenți ai Gazetei Matematice” . Rezolvări de probleme din Gazeta Matematică, rubrica: “Probleme pentru gimnaziu” .	Noiembrie	...
5.	“Istoria numărului π” . Rezolvări de probleme din Gazeta Matematică, rubrica: “Probleme pentru gimnaziu” . Șarade matematice.	Decembrie	...
6.	“Probleme celebre” . Rezolvarea unor probleme de perspicacitate. Rezolvări de probleme din Gazeta Matematică, rubrica: “Probleme pentru olimpiade” .	Decembrie	...
7.	“Matematică distractivă” . Prezentarea și analiza rezolvării problemelor date la olimpiada de matematică-etapa locală.	Ianuarie	...
8.	“Traian Lalescu - matematician și poet” . Prezentarea și analiza rezolvării problemelor date la olimpiada de matematică-etapa județeană.	Februarie	...
9.	“Alte amuzamente matematice” . Rezolvări de probleme din Gazeta Matematică, rubrica: “Probleme pentru gimnaziu” .	Februarie	...
10.	“Jocuri și probleme distractive.” Careuri magice.	Martie	...
11.	“Geometrie distractivă” . Prezentarea și analiza rezolvării problemelor date la diverse concursuri de matematică.	Martie	...
12.	“Vechi și nou în matematică” . Prezentarea și analiza rezolvării problemelor date la diverse concursuri de matematică.	Aprilie	...
13.	“Printre linii și suprafețe” . Frații ordinare. Frații zecimale. Aplicații la transformarea unităților de măsură.	Mai	...
14.	“Gheorghe Vrânceanu” . Prezentarea și analiza rezolvării problemelor date la diverse concursuri de matematică.	Mai	...
8.	“Ce știm despre matematicienii români?” . Șarade matematice.	Iunie	...



Exemplifică o tematică orientativă a cercului de matematică la clasa a VII-a.

R: Revezi paragraful 8.5.2. - Exemplu.

2. Concursurile școlare la matematică



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Concursul școlar este o activitate extrașcolară prin care se verifică cunoștințele, competențele și posibilitățile participanților de a depăși anumite dificultăți și care implică o atmosferă de tensiune emoțională și poate aduce scoaterea din anonimat.



Exemple: Cele mai importante concursuri școlare la matematică sunt:

Concursuri internaționale

1. Olimpiada internațională de matematică este o competiție anuală de matematică la care participă elevi din diferite țări. Prima olimpiadă internațională de matematică s-a desfășurat în România în anul 1959 și la care au participat șapte țări din Europa de Est: Bulgaria, Cehoslovacia, Polonia, RDG, România, Ungaria și URSS. De atunci a avut loc în fiecare an, cu excepția anului 1980. Numărul țărilor participante a crescut treptat, ajungând la peste nouăzeci de țări din cinci continente.

2. Concursul Internațional de matematică aplicată Cangurul este cel mai popular concurs de matematică din lume, reunind în anul 2010 peste **5.500.000** de participanți din **43** de țări. Este un proiect educațional adresat tuturor elevilor claselor I-XII, nu numai celor mai buni. Testul este astfel structurat încât fiecare elev să poată rezolva măcar o parte din probleme. Acest tip de concurs propune o formă modernă de educație: învățarea prin joc. Concursul constă în teste grilă cu probleme grupate pe clase, astfel: I, II, III, IV, V-VI, VII-VIII, IX-X, XI-XII. Problemele sunt structurate pe grade de dificultate: 3 puncte, 4 puncte și, respectiv, 5 puncte.

Elevii claselor I, a II-a și a III-a vor susține concursul la o dată diferită de elevii claselor IV-XII.

Elevii din clasele I și a II-a au de rezolvat câte un test format din 24 de probleme, iar cei din clasele a III-a și a IV-a, câte un set cu 30 de probleme.

Testul grilă este alcătuit din probleme cu grade diferite de dificultate, fiecare problemă având câte cinci variante de răspuns, dintre care unul singur este corect. Subiectele sunt grupate astfel: I, II, III, IV, V-VI, VII-VIII, IX-X, XI-XII.

Problemele la care se dă un răspuns corect măresc punctajul cu valoarea întrebării, iar cele la care răspunsul este greșit scad punctajul cu un sfert din valoarea întrebării. 30 de puncte se acordă din oficiu.

Lucrările sunt corectate computerizat, asigurând calcularea imparțială a punctajelor și stabilirea clasamentelor.

Se acordă diplome de participare școlilor, directorilor și cadrelor didactice organizatoare din fiecare centru de concurs.

Concursuri naționale

3. Olimpiada națională de matematică se organizează în patru etape: etapa pe școală, etapa locală, etapa județeană, etapa națională.

4. Concursul național Euclid se adresează elevilor din ciclul primar și gimnazial. Se organizează în patru etape, conține patru subiecte și 10 puncte din oficiu. Structura subiectelor este următoarea: 5 itemi grilă cu alegere multiplă (cu 4 distractori fiecare). Fiecare item grilă valorează 4 puncte. La itemii cu alegere multiplă, un singur distractor va fi corect. 10 întrebări cu răspuns scurt, care valorează câte 4 puncte. 2 probleme cu itemi structurați, care valorează câte 15 puncte. Această structură este valabilă pentru primele 3 etape ale concursului, adică cele cu rol de evaluare. Etapa finală are rol de departajare și are o altfel de structură a subiectelor, de tip concurs național.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Pentru elevii din clasa a II-a, a III-a sau a IV-a, concursul durează două ore, iar redactarea rezolvărilor se va face direct pe foaia cu subiecte.

5. Concursul național de matematică Arhimede se organizează în trei etape: locală în noiembrie, zonală în februarie și finală în aprilie.

Pot participa elevi de la clasele II – XII. Subiectele concursului vor fi unice, formulate de Comisia Națională și vor fi elaborate din materia anului anterior și a anului în curs, conform programelor școlare, care vor fi afișate din timp pe site-un revistei.

Din cele 4 subiecte, două vor fi concepute cu grad mediu de dificultate și două de selecție.

De regulă, un subiect din concurs, va fi selectat din revista Arhimede. Se va afișa și o bibliografie selectivă, utilă candidaților la concurs.

Punctarea fiecărui subiect se va face cu note de la 1 la 10, conform baremului de corectare, în total, maximum 40 de puncte.

6. Concursul școlar național de competență și performanță- COMPER pentru elevii din clasele I-VIII pentru disciplinele limba și literatura română și matematică se organizează în mai mulți pași: la nivel de clasă, unitate școlară, județ și la nivel național, din decembrie până în iunie.

7. Concursul național de matematică Lumina Math, constă într-un test grilă alcătuit din probleme cu grade diferite de dificultate, fiecare având 5 variante de răspuns. Fiecare problemă are un singur răspuns corect. Subiectele sunt grupate pe clase astfel:

-clasele primare II-IV și

-clasele gimnaziale V-VIII.

Concursul se desfășoară la aceeași dată pentru toate clasele.

Concursul are două etape. Subiectele pentru ambele etape vor consta în 30 de probleme grilă pentru clasele II-IV și 40 de probleme grilă pentru clasele V-VIII. Vor exista 2 broșuri cu subiecte, una pentru clasele II-IV și una pentru clasele V-VIII.

Durata concursului este de 2 ore.. Formula de calcul a punctajului final este:

$$P = 25(\text{oficiu}) + 2.5 \times \text{NRC} - 0.5 \times \text{NRG}$$

$$P = 20(\text{oficiu}) + 2 \times \text{NRC} - 0.5 \times \text{NRG}$$

unde NRC - numărul de răspunsuri corecte, NRG - numărul de răspunsuri greșite. Nu este de ajuns a alege răspunsul corect pe broșura de subiecte, ele trebuie completate pe foaia de răspuns în dreptul numărului întrebării respective.

8. Concursurile SMART sunt axate pe secțiunile: matematică- pentru elevii din clasele I-VIII, limba română -pentru elevii din clasele I-VIII, limba engleză- pentru elevii din anii I-VI de studiu, limba franceză - pentru elevii din anii I-VI de studiu și cultură generală -pentru elevii din clasele I-VIII. Materia de concurs este cea prevăzută în programa școlară, din semestrul în curs, studiată cu aproximativ două săptămâni înainte de data concursului. Concursurile sunt organizate semestrial, acestea ocupând doar o ora / o ora și jumătate din ziua în care au loc, nepericlitându-se procesul de învățământ. Concursurile vor avea loc în unitățile școlare, simultan, la nivel național și constau într-un test grilă cu 15 - 20 întrebări, fiecare având 5 variante de răspuns din care numai una corectă. Concursurile au durata de o oră, cu excepția concursului Matematica (90 minute), cu desfășurare separată pe materii, în zilele menționate. Participarea la concursuri se va face cu minim 25 de elevi / școală, indiferent de materie. Numărul de înscrieri minim la o materie este de 5 participanți. Înscrierea la concursuri se realizează numai prin cadrele didactice coordonate de un profesor organizator principal pentru toate materiile, stabilit de comun acord. Organizatorul principal va colecta taxele de concurs doar prin intermediul Președintelui Comitetului de părinți sau a altui părinte.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Organizatorul are obligația comunicării înscrierilor pe materii: telefonic, prin e-mail sau fax. Cadrelor didactice cu minim 50 de participanți la o materie li se vor acorda la cerere certificate de organizator. Fiecare elev participant va primi câte o revistă (revistele includ subiectele), grilele de răspuns, factura fiscală aferentă taxelor de participare, precum și plicurile de retur pentru fiecare materie. Este indicată prezentarea prealabilă a grilelor de răspunsuri în scopul familiarizării elevilor cu acestea, în special la clasele I și a II-a. Modelul grilei de răspunsuri este expus pe www.concursurilesmart.ro la secțiunea **Grile**.

9. Concursul Evaluarea națională în educație. La Matematică pot participa elevi de la clasele I-XII. Concursul la Matematică se va desfășura în 3 etape de evaluare curentă și o etapă competițională: Etapa I- a predictivă; Etapa a II- a de evaluare curentă; Etapa a III- a de bilanț an școlar; Etapa finală- de competiție. Programa de evaluare pentru fiecare etapă/disciplină va fi disponibilă pe pagina de internet www.evaluareineducatie.ro, cu cel puțin 14 zile calendaristice înainte de desfășurarea acesteia. Programa etapelor de evaluare nu va depăși programa MECTS pentru anul școlar în curs. Rezultatele probelor sunt apreciate prin puncte, de la 0 la 100, după baremele alcătuite de comisie. Timpul maxim de lucru: Clasa I – 50 minute; Clasa a II-a - 1h30min (90 minute); Clasele III-IV – 2h (120 minute).

10. Concursul Micul Matematician se organizează în școli la nivel național pentru elevii claselor II-VI. Pentru pregătirea elevilor cu subiecte tip Micul Matematician se oferă spre vânzare un material suport. Proba de evaluare națională se desfășoară în aprilie. Durata probei scrise va fi de 50 minute.

În județele/sectoarele unde numărul de elevi înscriși este foarte mare, Comisia de evaluare poate să organizeze un test preliminar în luna martie. Este obligatoriu ca problemele să fie selectate din culegerea oferită ca material support pentru concurs. Problemele trebuie selectate din materia predată până la 1 martie. Pentru subiecte sunt acceptate propuneri de la profesori din toată țara pe adresa de email concurs.nomina@gmail.com.

Concursuri interjudețene

11. Concursul interjudețean de matematică „Radu Miron”, este adresat elevilor din clasele VII-XII. La acest concurs se poate înscrie orice elev cu rezultate bune la concursurile de matematică din anul școlar precedent. Înscrierea se face prin plata taxei de participare de 10 lei/elev. Subiectul, la fiecare clasă, va conține trei probleme cu grade diferite de dificultate; una dintre probleme va fi din Gazeta Matematica. Subiectele de concurs se notează cu note întregi de la 0 la 7 de către fiecare Profesor corector, conform baremelor stabilite de către Comisia de concurs.

12. Concursul interjudețean de matematică „Florica T. Câmpan” La concurs sunt invitați să participe elevi din clasele a V-a, a VI-a, a VII-a și a VIII-a, respectiv câte doi elevi reprezentanți ai școlilor participante pentru fiecare nivel de clasă, din județele: Bacău, Bistrița-Năsăud, Botoșani, Galați, Iași, Neamț, Suceava, Vaslui și Vrancea. La rândul lor, toți profesorii de matematică din zona Moldovei au putut trimite propuneri de subiecte, inclusiv pentru clasa a IV-a, însoțite de soluții și bareme de corectare. Acestea urmează să fie publicate în cartea dedicată mării matematiciene Florica T. Câmpan. Subiectele au putut cuprinde: probleme clasice cu aplicații practice, probleme de perspicacitate, probleme distractive, probleme de logică, situații problemă în matematică.

Concursul este organizat de *Asociația "Florica T. Câmpan"* și *Liceul de Informatică Grigore C. Moisil*, în colaborare cu *Inspectoratul Școlar Județean (ISJ)*, *Facultatea de Matematică din cadrul UAIC* și *Asociația "Recreații Matematice"*. Acest concurs presupune două etape: una



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

locală și una interjudețeană.

13. Concursul interjudețean de matematică „Laurențiu Duican” Organizatorii așteaptă la concurs participanți din toată țara, elevi olimpici, laureați ai Olimpiadei Naționale din clasele VII - XII, problemști, autori de comunicări științifice și profesori colaboratori.

Este organizat sub egida Societății de Științe Matematice din România, Ministerului Educației și Cercetării, a Universității Transilvania Brașov și a Inspectoratului Școlar Județean Brașov. Concursul, cu un real succes pentru mișcarea matematică, a devenit tradiție brașoveană și o prestigioasă competiție de performanță din țară.

În anul 2005 a fost publicată **MONOGRAFIA CONCURSULUI NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "LAURENȚIU DUICAN"** (12 ediții) unicat în literatura concursurilor, Ed.Paralela 45, prin aportul unui puternic colectiv de intelectuali brașoveni, în coordonarea Universității Transilvania, Facultatea de Matematică și Informatică Brașov.

14. Concursul interjudețean de matematică aplicată „Gheorghe Lazăr” Participanți: elevi din clasele VII-XII din unități de învățământ din Sibiu și din județele invitate.

Programul și calendarul Concursului Interjudețean de Matematică „Gheorghe Lazăr” sunt avizate de Comisia Județeană de Matematică. Programa de concurs coincide cu cea pentru faza județeană a olimpiadei de matematică.

Participarea la Concursul Interjudețean de Matematică „Gheorghe Lazăr” este asigurată după cum urmează:

- a) 2 elevi de clasă (VII-XII) pentru județele invitate;
- b) 5 elevi de clasă (VII-XII) pentru județul Sibiu;
- c) cu acordul Comisiei Județene, pot participa și alți elevi, care au avut rezultate bune la concursuri școlare la disciplina matematică.

15. Concursul interjudețean de matematică aplicată „Adolf Haimovic” se adresează elevilor din clasele IX-XII. Competiția se desfășoară pe patru secțiuni: Tehnologic, Uman, Științe ale Naturii și Servicii. Au loc, practic, patru olimpiade, la care participă elevi de la toate profilurile. Nu este cazul celorlalte olimpiade la care participă numai unul-doi elevi de la profilurile de Matematică-Informatică. În total sunt elaborate 16 versiuni de subiecte, la fiecare profil participând elevi din toate cele patru clase de liceu. Subiectele sunt propuse de ISJ.

Este organizat de Facultatea de Construcții de Mașini și Management Industrial (FCMMI), de la Universitatea Tehnică (UTI) Gheorghe Asachi în parteneriat cu Inspectoratul Școlar Județean (ISJ) și Colegiul Tehnic Gh. Asachi.

Premianții concursului beneficiază de facilități pentru admiterea la facultate.

16. Concursul interjudețean de matematică aplicată „Grigore Moisil” se adresează elevilor din clasele IX-XII - **profil M2**. Fiecare unitate școlară poate participa cu câte **4 elevi/an studiu** sau maxim **16 elevi**. La cerere putem asigura cazare la internatul liceului.

Programa de concurs este cea pentru etapa națională a Concursului Național De Matematică Aplicată ”ADOLF HAIMOVIC”



Exemplu: de subiecte date la OLIMPIADA DE MATEMATICĂ Etapa județeană, Brașov, martie 2010:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Clasa a V-a

SUBIECTUL I

Arătați că suma a patru numere naturale consecutive nedivizibile cu **5** este divizibilă cu **10**.

Dacă $6n + 1$ și $6n + 1$ sunt pătrate perfecte, atunci aflați restul împărțirii lui n la **5**, unde $n \in \mathbb{N}$.

Prof. Postolache Camelia

SUBIECTUL II

Aflați ultimele două cifre ale numărului 7^{2010} .

Se consideră mulțimea $M = \{7^n \mid n \in \mathbb{N}\}$. Să se arate că orice submulțime cu **5** elemente a mulțimii M conține cel puțin două numere a căror diferență se divide cu **25**.

Prof. Aurel Bârsan

SUBIECTUL III

Aflați numerele naturale a și b știind că $a^2 + b^2 = 100$.

Arătați că 10^{2008} se poate scrie ca o sumă de două pătrate perfecte.

Arătați că 10^{2009} se poate scrie ca o sumă de patru cuburi perfecte.

Aflați cinci numere naturale a, b, c, d și e astfel încât $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + e^4 = 10^{2010}$

Prof. Dorina Zaharia

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect are 7p.

Timp de lucru 2 ore.

Clasa a VI-a

SUBIECTUL I

Câți divizori numere prime are numărul 2010?

Numerele prime a și b au proprietatea $67a - 67b = 2010$. Arătați că produsul ab are ultima cifră **1** sau **9**. Aflați numerele prime a, b, c cu proprietatea $335a - bc = 2010$

Prof. Dorina Zaharia

SUBIECTUL II

Fie A, O, B puncte coliniare cu $O \in (AB)$ și unghiurile adiacente AOO și COO . Știind că punctele C și D sunt de aceeași parte a dreptei AB , determinați:

Măsura unghiului COD , știind că măsurile unghiurilor AOO și COO sunt direct proporționale cu numerele **5** și **4**, iar măsurile unghiurilor COO și DOB sunt invers proporționale cu numerele **0,5** și **0,3**.

Măsura unghiului AOD , dacă măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOO și COO reprezintă **15%** din măsura unghiului AOB .

Prof. dr. Ioana Mașca

SUBIECTUL III

Să se calculeze suma tuturor elementelor mulțimii

$$A = \left\{ \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \mid a, b \in \mathbb{N}, 1 \leq a \leq 50, 1 \leq b \leq 50 \right\}$$

Prof. Romeo Ilie

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Fiecare subiect are 7p.
Timp de lucru 2 ore.

Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

Descompuneți în factori expresia $xy - x - y + 1$.

Demonstrați că dacă numerele întregi a și b verifică $|a + b| > |1 + ab|$, atunci $ab = 0$.

SUBIECTUL II

Fie n un număr natural, $n \geq 2$. Determinați restul împărțirii numărului $n(n+1)(n+2)$ la $(n-1)$.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL III

Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC$ și $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Punctele S și T se află pe laturile AB , respectiv BC , astfel încât $\widehat{SAT} = \widehat{BCT} = 10^\circ$. Dreptele AT și CS se intersectează în punctul P . Demonstrați că $BT = 2PT$.

SUBIECTUL IV

Considerăm patrulaterul $ABCD$ cu $AD = DC = CB$ și $AB \parallel CD$. Punctele E și F aparțin segmentelor CD și BC astfel încât $\widehat{ADE} = \widehat{AEF}$. Demonstrați că $4CF \leq CB$

Dacă $4CF = CB$, atunci AF este bisectoarea unghiului \widehat{DAF} .

Notă: Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.

Fiecare subiect are 7p.

Timp de lucru 3 ore.

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Arătați că nu putem pune în vârfurile unui cub 8 numere distincte din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$ astfel încât suma numerelor din oricare două vârfuri unite printr-o muchie a cubului să fie divizibilă cu 2.

Arătați că nu putem pune în vârfurile unui cub 8 numere distincte din mulțimea $\{0, 1, 2, 3, \dots, 11, 12\}$ astfel încât suma numerelor din oricare două vârfuri unite printr-o muchie a cubului să fie divizibilă cu 3.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL II

Fie x, y două numere naturale nenule diferite. Arătați că numărul $\frac{(x+y)^2}{x^2+xy^2-x^2y-y^2}$ nu este întreg.

SUBIECTUL III

Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$. Bisectoarele unghiurilor $\widehat{A' C' A}$ și $\widehat{A' A C'}$ intersectează AA' și $A'C'$ în punctele P , respectiv S . Punctul M este piciorul perpendicularei din A' pe $C'P$, iar N este piciorul perpendicularei din A' pe AS . Punctul O este centrul feței $ABB'A'$.

Demonstrați că planele (MNO) și $(AC'B)$ sunt paralele.

Calculați distanța dintre planele (MNO) și $(AC'B)$ știind că $AB = 1$.

SUBIECTUL IV



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PERSONELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Determinați perechile de numere naturale (a, b) care verifică egalitatea

$$a + 2b - b^2 = \sqrt{2a + a^2 + |2a + 1 - 2b|}$$

Notă: Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.

Fiecare subiect are 7p.

Timp de lucru 3 ore.

3. Colaborarea la Gazeta Matematică

Gazeta matematică este prima revistă de matematică din România (în limba română). Primul număr al gazetei a apărut la 15.09.1895. În anul 1988 tirajul Gazetei Matematice a ajuns 120 000 de exemplare, dar după anul 1990 acesta a scăzut dramatic. Conține patru rubrici: 1. Probleme pe cicluri de clase; 2. "Probleme pentru cercurile de elevi"; 3. "Probleme pentru examenele naționale"; 4. Rezolvările problemelor din Gazeta Matematică.

Gazeta Matematică este o publicație a Societății de Științe Matematice din România (SSMR), care printre multe alte activități organizează și Concursul Anual al Rezolvitorilor și Gala Laureatilor și sprijină lotul olimpic al țării noastre la Olimpiadele Internaționale.

Reguli pentru corespondența colaboratorilor la Gazeta-Matematică:

- orice elev poate rezolva și trimite la redacție problemele destinate clasei pe care o urmează, din clasa imediat inferioară, precum și din orice clasă superioară, la sfârșitul soluției scriind numele, prenumele, clasa, școala;
- pe aceeași foaie se va rezolva o singură problemă, începând scrierea cu numărul, apoi enunțul problemei și numele autorului ei, așa cum apar problemele în G.M., urmată de o soluție;
- fiecare plic va conține cel puțin 8 probleme rezolvate din ultimele 3 numere apărute;
- plicurile cu problemele rezolvate trebuie să conțină și borderoul respectivelor probleme, numele, prenumele, școala și localitatea rezolvitorului;

Pe lângă provocarea la rezolvare, pe care o lansează diferitele rubrici de probleme, rezolvarea reprezentând câștigul principal pentru elev, redactarea sub forma cerută de redacție este un antrenament, care chiar dacă pe elevul de azi îl plictisește, profesorului sau cercetătorului de mâine îi este absolut necesar.

Îndemnul de a colabora la Gazeta Matematică la început cu rezolvarea și propunerea de probleme, iar mai târziu cu publicarea unor note și articole este motivat pe lângă multe alte argumente... și de stimulente morale și materiale (rezolvatorii cei mai remarcabili participă în vacanța de vară la o tabără), iar atracția propriului nume tipărit în paginile revistei, a fost și va rămâne un argument de natură să întărească motivația.

Alte publicații de matematică:

2. *Axioma-Supliment matematic.*

3. *Recreații matematice.*

4. *Revista de logică.*

5. *Foaie Matematică (Chișinău).*

6. *Crux Mathematicorum.*

7. *Die Wurzel.*

8. *Eureka.*

9. *Forum Geometricorum.*



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Matematica ON LINE. Există numeroase site-uri și forum-uri ce conțin întrebări și răspunsuri, probleme rezolvate, informații despre concursurile matematice, teste, meditații pentru BACALAUREAT, sau videoclipuri: www.matematic.ro; www.mateonline.net; www.meditaționonline.ro; www.concursurilecomper.ro; www.edu.ro; office@concursurilesmart.ro; www.luminamath.ro; www.concurs-euclid.ro; www.cangurul.ro; www.arhimede.ro; www.evaluareineducatie.ro; www.evaluare-edu.ro; www.viitoriolimpici.ro.

ViitoriOlimpici.ro este un portal de concursuri online, care se adresează elevilor de ciclul primar și gimnazial. Sesiunile de concurs disponibile pe portalul ViitoriOlimpici.ro presupun aprofundarea, exersarea și recapitularea cunoștințelor școlare într-o competiție antrenantă.



Prezintă un concurs școlar la matematică pentru clasele V-VIII.

R: Revezi paragraful 8.5.2. - Exemple.

Să ne reamintim...



- **Cerințe pentru obținerea performanței la matematică:**

- munca individuală;
- participarea la cât mai multe concursuri școlare, olimpiade, etc;
- participarea la o pregătire de specialitate în clase speciale;
- existența unei familii care să se implice activ în viața copilului cu încurajări, stimulente și cu sprijin permanent;
- existența unor cadre didactice competente care să se ocupe special de elevii super-dotați, dornice să se dezvolte și în acest domeniu al performanței la matematică, care să se implice cu dăruire și să mențină în permanență interesul elevilor pentru studiu, să-i motiveze.

8.5.3. Bibliografia suplimentară (Banea, H.,1998, p. 192-193).

Având în vedere particularitățile de vârstă ale elevilor, se prezintă în continuare o listă cu majoritatea cărților de cultură matematică accesibile elevilor, apărute la noi în țară.

Parcursul unor astfel de cărți, creează de cele mai multe ori o stare de confort și bună dispoziție intelectuală provocată de uimirile succesive în fața atâtor aspecte ale aplicațiilor matematicii și a rezolvărilor neașteptate și ingenioase, contribuind la dezvoltarea capacității de sesizare și recepționare a acestor componente intrinseci ale matematicii.

1. I.I. Perelman: *Matematica vie*, Editura de Stat, 1949
2. B. Iosub: *Geometrie recreativă*, Editura Tineretului, 1954
3. B. Iosub: *Aritmetică recreativă*, Editura Tineretului, 1957
4. G. Gamow: *Unu, doi, trei, ..., infinit*, Editura Tineretului, 1958
5. I.I. Perelman: *Astronomia amuzantă*, Editura Tineretului, 1959
6. B.A. Kordemski: *Matematica distractivă*, Editura Tineretului, 1959
7. H. Steinhaus: *Caleidoscop matematic*, Editura Tehnică, 1961
8. G. Gamow, M. Stern: *Enigme matematice*, Editura Științifică, 1961
9. I.I. Perelman: *Aritmetică distractivă*, Editura Tineretului, 1964



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

10. I.I. Perelman: *Algebră recreativă*, Editura Tineretului, 1964
11. I.I. Perelman: *Geometrie distractivă*, Editura Științifică, 1965
12. A.P. Domoread: *Jocuri și probleme distractive de matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, 1965
13. Fl. Câmpan: *Povestea numerelor*, Editura Tineretului, 1965
14. Fl. Câmpan: *Istoria numărului π* , Editura Tineretului, 1965
15. M. Atanasiu: *Mecanica distractivă*, Editura Tineretului, 1966
16. G. Gamow: *1, 2, 3, ..., ∞* , Editura Tineretului, 1967
17. M. Gardner: *Amuzamente matematice*, Editura Științifică, 1968
18. Fl. Câmpan: *Probleme celebre*, Editura Tineretului, 1968
19. V. Smilga: *În goană după frumos*, Editura Tineretului, 1968
20. G. Andonie: *Varia Mathematica*, Editura Tineretului, 1969
21. Ed. Nicolau: *Clubul logicienilor*, Editura Didactică și Pedagogică, 1970
22. A.I. Ostrovski: *Simple și totuși*, Editura Enciclopedică, 1970
23. M. Gardner: *Alte amuzamente matematice*, Editura Științifică, 1970
24. M. Atanasiu: *Ordine în complicație*, Editura Albatros, 1971
25. P. Constantinescu: *Jocuri și probleme distractive*, Editura Albatros, 1971
26. E. Rusu: *De la Tales la Einstein*, Editura Albatros, 1971
27. Fl. Câmpan: *Probleme celebre*, Editura Albatros, 1972
28. Fl. Câmpan: *A doua carte cu probleme celebre*, Editura Albatros, 1972
29. Fl. Câmpan: *Printre linii și suprafețe*, Editura I. Creangă, 1973
30. H.R. Radian, T.J. Radian: *Recreații matematice*, Editura Albatros, 1973
31. Fl. Câmpan: *Din istoria câtorva numere de seamă*, Editura Albatros, 1973
32. L. Görke, ș.a.: *În jurul matematicii*, Editura I. Creangă, 1974
33. Fl. Câmpan: *Triunghiuri, triunghiuri și iar triunghiuri*, Editura I. Creangă, 1974
34. Ch.W. Trigg: *Ingeniozitate și surpriză în matematică*, Editura Enciclopedică, 1975
35. Fl. Câmpan: *De la papirusul Rhind la calculatorul electronic*, Editura I. Creangă, 1975
36. Fl. Câmpan: *A treia carte cu probleme celebre*, Editura Albatros, 1976
37. Fl. Câmpan: *Povestea numărului π* , Editura Albatros, 1977
38. T. Popescu: *Retrospectivă matematică*, Editura Litera, 1977
39. G. Andonie: *Varia Mathematica*, (ed. a II-a), Editura Albatros, 1977
40. Fl. Câmpan: *Vechi și nou în matematică*, Editura I. Creangă, 1978
41. V. Bobancu: *Caleidoscop matematic*, Editura Albatros, 1979
42. T. Popescu: *Retrospectivă matematică, vol. II*, Editura Litera, 1980
43. Ed. Nicolau: *Din nou la clubul logicienilor*, Editura I. Creangă, 1980
44. N. Opreșiu: *Mai în glumă mai în serios*, Editura Dacia 1981
45. H.R. Radian: *Cartea proporțiilor*, Editura Meridiane, 1981
46. D. Lăzărescu: *Paleoaritmetica și alte probleme de logică*, Editura Albatros, 1981
47. Fl. Câmpan: *Povești despre numere măiestre*, Editura Albatros, 1981
48. A. Hollinger: *Dialoguri matematice*, Editura I. Creangă, 1982
49. T. Popescu: *Retrospective matematice, vol. III*, Editura Litera, 1982
50. Fl. Câmpan: *Licuriții din adâncuri*, Editura Albatros, 1983
51. N. Opreșiu: *Olimpiada jocurilor raționale*, Editura Dacia, 1984
52. Gh. Păun: *Între matematică și jocuri*, Editura Albatros, 1986
53. T. Popescu: *Matematica de vacanță*, Editura Sport-Turism, 1986
54. I. Achiri: *Sofisme matematice*, Editura Știința Chișinău, 1992



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

55. R. Courant, H. Robbins: *Ce este matematica*, Editura Științifică, 1969
56. G. Pólya: *Descoperirea în matematică*, Editura Științifică, 1971
57. Eg. Colerus: *De la tabla înmulțirii la integrală*, Editura Științifică, 1967
58. Eg. Colerus: *De la punct la a patra dimensiune*, Editura Științifică, 1967
59. Gh. Păun: *Matematica, un spectacol?* Editura Științifică și Enciclopedică, 1988
60. N. Wiener: *Sunt matematician*, Editura Politică, 1972
61. O. Becker: *Măreția și limitele gândirii matematice*, Editura Științifică, 1968

Primul pas în recomandarea bibliografiei suplimentare de acest tip, ar fi realizarea unui fișier cu cărțile din biblioteca școlii, sau cu articole din revistele existente în colecție.



8.6. Rezumat

În această unitate de învățare se prezintă problemele specifice ale succesului și insuccesului școlar. Astfel, se definesc conceptele de: succes și insucces școlar și se enumeră factorii insuccesului școlar, precum și metodele de prevenire a acestuia. Se caracterizează performanța în matematică și se expun informații referitoare la activitățile matematice cu elevii, în afara orelor de clasă: concursurile școlare la matematică, cercurile de elevi. Se prezintă o listă bibliografică suplimentară cu conținut matematic adresată elevilor, sunt date unele informații referitoare la colaborarea la Gazeta Matematică.



8.7. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Enumeră factorii insuccesului școlar și metodele de prevenire a acestuia.
2. Elaborează un plan de desfășurare a unei ședințe a cercului de matematică la clasa a VI-a.
3. Prezintă informații referitoare la două concursuri școlare la matematică.
4. Enumeră trei lucrări care pot fi utilizate ca bibliografie suplimentară la studiul geometriei plane.



8.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi paragrafele: 8.4.1. și 8.4.2.
2. Revedi paragraful 8.5.2.
3. Revedi paragraful 8.5.2.
4. Revedi paragraful 8.5.3.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Unitatea de învățare 9. Diferențiere și individualizare la matematică

Cuprins

9.1. Introducere.....	321
9.2. Competențe.....	322
9.3. Problematika elevilor integrați	322
9.4. Modalități de diferențiere și individualizare în munca cu elevii în cadrul lecțiilor de matematică	323
9.4.1. Educația diferențiată și individualizată – alternativă strategică pentru îmbunătățirea performanțelor școlare	323
9.4.2. Valențe pedagogice ale muncii independente în activitatea frontală, individuală și pe grupe	328
9.5. Rezumat	343
9.6. Test de autoevaluare	343
9.7. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	343
Temă de control 3	343

9.1. Introducere



Munca de învățare la matematică reprezintă o tensiune, o încordare, o “ardere” a spiritului care înseamnă antrenarea gândirii logice în primul rând și în acest sens devine destul de grea.

Profesorul este managerul clasei pe care o conduce. El formează elevii în cadrul unui proces educațional în care instrucția își are rolul bine determinat, dar nu preponderent. El va trebui să-și formeze, în timp, competențele manageriale și să dezvolte la clasă anumite tipuri de relații, care să favorizeze cunoașterea elevilor și tratarea lor diferențiată și individuală.

Fiecare individ reprezintă un unicat al colectivității, al speciei sale. Într-o clasă sunt tot atâtea individualități câți elevi sunt.

Fiecare elev constituie un caz având condițiile sale specifice de viață, experiențele proprii, caracteristicile sale, originalitatea sa.

Eșecurile școlare se produc și din cauza tratării nediferențiate de către cadrul didactic a anumitor elevi, din cauza tratării identice a unor situații diferite, fapt ce duce la adâncirea inegalităților dintre elevi.

Experiența acumulată până acum în țara noastră și peste hotare, demonstrează că, hotărâtoare în asigurarea reușitei la învățătură este munca diferențiată cu elevii în funcție de particularitățile lor de vârstă și individuale, pentru a asigura fiecăruia posibilitatea de a se dezvolta și pregăti la nivelul capacităților sale.

O premisă indispensabilă pentru asigurarea reușitei fiecărui elev și realizarea unor performanțe cât mai apropiate de potențialul său intelectual o constituie tratarea diferențiată și individualizarea instruirii.

O tratare diferențiată și individualizată a elevilor în procesul învățării ar putea apropia învățământul românesc de generosul ideal al “educației pentru toți copiii- educație pentru fiecare”.

Această unitate de învățare are ca scop familiarizarea cu problemele specifice ale elevilor integrați, precum și ale diferențierii și individualizării în lecția de matematică.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



9.2. Competențele unității de învățare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să caracterizeze situația elevilor integrați;
- să definească conceptele de: diferențiere și individualizare;
- să caracterizeze activitatea frontală, individuală și pe grupe la matematică;
- să aplice modalitățile de diferențiere și individualizare în munca cu elevii în cadrul lecțiilor de matematică;
- să întocmească fișe de muncă independentă pe grupe de nivel;
- să realizeze probe de evaluare diferențiate.



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 2 ore.

9.3. Problematika elevilor integrați

Educația specială este forma de educație adaptată și destinată tuturor copiilor cu cerințe educative speciale (**C.E.S.**) care nu reușesc singuri să atingă un nivel de educație corespunzător vârstei și cerințelor societății pentru un om activ, autonom și independent. (Metodologie de organizare și funcționare a serviciilor educaționale prin cadre didactice de sprijin/itinerante - 6.12.2004).

Educația specială este un tip de educație adaptată și destinată persoanelor care nu reușesc (sau este puțin probabil ca vor reuși) să atingă în cadrul învățământului obișnuit - temporar sau pe toată durata școlărității - nivele educative și sociale corespunzătoare vârstei. (Integrare în comunitate a copiilor cu C.E.S. - Ministerul Învățământului și Reprezentanța UNICEF în România - 1966).

Deficiența mentală indică, așa cum sugerează și termenul, o scădere sau diminuare de un anumit grad a funcțiilor cognitive (intelectuale), fapt care duce la o reducere semnificativă a competenței sociale a celui în cauză (sau, altfel spus, la limitări serioase în comportamentul adaptativ al persoanei, care va face față greu cerințelor vieții cotidiene și standardelor comunității căreia îi aparține). Activitatea (funcționarea) intelectuală generală se măsoară printr-un coeficient de inteligență (Q.I.) stabilit prin evaluarea rezultatelor obținute în urma aplicării unuia sau a mai multor teste de inteligență standardizate, administrate individual. Luându-se în considerare acest criteriu al coeficientului de inteligență, deficiența mentală desemnează toate acele forme de activitate intelectuală generală situate semnificativ sub medie (Q.I. de aproximativ 70 sau sub 70). Conform clasificării oferite de **Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders (DSM IV 1994)**, există, în principal, patru grade de retardare (întârziere) mentală.

Retardarea mentală ușoară (sau deficiența mentală de graniță) este corespunzătoare unui Q.I. cuprins între 50-55 și 70. Acest nivel de întârziere mentală reprezintă cel mai larg segment al retardării mentale (aproximativ 85%) și este, în linii mari, echivalent cu ceea ce se obișnuiește a se numi, din punct de vedere pedagogic, "categoria educabililor". Persoanele cu un nivel de retardare mentală ușoară au posibilitatea să dobândească, în perioada preșcolară, unele abilități sociale (de comunicare) și unele deprinderi de autoservire. Până la sfârșitul adolescenței pot achiziționa deprinderi școlare și pot atinge nivelul educațional specific clasei a VI-a. În decursul perioadei adulte dobândește deprinderi sociale și profesionale adecvate întreținerii proprii, dar au nevoie de supraveghere, consiliere și asistență, mai ales în situații care angajează responsabilitatea socială sau în cele de stres social-economic. Cu un suport social corespunzător, persoanele cu retardare mentală ușoară pot fi integrate cu succes în familii sau pot trăi în spații amenajate, independente sau supravegheate.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Deficiența mentală, indiferent de cauzele generatoare sau de modalitatea explicării apariției și evoluției sale, este cea mai gravă formă de deficiență, deoarece alterează individul la aproape toate nivelurile. (Șchiopu, U., Verza, E., 1995) Ea implică dificultăți în cele mai diverse cazuri, de la inserție și acceptare socială, până la învățare, în sensul larg al cuvântului. În cazul acestor copii se impune o atenție deosebită deoarece pe lângă un intelect precar, s-au remarcat și deficiențe de limbaj. În acest caz, învățarea individualizată are un rol covârșitor. Integrarea lor alături de alți elevi în rezolvarea de sarcini pe măsura puterilor lor, făcând apel la dorința general umană de a ajuta a colegilor va conduce la mici progrese și în aceste cazuri.

Acești copii provin de multe ori din familii dezorganizate, tarele lor fiind, cele mai multe, căpătate genetic, dar și datorate unei îngrijiri defectuoase și unei substimulări intelectuale în familie.



Explică ce se înțelege prin educație specială?

R: Revezi paragraful 9.3.



Să ne reamintim...

- **Educația specială** este forma de educație adaptată și destinată tuturor copiilor cu cerințe educative speciale (C.E.S.) care nu reușesc singuri să atingă un nivel de educație corespunzător vârstei și cerințelor societății pentru un om activ, autonom și independent.

9.4. Modalități de diferențiere și individualizare în munca cu elevii în cadrul lecțiilor de matematică

Cunoașterea individualității elevilor constituie un factor important în prevenirea, depistarea, combaterea eșecului școlar.

Prin **diferențierea și individualizarea activității**, manifestând mult optimism, se poate sădi în sufletele copiilor bucuria succesului.

Pentru a-i ajuta pe elevi să progreseze la învățatură, potrivit particularităților de vârstă, nivelului de pregătire al acestora, se recomandă **abordarea învățământului diferențiat, munca pe grupe sau în echipă**.

9.4.1. Educația diferențiată și individualizată – alternativă strategică pentru îmbunătățirea performanțelor școlare

Diferențierea și individualizarea instruirii constituie o problemă pedagogică veche, dar mereu actuală, deoarece oamenii se deosebesc unii de alții nu doar în ceea ce privește felul lor de a gândi și a fi, ci și prin capacitatea și ritmul de învățare, prin atitudinea față de aceasta. (Jinga, I., 2005).

Alături de alte virtuți pe care le are, **diferențierea învățământului** constituie calea principală de ameliorare a randamentului școlar, de prevenire și lichidare a rămânerii în urmă la învățatură, în special la matematică. Ea reprezintă strategia de adaptare a structurilor, conținutului învățământului, a metodologiei și tehnologiei didactice și a formelor de organizare a instruirii, la posibilitățile și particularitățile copiilor.

Individualizarea învățământului trebuie să vizeze pe toți elevii, pe cei cu un nivel ridicat ajutându-i să-și dezvolte capacitățile la un nivel și mai înalt, pe cei cu un nivel scăzut ajutându-i să realizeze cerințele minime.

Organizarea **activității diferențiate pe grupe de elevi** este foarte necesară la obiectul matematică întrucât la acest obiect se constată cele mai frecvente rămăneri în urmă la învățatură și cele mai mari diferențe între elevi, iar dificultățile întâmpinate au cauze foarte diferite, ce nu pot fi combătute decât prin exerciții concepute în mod adecvat.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Abordarea *tratării diferențiate* are ca punct de plecare ideea deosebiriilor individuale dintre elevi în ceea ce privește capacitatea de asimilare a cunoștințelor, a ritmului de învățare, când volumul cunoștințelor este în continuă creștere și conținutul se complică mereu.

Prevenirea eșecului școlar și a rămânerii în urmă la învățatură, prin ajutorul prompt și adecvat acordat elevilor cu dificultăți la învățatură, astfel încât în cel mai scurt timp ei să se reintegreze în activitatea clasei.

Strategia diferențierii învățământului conduce la o gamă foarte variată de forme de lucru și modalități de organizare a activității didactice. O lecție modernă se poate realiza prin munca diferențiată cu elevii: întrebări adresate elevilor, sarcinile privind munca în grup sau munca independentă (pe caiete, pe fișe, la tablă), sarcinile date în activitatea practică. Munca diferențiată nu înseamnă scăderea exigenței sau reducerea volumului de cunoștințe. Limita minimă în stabilirea sarcinilor muncii diferențiate o reprezintă prevederile programei școlare.

Pentru elevii cu un nivel scăzut la învățatură, cu un ritm lent de activitate intelectuală, cu posibilități limitate se vor da sarcini de nivel reproductiv și de recunoaștere pentru a-i ajuta să realizeze obiectivele programei de geometrie la nivel minimal(5-6). Acestea vizează:

- a) să aplice proprietăți și definiții simple în probleme de calcul;
- b) să recunoască prin desen figurile geometrice studiate;
- c) să identifice figuri plane pe corpuri geometrice;
- d) să utilizeze reprezentări pentru clarificarea unor enunțuri;
- e) să verifice validitatea unei generalizări, pe exemple;
- f) să recunoască informații cu caracter matematic;
- g) să expună demersuri de rezolvare a unei probleme.

O altă categorie de sarcini angajează intelectul mai plinar, fiind vorba de probleme mai complexe de calcul, în care se utilizează algoritmi simpli, rezolvarea unor probleme care solicita transfer de cunoștințe și tehnici, exemple noi, rezolvări variate. Obiectivele vizate(7-8) sunt:

- a) să utilizeze definiții, teoreme, proprietăți în probleme de calcul și de demonstrație;
- b) să reprezinte prin desen corpuri și figuri geometrice studiate;
- c) să utilizeze simetria unui punct/segment față de o dreaptă;
- d) să folosească metode variate pentru demonstrarea unor enunțuri, cu mici greșeli de calcul;
- e) să construiască generalizări justificate ale problemelor;
- f) să înțeleagă, separe și combine secvențe complexe de informație;
- g) să expună logic propriile demersuri de rezolvare a unei probleme.(Competențe generale/ Standarde de performanță-Programa de evaluare națională, 2011-2012)

O a treia categorie de sarcini se înscrie în planul creativității. Li se cere elevilor să interpreteze, să descopere noi aspecte, relații, să construiască noi sisteme, să inventeze, să efectueze calcule care solicită creativitatea, să rezolve și să compună probleme, etc. Obiectivele vizate(9-10) sunt:

- a) să utilizeze definiții, teoreme, proprietăți, în probleme de calcul și de demonstrație;
- b) să identifice și să facă legături conexe între noțiuni;
- c) să reprezinte corect prin desen corpuri și figuri geometrice studiate;
- d) să identifice și să utilizeze corect proprietățile de simetrie ale unui punct/segment față de o dreaptă;
- e) să identifice și să folosească metode variate pentru demonstrarea unor enunțuri;
- f) să identifice și să construiască generalizări ale problemelor;
- g) să verifice validitatea generalizării;
- h) să înțeleagă, identifice, separe și combine secvențe complexe de informație;
- i) să expună logic și detaliat propriile demersuri de rezolvare a unei probleme.(Competențe generale/Standarde de performanță-Programa de evaluare națională, 2011-2012)

În condițiile învățământului organizat pe clase și lecții sunt necesare anumite instrumente de lucru adecvate. În acest sens, *fișele* constituie un sprijin eficient în vederea realizării obiectivelor



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

urmărite. **Aplicarea fișelor de lucru individual** permite elevului să rezolve sarcinile în ritm propriu, conform capacităților și nivelului său de cunoștințe, priceperi și deprinderi.

Elevii care întâmpină dificultăți în asimilarea cunoștințelor vor rezolva **fișe de recuperare** pentru înlăturarea lacunelor, toți elevii vor rezolva **fișe de lucru cu grade de dificultate progresive**, iar **fișele de dezvoltare** vor fi rezolvate de elevii cu un nivel mai ridicat decât nivelul clasei. **Fișele de autoinstruire** sunt **temele pentru acasă**, care și ele trebuie date diferențiat. Una din cauzele principale care provoacă rămânerea în urmă la învățătură a unor elevi o constituie lipsa tratării diferențiate în stabilirea temelor pentru acasă. (Stănescu, I., Popa Balaci, N., 2000). Nu se renunță la temele pentru acasă comune întregii clase care au un scop bine definit și anume acela de a contribui la însușirea elementelor esențiale unui conținut. (<http://ro.scribd.com/doc/61080796/Munca-Diferentiata-premisa-a-Succesului-Școlar>) Dar, în momentul în care în clasă sunt elevi cu niveluri diferite de pregătire, eficacitatea temei pentru acasă apare odată cu diferențierea acestora. Diferențierea, raportată la cerințele tratării individuale și ale accesibilității, constă în alcătuirea temelor pe măsura posibilităților elevilor, pentru înlăturarea lacunelor din cunoștințele elevilor cu probleme la învățătură, în vederea atingerii nivelului minim al programei școlare. Același articol din „Tribuna învățământului” sugerează două variante de a da tema pentru acasă cu scopul de a-i ajuta pe copiii cu pregătire slabă. Prima variantă spune că se poate da tema comună întregii clase, structurată pe principiul accesibilității. Tema are o gradare treptată a dificultăților, dând astfel posibilitatea elevilor de a efectua parțial sau integral tema pe măsura pregătirii lor. A doua variantă propune efectuarea de către elevi a unor teme suplimentare, pornind de la lacunele descoperite în urma testării inițiale, fără a supraîncărca elevul. În concluzie, temele pentru acasă sau fișele de autoinstruire devin o formă superioară a muncii independente, care contribuie într-o măsură deosebită la obținerea succesului școlar. Prin activitatea independentă elevul este pus în situația de a-și folosi propriile achiziții, devine responsabil și implicat în realizarea sarcinii date, depune efort propriu, se concentrează și își impune un ritm de lucru. El știe că va fi verificat și apreciat, astfel sporindu-i încrederea în forțele proprii. Sarcinile muncii independente cultivă elevului inițiativa, flexibilitatea gândirii, originalitatea, perspicacitatea și imaginația. De asemenea, dezvoltă priceperea de a-și organiza timpul.

În concluzie, faptul că toți elevii au acces la educație în mod egal ne obligă pe noi, cadrele didactice, să le oferim seturi de experiențe de învățare pe măsură. Diferențierea sarcinilor în cadrul activităților independente presupune cunoașterea elevilor, a particularităților lor de vârstă și individuale. Se impune cunoașterea aptitudinilor, intereselor, caracteristicile proceselor intelectuale, afective și volitive, rezistența la efort intelectual. Cadrul didactic ia cunoștință de nivelul pregătirii anterioare prin evaluarea inițială, decide care noțiuni sunt asimilate corect și care eronate, care deprinderi sunt formate corect și care nu sunt consolidate. Plecând de aici profesorul diferențiază sarcinile activității independente, trecând de la învățământul pentru toți la învățământul pentru fiecare. (<http://ro.scribd.com/doc/61080796/Munca-Diferentiata-premisa-a-Succesului-Școlar>)

Strategia diferențierii și individualizării la matematică dispune de aceeași metodologie ca orice strategie globală de instruire: de la obișnuitele conversații, demonstrații și explicații la exercițiile și instrumentele muncii intelectuale eficiente, de la tehnica fișelor de muncă independentă la tehnicile intuitive, iconice și simbolice, de la formele învățării individuale la cele ale învățării în grupuri mici. Toate acestea și altele urmăresc eficiența internă a învățării și predării matematicii.



Exemplu de tratare diferențiată

de fișe de exerciții cu dificultăți crescânde- clasa a VII-a-Patruțere



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Prima fișă cuprinde probleme mai ușoare, a doua probleme de nivel mediu și a treia mai dificile. Profesorul îndrumă și ajută mai mult pe cei cu posibilități reduse în rezolvare.

Fișa nr.1 (Probleme simple de calcul)

1. Dacă $AB=5\text{cm}$, $AC=6\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, atunci perimetrul triunghiului ABC este egal cu.....cm

2. Dacă un teren în formă de pătrat are latura de 25 m atunci aria terenului este: a) 625m^2
b) 100m^2 c) 50m^2 d) $62,5\text{m}^2$

Fișa nr.2 (Probleme complexe de calcul)

1. O parte de acoperiș în formă de trapez cu bazele de 12 m și 6 m și înălțimea de 4,5 m se acoperă cu țiglă. a) Calculează: suprafața părții de acoperiș;

b) Dacă pentru 1m^2 de acoperiș sunt necesare 8 țigle, află de câte țigle este nevoie pentru ca să se acopere partea de acoperiș?

2. Într-un triunghi cu perimetrul de 90 cm, având laturile direct proporționale cu numerele 3,5,6 calculează lungimile laturilor triunghiului.

Fișa nr.3 (Probleme de calcul care solicită creativitatea)

1. Laturile neoparalele AB și CD ale trapezului ABCD se intersectează în punctul P. Știind că $AB=8$, $AD=12$, $DC=15$, $BC=9$, calculează lungimile PA, PB, PC, PD.

2. În triunghiul MNP, $MN=10$, $NP=12$, $PM=8$. Calculează lungimea segmentelor determinate de bisectoarele interioare pe laturile opuse.



Exemplu de tratare diferențiată

Se explică modul de organizare a clasei și se exemplifică sarcinile proiectate pentru o secvență didactică ce vizează tratarea diferențiată, Știind că aproximativ jumătate din elevii clasei a VIII-a, au dovedit în urma evaluării cunoștințelor că nu stăpânesc reprezentarea grafică a funcției de gradul I.

Varianta 1

Elevii vor primi fișa de lucru și vor fi împărțiți și în grupe în funcție de nivelul de pregătire.

O parte dintre exerciții sunt astfel construite încât să ajute elevii care au dovedit că nu și-au însușit suficient reprezentarea grafică a funcției de gradul I-FIȘA DE LUCRU 1, iar elevii mai buni lucrează cu un alt set de probleme de grad de dificultate mai mare. FIȘA DE LUCRU 2 .

FUNCTII - FIȘA DE LUCRU (1) -de recuperare-nivel scăzut

I. Alegeți răspunsul corect. Numai un răspuns este corect.

1. Fie funcția $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x)=2x$. Dintre punctele $M(1,1)$; $N(4; 8)$; $P(2; 4)$; $Q(3,5)$ cel care aparține G_f este:

A. M B. N C. P D. Q

2. Fie funcția $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x)=x+1$. Mulțimea $\text{Im}f$ este egală cu:

A. $\{1,2,3\}$ B. $\{2,3,4\}$ C. $\{3,4,5\}$ D. $\{1,2,3,4\}$

3. Fie funcția $f: \{-1, 0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(x)=x$. Mulțimea G_f are un număr de elemente egal cu:

A. 1 B. 0 C. 3 D. 4

II. Completați enunțurile de mai jos astfel încât să obțineți propoziții adevărate.

4. Pentru funcția $f: \{0,1, 2, 4\} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x)=x-11$, domeniul de definiție este , codomeniul este iar legea de corespondență a funcției este.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

5. Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x$ atunci $f(1) =$.

6. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$. Valoarea de adevăr a propoziției " $A(-1; -2) \in G_f$ " este:

III. Scrieti rezolvarile complete.

7. Reprezentați geometric graficele funcțiilor:

a) $f: \{0, 1, 2\} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x + 2$; b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 2$.

8. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax - 4$. Determinați numărul întreg a știind că punctul $P(5; 6)$ aparține graficului funcției.

FIȘA DE LUCRU (2)-de dezvoltare-nivel bun

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$. Calculați $f(3) + f(-3)$.

2. Verifica și dacă punctul $A(2; -3)$ se află pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$.

3. Aflați numărul real a , astfel încât punctul $A(1; -3)$ să aparțină graficului funcției

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 3) \cdot a + 1$.

4. Reprezentați grafic funcțiile:

a) $f: \{-3; -1; 0; 2; 3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$

b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 3$.

5. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$.

a) Determinați coordonatele punctelor de intersecție a graficului funcției f cu axele de coordonate.

b) Reprezentați grafic funcției f .

e) Aflați tangenta unghiului format de graficul funcției f și axa ordonatelor.

d) Calculați aria și perimetrul triunghiului determinat de graficul funcției f și axele de coordonate.

e) Calculați distanța de la originea axelor la graficul funcției.

6. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$.

a) Reprezentați grafic funcției f .

b) Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $f(x) = 7$.

e) Rezolvați în \mathbb{R} inecuația $f(x) - 5 < x$.

d) Determinați mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) + 21 \leq 6\}$.

Varianta 2

Dacă elevii nu și-au însușit, în proporție de peste 50% , reprezentarea grafică a funcției de gradul I:

- Se împarte clasa în 2 grupe, grupa celor care și-au asimilat reprezentarea funcției (grupa I) și grupa celor care trebuie ajutați să și-o însușească (grupa a II-a).
- Se repetă noțiunile de bază legate de funcția de gradul I: domeniu, codomeniu, reprezentarea unui punct în sistemul cartezian xOy
- Sunt solicitați elevii din prima grupă să dea exemple de direct proporționalități : distanță parcursă- timp, cantitate-preț total, etc.
- Elevii sunt împărțiți în subgrupe de 3-4 elevi Ia, Ib, ..., respectiv Iia, Iib, ...fiecărei grupe Ia asociindu-i-se o grupă Iia. Cei din prima grupă "valorică" vor trebui să compună exerciții simple pentru cei din grupa a II-a: reprezentarea pe axe a numerelor pozitive și negative, calcularea $f(x)$ pentru diverse valori ale lui x , reprezentarea în sistem cartezian a perechilor de valori $(x, f(x))$
- Elevii din subgrupele II prezintă în plen rezolvarea unuia dintre exercițiile propuse de cei din grupa I.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- Se mărește gradul de dificultate dacă se constată progres : se trece la reprezentări grafice ale funcțiilor, se modifică sau se diversifică domeniile de definiție, se calculează pe cale grafică valori ale funcției.

9.4.2. Valențe pedagogice ale muncii independente în activitatea frontală, individuală și pe grupe

Cele trei forme de organizare a activității în cadrul lecției sunt: frontală, individuală și pe grupe. Asigurarea unui randament dorit al activității școlare se poate obține prin îmbinarea celor trei forme în activități diferențiate.

1. Învățământul frontal ca mod de organizare a procesului didactic este și una dintre formele de organizare a muncii elevilor în cadrul lecției.

La activitatea frontală, dascălul ajută elevul să înțeleagă noile cunoștințe, trecând apoi la munca independentă, unde fiecare își manifestă inițiativa.

Cu toate ca învățământul frontal prezintă unele dezavantaje, el nu poate fi eliminat din procesul de învățământ, deoarece în cadrul activității frontale profesorul explică ceea ce elevii nu au înțeles, face demonstrații logice pe care elevii nu le-ar putea face singuri.

Inițiativa, creativitatea și munca independentă a elevilor presupune însușirea de către aceștia a unor tehnici de muncă intelectuală, pe care le învață de la cadrul didactic.

Tot în cadrul muncii frontale, elevii își însușesc și algoritmi de calcul, necesari în munca independentă individuală și pe grupe. Stăpânind bine cunoștințele asimilate și tehnicile de muncă intelectuală, prin efort personal, elevii vor fi capabili să se educe permanent, școala învățându-i cum să învețe.

Rezolvarea de exerciții variate, precum și a diferitelor tipuri de probleme se fac tot în activități frontale. În lecțiile de consolidare a cunoștințelor bazate numai pe activitatea independentă a elevilor există momente de activitate frontală: explicarea cerințelor care trebuie rezolvate din: fișă, proba de control sau munca pe caiete, precum și aprecierile care se fac asupra modului de lucru.

Necesitatea dezvoltării inițiativei elevilor, punerea lor în situația de a găsi singuri mijloace de rezolvare a diferitelor probleme și situații noi, care să le solicite gândirea, imaginația, căutarea de soluții originale, rezolvarea problemelor pe mai multe căi, impune ca în procesul didactic să se utilizeze alături de învățământul frontal și organizarea individuală și cea pe grupe.

2. Învățământul pe grupe se pretează mai ales în clasele în care elevii au niveluri și aptitudini eterogene, profesorul împărțind clasa în grupe corespunzătoare cu diversele niveluri de cunoștințe ale elevilor. Într-o clasă eterogenă învățământul pe grupe se poate organiza în două moduri: grupe omogene și grupe eterogene.

Grupele omogene sunt formate din elevi care au cam același nivel de inteligență, aceleași aptitudini. După nivelul de pregătire, grupele se împart în: grupa elevilor buni, grupa elevilor mediocri și grupa elevilor slabi. Temele date sunt diferențiate în raport cu posibilitățile grupei.

Grupele eterogene sunt formate din elevi cu niveluri diferite de inteligență, performanță, studiu sau aptitudini. Temele date spre rezolvare sunt de aceeași dificultate, de obicei de dificultate medie. Un aspect pozitiv al acestor grupe este că ele ajută la formarea unor relații trainice, obișnuindu-i pe elevi să se ajute unii pe alții, să ceară sprijinul într-o situație problemă, îi învață cum să critice sau să primească observațiile colegilor - lucruri necesare în viața profesională de mai târziu.



Exemple de tratare pe grupe eterogene

Se explică modul de organizare a clasei și se exemplifică sarcinile proiectate pentru o secvență didactică ce vizează tratarea diferențiată, știind că aproximativ jumătate din elevii clasei a VIII-a, au dovedit în urma evaluării



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

cunoștințelor că nu stăpânesc reprezentarea grafică a funcției de gradul I.

Soluția 1

Se va organiza întreaga clasă pe 4-5 grupe de lucru eterogene. Fiecare grupă va cuprinde elevi slab pregătiți, elevi mediu pregătiți și elevi bine pregătiți. O grupă nu va fi mai mare de 5-6 elevi.

Secvența didactică cu tema de reprezentare grafică a funcției de gradul I va cuprinde trei etape specifice:

a) etapa frontală - inițiere în reprezentarea grafică a funcțiilor afine, cu durata de 10 minute.

Se vor prezenta 3 exemple de funcții:

- o funcție liniară definită pe o mulțime finită de elemente: $f: \{1;2;3\} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x)=2x-1$;
- o funcție liniară definită pe un interval mărginit de numere reale: $f: (-1;4] \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x)=2x-1$;
- o funcție liniară definită pe un interval nemărginit de numere reale: $f: (-2;\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x)=2x-1$

Se va insista pe respectarea unui **algoritm de reprezentare grafică** :

- realizarea tabelului de valori;
- completarea tabelului cu valori prin efectuarea de calcule;
- reprezentarea grafică a sistemului de axe ortogonale Ox și Oy ;
- stabilirea prin notare a punctelor din grafic în concordanță cu tabelul de valori obținut;
- marcarea pe grafic a punctelor stabilite și trasarea graficului funcției.

Se vor evidenția asemănări și deosebiri în structura graficelor obținute ținând cont de domeniile de definiție alese.

b) etapa individuală/pe grup

- se vor distribui 4-5 fișe de lucru (în număr egal cu grupurile de elevi realizate), fiecărui grup revenindu-i o singură fișă cu 2-3 reprezentări grafice.
- exemple de itemi din cele 4 fișe ar putea fi cei de mai jos:

FIȘA 1 - reprezentați grafic următoarele funcții

- a. $f: \{-1;0;2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$
- b. $f: [1;4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x+1$

FIȘA 2 - reprezentați grafic următoarele funcții

- a. $f: \{-2;1;3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$
- b. $f: [-1;3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$

FIȘA 3 - reprezentați grafic următoarele funcții

- a. $f: \{-1;1;2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-2$
- b. $f: (1;\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x-1$

FIȘA 4 - reprezentați grafic următoarele funcții

- a. $f: \{-1;0;2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$
- b. $f: (-\infty;2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=-x-1$

- se va atribui un punctaj cuprins între 0 și 10 puncte pentru fiecare fișă;
- timpul de lucru pentru fiecare fișă - 10 minute;
- se vor realiza permutări circulare ale fișelor între grupurile de lucru :

Grupa1 ← Grupa2 ← Grupa3 ← Grupa4 ← Grupa1 ș.a.m.d.

- fiecare echipaj va primi un punctaj final egal cu suma punctajelor aferente fișelor primite.

c) etapa finală - se vor comenta rezultatele obținute și se va repeta procedeul într-o oră consecutivă din săptămâna curentă în scopul ameliorării rezultatelor.

Soluția 2

Se va începe cu o recapitulare a noțiunilor teoretice: definiția funcției, exemple, grafice de funcții având domenii de definiție diferite, condiția pentru ca un punct să aparțină graficului unei funcții date.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Aceasta recapitulare se va face împreună cu elevii care au reușit să-și însușească noțiunile, iar apoi se va propune un set de exerciții care se vor rezolva la tablă sub îndrumarea profesorului.

Exerciții propuse spre rezolvare:

1. Reprezintă grafic funcțiile:

a) $f: \{-2, -1, 0, 1, 3\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x+1$

b) $f: (-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = -2x$

c) $g: [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{x}{3} + 1$

d) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = 3x-2$

2. Care din următoarele puncte aparțin graficului funcției

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = 1,4x - 1,6$$

$$A(-9,16), \quad B(-1,3), \quad C(0, \sqrt{2}), \quad D(4,-5), \quad E(9,-13) ?$$

3. Se dau punctele $A(-16,-50)$, $B(1,2)$, $C(4,11)$ și $D(37,100)$. Arată că punctele A, B, și C nu sunt coliniare, dar B, C și D sunt coliniare.

4. Determină funcțiile $f, g, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, știind că :

a) $f(x) = -3x+b$ și graficul funcției trece prin punctul $A(3,-7)$;

b) graficul funcției g este dreapta OB, O fiind originea sistemului de axe și $B(\sqrt{3}, \sqrt{6})$;

c) graficul funcției h este dreapta CD unde $C(4,5)$ și $D(-2,-7)$.

Observație: Tema pentru acasă va conține exerciții asemănătoare celor rezolvate în clasă.

Oricare ar fi natura grupelor, ele au un caracter temporar și dinamic în raport cu evoluția elevilor și cu sarcinile concrete. Aceste microgrupuri fiind părți integrante ale colectivului clasei trebuie dezvoltată conștiința apartenenței elevilor la acest colectiv, evitându-se astfel cazurile de egoism, închidere în sine sau izolare.

Se pot organiza cu succes activități pe grupuri eterogene, care implică întrecerea, competiția.

Obiectul muncii pe grupe este folosirea în comun a cunoștințelor și priceperilor pentru a duce la bun sfârșit o sarcină, de care răspunde toată grupa. Elevii trebuie să înțeleagă că reușita activității depinde de efortul pe care-l depune fiecare.

Munca pe grupe poate fi organizată în procesul dobândirii, consolidării, aplicării cunoștințelor, al formării priceperilor și deprinderilor. Pentru a eficientiza această muncă, **temele** trebuie selectate cu grijă și se cer respectate următoarele **cerințe**:

- alegerea conștientă a acelei forme de organizare care oferă posibilități mai bune pentru atingerea scopului educativ;

- cunoașterea particularităților logice și de psihologie a învățării matematicii și cerințele pe care le ridică în fața elevului;

- soluționarea eficientă a muncii didactice.

După realizarea verificărilor pe baza unor probe, elevii pot fi împărțiți în trei grupe:

- grupa elevilor buni, cu ritm rapid de lucru (elevi care nu au dificultăți în asimilare);

- grupa medie (care necesită sprijin în asimilare);

- grupa elevilor slabi, cu ritm lent, cu lacune în cunoștințe (elevi cu dificultăți în asimilare).

Pentru numirea grupelor se pot folosi: A, B, C, nepermițând elevilor să acorde calificative ca: “prost”, “deștept”, “bun”, “slab”, care supără și pot crea complexe de inferioritate în rândul celor slabi și de înfumurare celor buni.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

3. Învățământul individual, era un învățământ intensiv, care a funcționat înaintea organizării învățământului pe clase și lecții (elevul avea educatorul său personal). Acest fapt priva elevul de contactul social cu alți copii de aceeași vârstă.

Această formă de învățământ se mai utilizează astăzi în cadrul școlilor de muzică, având ca scop învățarea unui instrument muzical.

În contextul în care s-a trecut la organizarea învățământului pe clase și lecții, învățământul individual se aplică realizându-se anumite sarcini școlare, de către fiecare elev în parte, independent de ceilalți colegi. Cadrul didactic poate interveni sau nu pentru a-i ajuta să rezolve sarcinile date. Această formă se folosește în munca independentă pentru:

- fixarea și consolidarea cunoștințelor;
- formarea de priceperi și deprinderi;
- exersarea unor operații mintale prin rezolvări de exerciții și probleme;
- aplicarea lor în practică.

Pentru realizarea acestor scopuri didactice, **activitatea individuală** poate fi organizată astfel:

a) activitate individuală cu teme comune pentru toți elevii clasei;

b) activitate individuală cu teme diferențiate pe grupe de nivel;

c) activitate individuală cu teme diferite pentru fiecare elev (activitate individualizată sau personalizată).

Prima variantă se folosește, de obicei, ca muncă individuală, după predarea lecției sau reactualizarea cunoștințelor; toți elevii trebuie să rezolve exercițiile date, indiferent de capacități și ritm de lucru. Munca independentă și munca individuală nu sunt noțiuni identice. **Munca individuală** se poate desfășura și independent sau poate fi îndrumată de către profesor, iar **munca independentă** se poate organiza atât individual cât și pe grupe sau frontal, elevii lucrând singuri, fără ajutor.

Munca individuală, fie independentă sau îndrumată îl responsabilizează pe elev în fața sarcinilor încredințate, îi sporește încrederea în propriile forțe, îi dezvoltă spiritul de inițiativă și pricepera de organizare a muncii și-l obișnuiește cu utilizarea rațională a mijloacelor de informare etc.

Învățământul individual și munca diferențiată îl ajută pe elev să obțină rezultate bune în activitatea de învățare: deprinderi temeinice de muncă intelectuală, cunoștințe însușite corect, capacitatea aplicării lor în practică, dezvoltarea corespunzătoare a proceselor psihice, etc.

Activitatea individualizată trebuie exersată atât cu elevii capabili de performanțe cât și cu cei cu un nivel de dezvoltare intelectuală scăzută, în scopul de a-i ajuta să-și însușească minimum de cunoștințe prevăzute în programă.

Munca individualizată este diferită de munca individuală, ea presupunând adaptarea volumului de informații și metode didactice la capacitățile fiecărui elev în parte.

“**Munca individualizată** constă nu în efectuarea individuală a aceleiași munci de către toți, ci în a alege pentru fiecare munca specifică adaptată la fiecare individ”. (Dottreus, R., 1970)

Acest tip de muncă reprezintă un mijloc potrivit de prevenire a eșecului școlar al elevilor mediocri sau slabi pe de o parte și oferă posibilitatea progresului elevilor cu aptitudini pe de altă parte.

Una dintre metodele des folosite în organizarea individuală a procesului de învățământ este **exercițiul**. Folosirea lui face posibilă respectarea ritmului de lucru al elevilor. El poate fi utilizat de asemeni și sub formă de muncă individualizată și muncă diferențiată pe grupe de nivel.

Un instrument de lucru potrivit și des folosit pentru exercițiile diferențiate îl constituie **fișele de muncă independentă**. Pentru elevii cu aptitudini deosebite pentru matematică, care rezolvă corect și rapid exercițiile și problemele mai dificile dau sarcini suplimentare, nelăsându-i să stagneze la nivelul mediu al clasei. În acest scop se pot folosi culegerile de probleme sau exerciții și probleme mai dificile date spre rezolvare la concursurile școlare județene. În caz de nereușită trebuie stimulați, pentru a nu-și pierde încrederea în forțele proprii. De un real folos în această



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

situație este colaborarea strânsă cu familiile elevilor, care trebuie să le fie alături la pregătirea temelor și la munca suplimentară. Tot pentru elevii cu aptitudini, în cadrul muncii independente, la lucrările de control sau pentru fixarea cunoștințelor la sfârșitul orei, se pot pregăti fișe numerotate cu exerciții și probleme suplimentare, mai dificile, pe care aceștia să și le aleagă singuri de pe catedră, în momentul terminării lucrării, iar dacă întâmpină greutăți să primească îndrumări individuale (elevul își notează numărul fișei pe caiet urmând ca într-o altă oră să nu aleagă aceeași fișă).

Se pot aplica **teme diferențiate** sub aspectul conținutului, volumului, efortului intelectual și timpului de efectuare, cu ajutorul fișelor de lucru pe grupe omogene și individual. **Tema pentru acasă** trebuie să fie dozată în așa fel încât să nu depășească puterea de muncă și de înțelegere a copiilor și mai ales să nu le ocupe mult timp. Ea poate să fie diferențiată ori de câte ori este posibil sau necesar, să fie controlată permanent și minuțios, să cuprindă ceea ce au învățat, ce au înțeles, nu lucruri pe care nu le pot rezolva.

Activitatea cu fișele implică mai multe operații : alcătuirea fișelor, clasificarea lor, alegerea fișelor potrivite pentru anumiți elevi, munca elevului cu fișa, controlul ei.

Profesorul cunoscând nivelul fiecărui elev dă acestuia fișa care i se potrivește. În timp ce elevii rezolvă exercițiile și problemele conținute în fișă, cadrul didactic observă cum muncesc aceștia și îi ajută pe cei care întâmpină greutăți.

Munca elevului trebuie controlată.

Se pot alcătui fișe pentru consolidarea cunoștințelor, pentru formarea de priceperi și deprinderi, în scopul însușirii de noi cunoștințe și fișe de corectare a greșelilor, în funcție de obiectivele urmărite.

Un experiment interesant de individualizare a învățământului a fost realizat de pedagogul elvețian **Robert Dottrens**, care a propus învățarea cu ajutorul fișelor, stabilind patru categorii de fișe:

1- **fișe de dezvoltare** pentru elevii foarte buni din clasă, care termină munca independentă înaintea celorlalți; aceste fișe cuprind întrebări și exerciții mai grele, mai multe, cu scopul de a valorifica la maxim potențele intelectuale ale elevilor foarte buni;

2- **fișe de recuperare** destinate elevilor cu gândire mai lentă, mai puțin ageră; ele se alcătuiesc în legătură cu golurile în cunoștințe, după ce acestea au fost sesizate, în prealabil;

3- **fișe de exerciții** menite să înlocuiască ori să completeze exercițiile din manual, adaptate la elevii unei clase;

4- **fișe de autoinstruire** ce cuprind cunoștințe explicate, împreună cu teme de control destinate autoinstruirii elevilor.



Exemplu

de fișă de recuperare cunoștințelor referitoare la CAZURILE DE

CONGRUENȚĂ ALE TRIUNGHIURILOR - clasa a V I-a



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



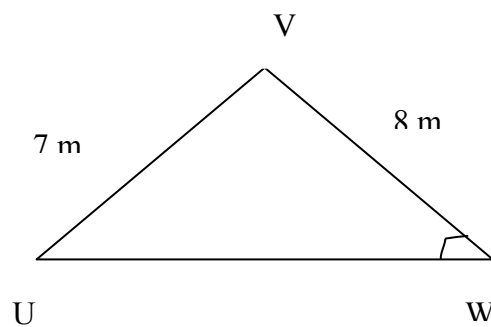
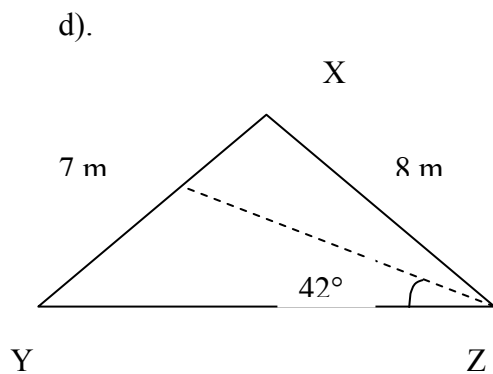
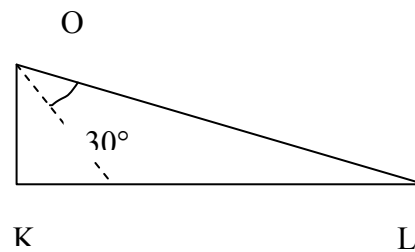
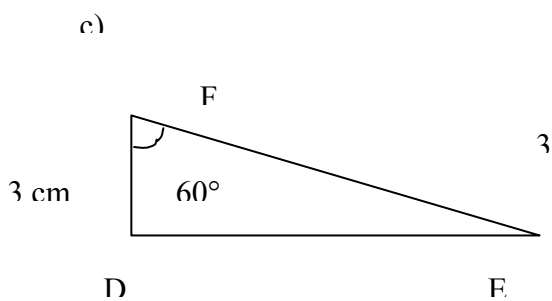
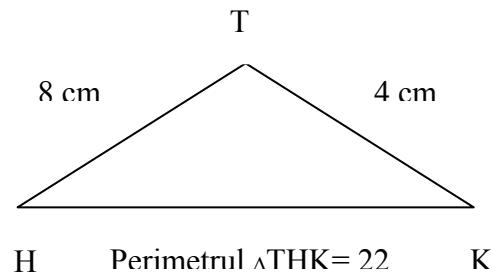
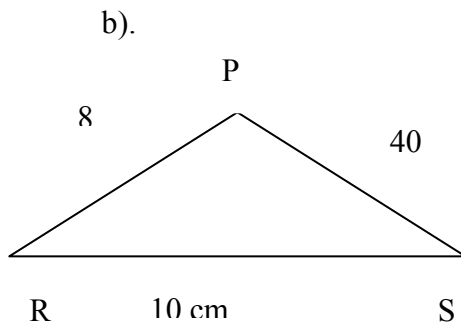
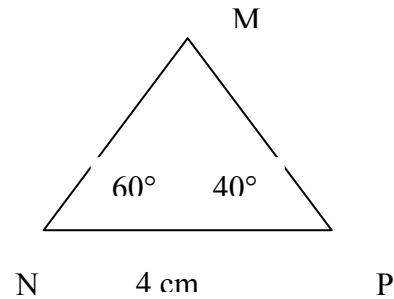
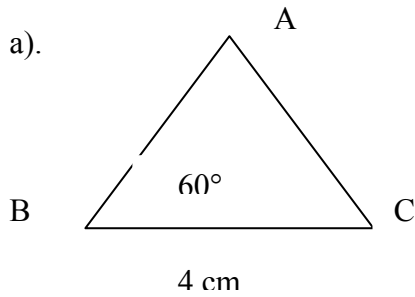
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Folosind cazurile de congruență, demonstrează congruența triunghiurilor de mai jos. Prin linii punctate s-au reprezentat bisectoarele unghiurilor respective.





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Exemple de fișe de dezvoltare: pentru lecția cu **tema: Teorema catetei și a înălțimii -**

clasa a V II-a.

Fișa nr. 1

Fie ΔABC dreptunghic cu $m(\angle A) = 90^\circ$ și AD perpendiculara din A pe BC .

Ar putea avea loc relațiile:

a) $BD/AB = AB/BC$

b) $AD/DC = BD/AD$?

Fișa nr. 2

1) În ΔABC , $m(\angle A) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $BD = 5\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. Calculează AB .

2) În ΔABC , $m(\angle A) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $DC = 4\text{ cm}$, $BD = 9\text{ cm}$. Calculează AD .

3) În ΔMNP , $m(\angle N) = 90^\circ$, $NR \perp MP$, $NR = 12\text{ cm}$, $RP = 8\text{cm}$. Calculează MR .

4) În ΔABC , $m(\angle A) = 90^\circ$, $AD \perp BC$, $AD = 15\text{cm}$, $DC = 10\text{ cm}$. Calculează BC .

5) În ΔEFG , $m(\angle F) = 90^\circ$, $FO \perp EG$, $OE = a$, $OG = a$. Calculează EG , FE , FG .



Exemplu de fișă de dezvoltare: pentru lecția cu **tema: Congruența triunghiurilor -**
clasa a V I-a.

În figura de mai jos laturile AB și AC ale triunghiului ΔABC sunt congruente. Dacă $m(\angle ABC) = m(\angle ACB)$, iar BD și CE sunt bisectoarele lor, demonstrează că:

a) $\Delta EAC = \Delta DAB$.

b) $[DB] = [CE]$ și $[AE] = [AD]$.

c) $[BE] = [DC]$.

d) $\Delta BEO = \Delta CDO$, unde $\{O\} = CE \cap BD$.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

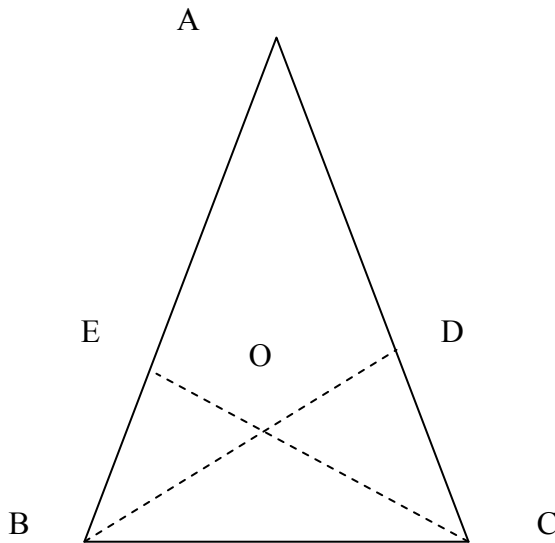


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

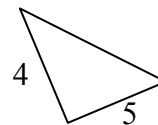
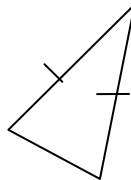
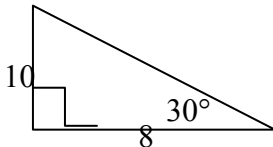
OIPOS DRU



Exemple

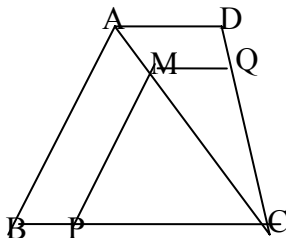
1. Fișă de dezvoltare pentru lecția cu tema: Triunghiuri asemenea – clasa a VII-a

1. Stabilește care triunghiuri sunt asemenea și ce criteriu de asemănare îi corespunde:



35°

2. În figura alăturată $MP \parallel AB$, $MQ \parallel AD$. Arată că: $\frac{BF}{BC} + \frac{CQ}{CD} = 1$.



3. Se știe că mărimea umbrei unui obiect depinde de poziția sursei de lumină față de obiect. Cum ar putea fi reprezentată această situație cu ajutorul unui desen?

Dacă obiectul este un om cu înălțimea de 1,60m iar lungimea umbrei 2m, să se afle înălțimea sursei de lumină știind că obiectul se află la o distanță de 3,6m față de sursă.

4. În figura alăturată ABCD este un paralelogram. Dacă $AE=6\text{cm}$ și $FK=5\text{cm}$, $AB=10\text{cm}$, află lungimea lui EF.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

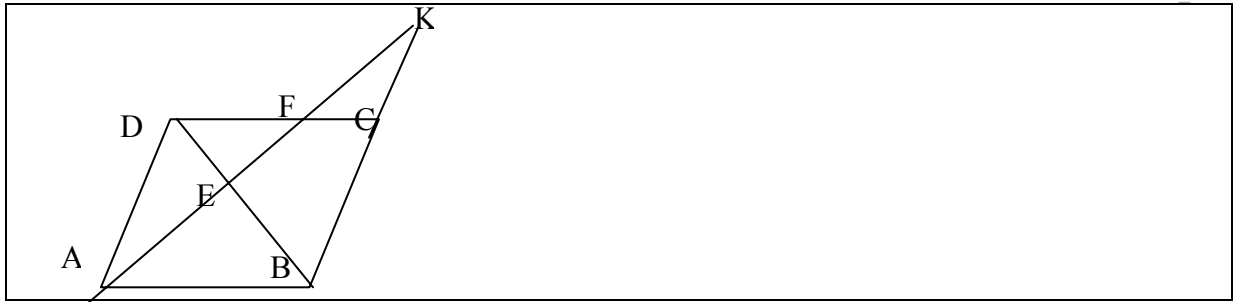


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



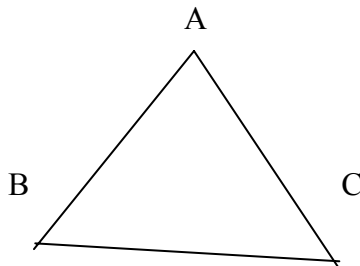
MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



2. Fișă de exerciții pentru lecția cu **tema: Proiecția unui punct/segment pe o dreaptă. Media geometrică a două numere reale pozitive – clasa a VII-a**

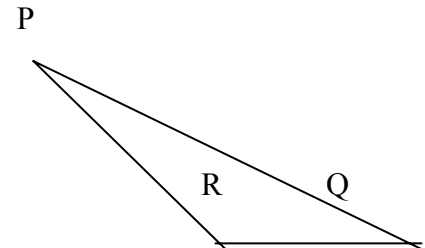
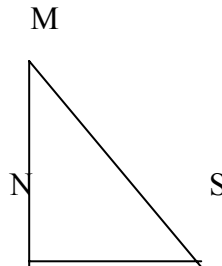
1) Construiește în triunghi proiectiile vârfurilor pe laturile opuse acestora.



pr.....A=.....

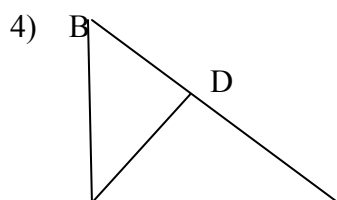
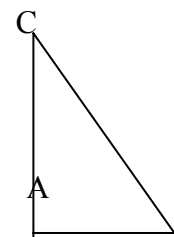
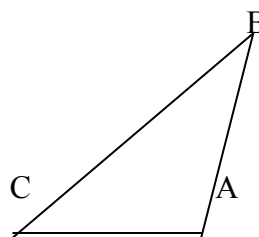
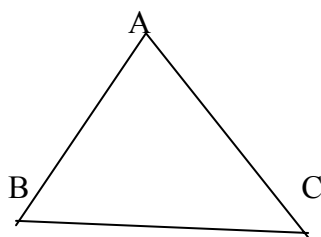
pr.....B=.....

pr.....C=.....



2) Desenează un paralelogram. Construiește proiectiile vârfurilor paralelogramului pe laturile pe care acestea nu sunt situate.

3) a) Construieți proiectia laturii AC pe BC în triunghiurile :



Daca $BD=4$ cm si $DC=9$ cm ,efectuat:

a) $BD \times DC = \dots\dots\dots$



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

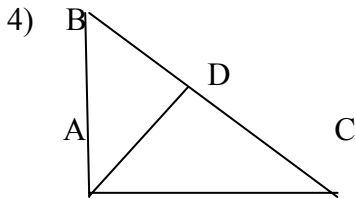
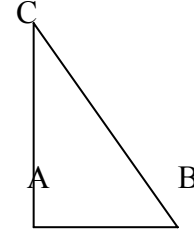
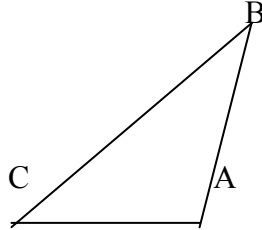
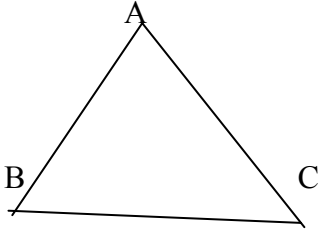
OIPOSDRU

A

C b) $\sqrt{BD \times DC} = \dots\dots\dots$

c) ce reprezintă formula de la pct b) ? R: $\dots\dots\dots$

3)a) Construiește proiecția laturii AC pe BC în triunghiurile :



Dacă $BD=4$ cm și $DC=9$ cm ,efectuează:

a) $BD \times DC = \dots\dots\dots$

b) $\sqrt{BD \times DC} = \dots\dots\dots$

c) Ce reprezintă formula de la punctul b) ? R: $\dots\dots\dots$



Exemplu

de fișă de autoinstruire: pentru lecția cu **tema:** Lungimea unui segment.

Operații cu segmente. Mijlocul unui segment. - *clasa a VI-a*

Noțiuni teoretice:

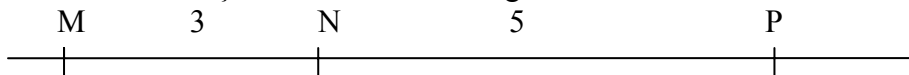
-se numește **lungime a unui segment** [AB]: distanța dintre punctele A și B.

-segmentele care au aceeași lungime se numesc **segmente congruente**.

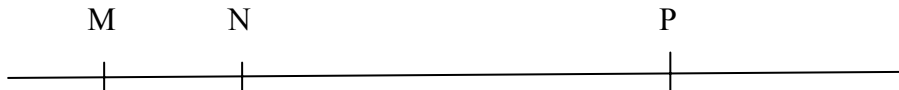
-se numește **mijloc al unui segment**: punctul unic care împarte segmentul în două segmente congruente.

Probleme:

1) Dacă $MN=3$ cm și $NP=5$ cm atunci lungimea $MP = \dots\dots\dots$ cm.



2) Dacă $MN=2$ cm și $MP=8$ cm atunci lungimea $NP = \dots\dots\dots$ cm.



3) Dacă $AB=12$ cm și C este mijlocul segmentului [AB] atunci :

a) Desenează segmentul și mijlocul segmentului [AB].

b) $AC = \dots\dots\dots$ cm.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- 3) Un segment de 12 cm este congruent cu un alt segment, dacă al doilea segment are lungimea decm.
- 4) Dacă distanța de la Brașov(B) la Făgăraș (F) este de 60 km iar distanța de la Brașov (B) la Arad(A) este de 410 km, atunci distanța de la Făgăraș(F) la Arad(A) este egală cukm.
- 5) Dacă un stâlp este lung de 15 m atunci jumătatea stâlpului este lungă dem.
- 6) Dacă $AB = 6,8$ m atunci mijlocul său se află lam de capetele segmentului.
- 7) Dacă $AB = 1,7$ cm și $CD = 5,8$ cm atunci $2AB + 5CD$ este egal cucm.



Exemplifică o fișă de exerciții pentru lecția cu tema: Calcule cu măsuri de unghiuri –

clasa a VI-a

R: Revedi paragraful 9.4.2.



Exemple

de fișe pe grupe de nivel (fișă de recuperare A, fișă de exerciții B, fișă de dezvoltare C)- clasa a XI-a

Tema lecției: Aplicații ale determinanților în geometria analitică

A

1) Scrie ecuația dreptei AB sub formă de determinant și sub formă carteziană generală, dacă:

a) $A(1,3)$; $B(-2,5)$; b) $A(2, -3)$; $B(-1,5)$; c) $A(2,0)$; $B(0,3)$.

2) Precizează care dintre punctele: A, B, C sunt coliniare, în cazurile:

a) $A(-2,5)$, $B(2,3)$, $C(-1,4)$; b) $A(1,1)$, $B(3,3)$, $C(5,5)$; c) $A(-3,2)$, $B(1,2)$, $C(8,2)$; d) $A(1,3)$, $B(-2,0)$, $C(2,4)$; e) $A(-4,2)$, $B(-2,1)$, $C(3,0)$; f) $A(1, -1)$, $B(1,5)$, $C(2, -3)$; g) $A(1,2)$, $B(2,3)$, $C(5,5)$.

3) Calculează aria triunghiului ABC, în cazurile: a) $A(2,1)$, $B(1,5)$, $C(-2,4)$; b) $A(1,1)$, $B(2,2)$, $C(3,4)$;

c) $A(3,2)$, $B(6,4)$, $C(9,10)$; d) $A(2, -3)$, $B(-1, 0)$, $C(3,1)$; e) $A(6,3)$, $B(2,1)$, $C(-4, -2)$.

4) Precizează care dintre punctele: $A(-3, -3)$, $B(3,6)$, $C(-2,1)$, aparțin dreptei: $3x - 2y + 3 = 0$.

B

1) a) Arată că punctele: $A(1, 2)$, $B(-2, 1)$, $C(-5,0)$, $D(4, 3)$ sunt situate pe aceeași dreaptă.

b) Punctele: A, B, C sunt situate pe dreapta de ecuație: $3x - 2y + 5 = 0$ și au abscisele: -1, 0 și respectiv 3. Determină ordonatele punctelor: A, B, C.

2) Stabilește care dintre punctele: C, D, E se află pe dreapta AB, în cazurile:

a) $A(0,3/4)$, $B(-3/2, 0)$, $C(1,1)$; $D(1, 5/4)$, $E(-1, 1/4)$; b) $A(1,4)$, $B(-1,6)$, $C(0,5)$, D



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- 1,6), E(6, - 1).

3) Se dau trei puncte: A, B, C. Determină parametrul real α , pentru care punctele sunt coliniare, în cazurile: a) A(1, α), B(- 3, 3), C(α , 1); b) A(2, α), B($7\alpha - 29$, 5), C(- 4, 2); c) A(1,5), B(4, α), C(2, - 3); d) A(2, - 1), B(3, - 5), C(α , 2).

4) Se dau punctele: A(1, 2), B(- 2, 3), C(4, $m + 5$), $m \in \mathbb{R}$. Determină parametrul m, astfel încât:

a) punctele: A, B, C să fie coliniare ; b) aria triunghiului ABC să fie egală cu 30.

C

1) Calculează aria patrulaterului, cu vârfurile: A(1,2), B(- 3,4), C(- 1, - 2), D(3,2).

2) Calculează distanța dintre dreptele paralele:

a) (d_1): $3x + 4y - 5 = 0$; (d_2): $6x + 8y + 7 = 0$; b) (d_1): $3x - 2y + 1 = 0$;
(d_2): $9x - 6y + 10 = 0$.

3) Arată că ABCD, unde: A(0,7), B(6,5), C(5,2), D(- 1, 4) este un dreptunghi și apoi calculează-i aria.

4) Se consideră triunghiul ABC, cu: A(2, 3), B(4, - 1), C(5, 2) și D(1, 2). Arată că proiecțiile lui D pe laturile triunghiului ABC, sunt trei puncte coliniare.

5) Se consideră un dreptunghi, având două laturi de ecuații: $3x - 2y - 5 = 0$, $2x + 3y + 7 = 0$ și un vârf

A(-2, 1). Determinați aria dreptunghiului.

6) Laturile [AB], [BC] și [AC] ale triunghiului ABC sunt date prin ecuațiile: $x + 21y - 22 = 0$, $5x - 12y + 7 = 0$, $4x - 33y + 146 = 0$. Calculează distanța de la centrul de greutate al triunghiului, la latura BC.

7) Fie triunghiul ABC, cu vârfurile: A(- 1, - 2), B(2, 3), C(-1, 4). Determină punctul M din interiorul triunghiului, pentru care: $S_{AMB} = S_{BMC} = S_{AMC}$.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Exemplu – Fișă de itemi pe grupe de nivel de tratare diferențiată în fixarea cunoștințelor despre rapoarte de numere reale reprezentate prin litere la clasa a VIII-a

Nivel scăzut

I. Simplificați rapoartele:

$$\frac{3a^2y^3}{3a^2y^5}; \frac{x^2-1}{(x+1)^2}; \frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$$

II. Amplificați rapoartele:

$$\frac{3^{3xy}}{2y}; \frac{x-1}{x-1} \cdot \frac{x+2}{x-1}$$

III. Efectuați calculele:

$$\frac{x-1}{x^2-3x} + \frac{x+2}{x^2-3x} + \frac{1}{x^2-3x}; \frac{x+2}{y} \cdot \frac{7y^3}{x^2-4}$$

$$\frac{ax+ay}{x^2-25}; \frac{x+y}{x-5}$$

Nivel mediu

I. Efectuați calculele:

$$\frac{2}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{6x} + \frac{x-1}{3x} =$$

$$\frac{2}{x-1} - \frac{x+5}{x^2-1} + \frac{5}{x+1};$$

II. Calculați, aducând la forma cea mai simplă:

$$\left(\frac{2x+1}{x-2}\right)^2 \cdot \frac{(x-2)^2}{(2x+1)^3} - \frac{x-2}{2x-1} =$$

$$\left(\frac{5x+3}{x^2-25} + \frac{1}{x-5}\right) : \frac{4}{x^2-5} - (x-3) =$$

$$\left(\frac{1}{3x-2} - \frac{4}{3x+2} + \frac{3x-7}{9x^2-4}\right) \cdot \frac{3x^2+5x+2}{1-2x} =$$



Întocmește trei fișe: de recuperare A, de exerciții B, de dezvoltare C-la clasa a XI,

Tema lecției: Determinanți.

R: Revezi paragraful 9.4.2.-

Exemple.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

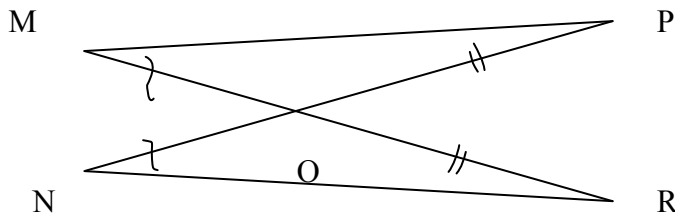
OIPOSDRU



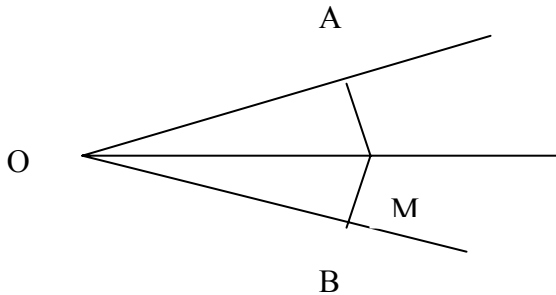
Exemplu

de fișă de exerciții cu dificultăți crescânde- clasa a VII-a

- 4) În figura de mai jos, se cunoaște că $[MO]=[ON]$ respectiv $[PO]=[RO]$. Demonstrează că:
- $\triangle MON = \triangle NOR$
 - $[MP] = [NR]$.



- 5) Dacă $[OM]$ este bisectoarea unghiului $\angle AOM$ și dacă $MA \perp OA$, $MB \perp OB$, demonstrează că segmentele $[MA]$ și $[MB]$ sunt congruente.



- 6) Dacă $MA \perp AB$ și $NB \perp AB$, respectiv $\angle MAN$ și $\angle NBM$ sunt congruente, demonstrează că:
- $\angle NAB = \angle MBA$
 - $[MB] = [NA]$
 - $[MA] = [NB]$
 - $\triangle MOA = \triangle NOB$
 - $[MN] = [AB]$.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013

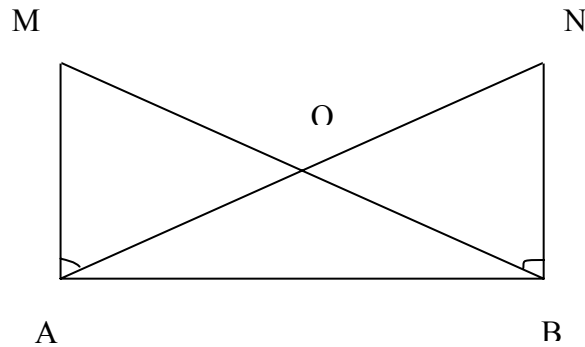


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

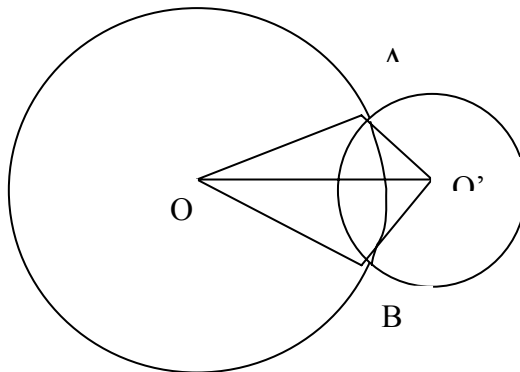


MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



4). Demonstrează că segmentul OO' , ce unește centrele cercurilor din figură este bisectoarea unghiurilor $\angle AOB$ și $\angle AO'B$.



Exemplu

de fișă de recapitulare-Fracții zecimale - clasa a V-a

1. a) Dintre 27,5 și 27,43 mai mare este
- b) Ordinea descrescătoare a numerelor **12,5; 12,05; 12,055; 120,5** este.....
- c) Partea zecimală a numărului 2,98 este.....
2. a) Rezultatul calculului $5,13+4,23$ este.....
- b) Rezultatul calculului **$1,3^2$** este.....
- c) Rezultatul calculului **$2,7 + 1,4^2 \cdot 0,1$** este.....
3. a) Media aritmetică a numerelor 2,3; 5,2 și 1,5 este.....
- b) Valoarea lui x pentru care **$2x + 6,3 = 9,7$** este.....
- c) Numărul zecimal 4,42 este cuprins între numerele naturale consecutive.....
4. a) Frația $\frac{47}{5}$ se scrie sub formă zecimală.....
- b) Scrisă sub formă ordinară, fracția $7,(3)$ are forma ireductibilă.....
- c) Cel mai mare număr zecimal pozitiv scris cu trei cifre distincte este...
5. Efectuați: **$4,7 \mid [34,5 \mid [(8,73 \mid 2,17) \mid 3,4 \cdot 0,7]] \mid 100$** .
6. Rezolvați în \mathbb{Q} următoarele ecuații:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU

Fondul Social European
POSDRU
2007-2013Instrumente Structurale
2007 - 2013MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALEMINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

a) $x + 3,14 = 5,9$ b) $2 \cdot x = 4,82$ c) $3 \cdot x + 4,5 = 9,3$

7. Dacă $a + b = 3,6$ calculați:

a) $a + b + 1,4$ b) $(a + b) : 6$ c) $4 \cdot (a + b) - 0,33$

8. Rezolvați în \mathbb{N} următoarele inecuații:

a) $x + 3,4 < 6,2$ b) $5 \cdot x < 10,5$ c) $0,1 \cdot x + 5,8 < 8,9$

9. Suma a două numere este $7,8$, iar unul este de trei ori mai mare decât celălalt. Determinați numerele.

10. Media aritmetică a trei numere este $6,9$. Calculați numerele, știind că media aritmetică a primelor două este $5,1$, iar media aritmetică a ultimelor două este $9,2$.

Cerințele care trebuie respectate și condițiile care sunt necesare pentru organizarea învățământului individual colectiv, pe grupe sau individualizat sunt:

- cunoașterea temeinică a fiecărui elev, pentru a găsi cele mai potrivite metode care să-l ajute în dezvoltarea sa intelectuală;
- însușirea unor tehnici de muncă specifice fiecărui obiect de învățământ, având ca finalitate organizarea corespunzătoare a muncii individuale;
- cunoașterea punctelor tari și a punctelor slabe ale fiecărui elev, precum și a greșelilor tipice ale acestora;
- pregătirea materialelor care vor fi folosite la fiecare grupă de elevi sau individual, pentru a se putea asigura progresul fiecăruia;

Prin diferențiere și individualizare, calitatea învățării la orele de matematică crește.

Prin intensificarea muncii independente și diferențiate, elevii își însușesc cunoștințele în mod conștient și activ, dobândesc priceperi și deprinderi trainice, chiar și elevii slabi obțin satisfacții în îndeplinirea sarcinilor, dobândind încredere în forțele proprii.

În scopul de a-i înarma pe elevi cu metodele de muncă independentă, asigurând participarea activă a tuturor la procesul de învățământ, respectând ritmul de lucru, nivelul de pregătire al fiecărui elev, trebuie alternate și îmbinate toate fomezle de organizare a învățământului – frontal, individual, pe grupe- formând un sistem suplu și operativ.



Exemplu de individualizare

Subiect pentru pregătirea unui olimpic- clasa a VIII-a

1. Fie $E(x) = x^2 + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^2} + x^4 + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) \cdot \frac{x^3 + 3x + \frac{1}{x^3} + \frac{3}{x}}{x^2 + \frac{1}{x^2} - 1}$. Știind că a este soluție a

ecuației $x + \frac{1}{x} = 3$, calculează $E(a)$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$. Determină $a < 0$ pentru care punctul

$$A\left(\frac{4|a-1|+3}{9}, \frac{7|a-1|+1}{2}\right) \in G_f$$

3. O prismă dreaptă $ABCA'B'C'$ are bazele triunghiuri echilaterale cu laturile de lungime a ($a > 0$). Știind că AA' și BC' sunt perpendiculare, află volumul și aria totală a prisme.

4. Tetraedrul $VABC$ are laturile opuse respectiv congruente și de lungimi egale cu 4 cm , 5 cm , 6 cm . Află volumul tetraedrului. (Comăneci, E., 2011)



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Întocmește o fișă de exerciții cu dificultăți crescânde- clasa a VIII-a
R: Revedi paragraful 9.4.2.-Exemple



Să ne reamintim...

- **Diferențierea** reprezintă strategia de adaptare a structurilor, conținutului învățământului, a metodologiei și tehnologiei didactice și a formelor de organizare a instruirii, la posibilitățile și particularitățile elevilor.
- **Individualizarea** trebuie să vizeze pe toți elevii, pe cei cu un nivel ridicat ajutându-i să-și dezvolte capacitățile la un nivel și mai înalt, pe cei cu un nivel scăzut ajutându-i să realizeze cerințele minime.



9.5. Rezumat

În această unitate de învățare se prezintă problemele specifice ale elevilor cu cerințe educative speciale, precum și ale diferențierii și individualizării în lecția de matematică. Astfel, se abordează problematica elevilor integrați. Se definesc conceptele de: diferențiere și individualizare, de muncă independentă, muncă individuală și individualizată. Se prezintă de asemenea aspecte metodice și exemple privind unele modalități de diferențiere și individualizare în munca cu elevii în cadrul lecțiilor de matematică.



9.6. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Prezintă problematica elevilor integrați.
2. Definiște conceptele de: diferențiere și individualizare.
3. Întocmește trei fișe: de recuperare A, de exerciții B, de dezvoltare C – la clasa a V-a.

4. Întocmește trei fișe diferențiate pentru: 1. nivel de bază al cunoștințelor ; 2. nivel

mediu de dificultate ; 3.nivelul sporit de dificultate- clasa a VII-a.



9.7. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi paragraful: 9.3.
2. Revedi paragraful 9.4.1.
3. Revedi paragraful 9.4.2., exemple.
4. Revedi paragraful 9.4.2., exemple.



Temă de control 3

1. Compune o problemă de matematică al cărei conținut vizează cunoștințe ale altor discipline.
2. Realizează un eseu de două pagini având tema: Obținerea performanței școlare la matematică.
3. Întocmește trei fișe diferențiate pentru: 1. nivel de bază al cunoștințelor ; 2. nivel mediu de dificultate; 3. nivelul sporit de dificultate- pentru o lecție de fixare și sistematizare la clasa a V-a, unitatea de învățare: Unități de măsură.

După rezolvare, tema de control trebuie transmisă tutorelui.

Sugestii pentru acordarea punctajului

- Oficiu:..... 10 puncte;
1. – Compunerea problemei..... 20 puncte;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRȘTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

2. – Întocmirea eseului (dezvoltarea a minim patru căi care conduc la obținerea performanței școlare la matematică)..... 40 puncte;
3. – Întocmirea corectă a fișelor de lucru (corelarea între tipul de lecție – conținut – nivel de dificultate –câte 10 puncte fiecare).....30 puncte.

Unitatea de învățare 10. Probleme specifice ale predării-învățării matematicii în condițiile muncii simultane

Cuprins

10.1. Introducere.....	344
10.2. Competențe.....	344
10.3. Elemente de planificare, proiectare și organizare a activității simultane	345
10.3.1. Particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan	345
10.3.2. Alcătuirea orarului .Gruparea claselor	346
10.3.3. Planificarea activității didactice	349
10.4. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecție	353
10.5. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor	357
10.5.1. Importanța activității independente	357
10.5.2. Cerințe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor	357
10.5.3. Forme de activitate independentă	359
10.5.4. Controlul și evaluarea activității independente	363
10.6. Rezumat.....	364
10.7. Test de autoevaluare	364
10.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare.....	364

10.1. Introducere



Activitatea simultană apare din cauza faptului că, pe de o parte în unele unități de învățământ, efectivele de elevi pentru anumite clase din ciclul gimnazial se situează sub prevederile legale, iar pe de altă parte din cauză că există așezări rurale situate la mare distanță una de alta. În aceste situații procesul de învățământ are anumite particularități specifice, care sunt prezentate în continuare.

Această unitate de învățare are ca scop familiarizarea cu problemele specifice predării-învățării matematicii în activitatea simultană în gimnaziu.



10.2. Competențele unității de învățare

După parcurgerea materialului studentul va fi capabil:

- să specifice particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan din gimnaziu;
- să prezinte specificul activității de planificare și proiectare a activității didactice și de realizare a orarului în învățământul simultan;
- să exemplifice modele de activitate didactică în învățământul simultan;
- să realizeze fișe de lucru individual, privind activitatea independentă a elevilor în învățământul simultan.



Durata medie de parcurgere a acestei unități de învățare este de 2 ore.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

10.3. Elemente de planificare, proiectare și organizare a activității simultane

10.3.1. Particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan.

Proiectarea, organizarea și desfășurarea procesului de învățământ la clase simultane, apare ca necesară în anumite cazuri, cum ar fi: existența unei populații școlare reduse, sau a unor așezări rurale mai îndepărtate. Profesorul trebuie, în aceste situații, să-și desfășoare activitatea cu două (respectiv patru) categorii de elevi de vârste diferite, să conducă învățarea după programe diferite, trecând de la o temă la alta în cadrul aceleiași lecții, prestând astfel o muncă dificilă și complexă pentru a respecta în întregime programele școlare pentru fiecare clasă, ca și timpul normal afectat pentru realizarea acestora.

Singura modalitate prin care se pot realiza aceste obiective este alternarea momentelor de muncă independentă cu activități ce au loc sub directă îndrumare a profesorului. Elevii fiecărei clase își pot însuși cunoștințele, își pot forma priceperile, deprinderile și atitudinile prevăzute în programă, numai printr-o organizare corespunzătoare, riguroasă a muncii lor.

Particularitățile activității didactice simultane:

-comparativ cu lecția obișnuită, ritmul de lucru este alert, deoarece profesorul acordă doar o parte din timp pentru activitatea desfășurată efectiv cu elevii în scopul îndeplinirii sarcinilor impuse de programa școlară;

-în timpul desfășurării unei activități directe cu una dintre clase este solicitată capacitatea cadrului didactic de a-și distribui atenția în urmărirea și a elevilor celorlalte clase, care au activități independente;

-cu importanță în reușita lecției este și alegerea judicioasă a subiectelor lucrărilor independente efectuate în clasă sau acasă, precum și dozarea materialului pentru clasele cu care se lucrează direct. Realizarea acestor cerințe, presupune desfășurarea zilnică a unei temeinice pregătiri științifice și metodice;

-specificul activității simultane se reflectă și în elaborarea tuturor documentelor școlare: orar, planificare calendaristică, proiecte de lecție.

Avantajele activității simultane:

-pregătirea unui număr mic de elevi;

-varietatea formelor de activitate din cadrul lecției;

-se poate preîntâmpina eșecul școlar deoarece există condiții mai bune pentru: evaluarea nivelului de cunoștințe al elevilor, pentru urmărirea progresului la învățatură, pentru formarea și consolidarea deprinderilor de muncă independentă, datorită numărului mic de elevi dintr-o clasă;

-prin cunoașterea îndeaproape a fiecărui elev, profesorul reușește să alcătuiască colective omogene în fiecare clasă, caracterizate prin colaborare și cooperare între elevi și care să fie integrate organic în colectivul mare al claselor care-și desfășoară activitatea simultan;

-se formează la elevi deprinderi de lucru individual, aceasta constituie o condiție principală a succesului școlar;

-activitatea independentă le conferă elevilor o încredere în forțele proprii, îi face să fie creatori și inventivi. (Neacșu, I., 1988)



Enumeră avantajele activității simultane.

R: Revezi paragraful 10.3.1.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

Să ne reamintim...

- **Particularitățile activității didactice simultane:**

-comparativ cu lecția obișnuită, ritmul de lucru este alert, deoarece profesorul acordă doar o parte din timp pentru activitatea desfășurată efectiv cu elevii în scopul îndeplinirii sarcinilor impuse de programa școlară;

-în timpul desfășurării unei activități directe cu una dintre clase este solicitată capacitatea cadrului didactic de a-și distribui atenția în urmărirea și a elevilor celorlalte clase, care au activități independente;

-cu importanță în reușita lecției este și alegerea judicioasă a subiectelor lucrărilor independente efectuate în clasă sau acasă, precum și dozarea materialului pentru clasele cu care se lucrează direct. Realizarea acestor cerințe, presupune desfășurarea zilnică a unei temeinice pregătiri științifice și metodice;

-specificul activității simultane se reflectă și în elaborarea tuturor documentelor școlare: orar, planificare calendaristică, proiecte de lecție.



10.3.2. Alcătuirea orarului .Gruparea claselor

De o mare importanță în realizarea sarcinilor complexe ale procesului de învățământ, desfășurat în condiții de activitate simultană, este organizarea zilnică a activității pe baza unui orar bine gândit. Programul școlar este organizat pe an școlar, cu durată determinată, împărțită în semestre, iar ziua școlară și se desfășoară după un orar. Orarul se construiește în funcție de anumite cerințe și condiții, care acționează sub forma unor permisiuni și interdicții.

Ideea fundamentală care trebuie să călăuzească întocmirea acestuia este centrarea pe elev și nu pe interesele cadrului didactic.

În vederea **întocmirii orarului**, a acestui document de bază al profesorului trebuie să se țină seama de unele indicații pedagogice, cum ar fi:

- respectarea curbei de efort a elevului în cadrul unei zile și a unei săptămâni;
- programarea orelor care aparțin aceleiași discipline la intervale aproximativ egale de timp în cursul unei săptămâni;
- realizarea unei îmbinări armonioase a obiectelor de studiu (dacă profesorul predă mai multe discipline).

În acest scop trebuie să urmărească îndeplinirea următoarelor **obiective**:

- planificarea simultană a unor obiecte care fac posibilă folosirea unor tipuri de lecții diferite în cadrul aceleiași ore;
- alegerea corectă a obiectelor care se predau în aceeași oră, la clase diferite, pentru a permite acordarea de timp suficient muncii directe cu clasa, sau la obiectul care solicită acest lucru;
- se pot planifica lecții de matematică la ambele clase, dat fiind numărul egal de ore prevăzut în planul cadru pentru învățământul gimnazial (trunchiul comun).

Cerințele de mai sus își găsesc o bună rezolvare prin cuplarea claselor și prin folosirea orarului prelungit (6-7 ore zilnic).

Acest mod de lucru are următoarele **avantaje**:

- asigură timp suficient pentru munca directă a profesorului cu clasa;
- dă posibilitatea acordării unei importanțe deosebite orelor de matematică și de limba română, în cadrul cărora se formează și consolidează cunoștințe și deprinderi de muncă intelectuală;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- se pot utiliza strategii mai variate pentru a-i antrena pe elevi în dezvoltarea vocabularului matematic;
- previne suprasolicitarea elevilor;
- permite folosirea în condiții mai bune a activității diferențiate cu elevii, stimulând capacitățile intelectuale ale celor cu ritm rapid de lucru și înlăturând rămănerile în urmă pentru elevii cu rezultate slabe la învățatură;
- crează condiții pentru o mai bună evaluare a randamentului școlar, în scopul depistării și înlăturării greșelilor și lacunelor în cunoștințe, deprinderi și priceperi.

Profesorul va urmări, în scopul alcătuirii orarului, să planifice în orele când se lucrează cu o singură clasă (sau cu două, dacă activitatea se desfășoară la patru clase) obiectele care solicită mai mult timp pentru îndrumarea directă, urmând ca în celelalte ore să fie prevăzute obiecte care oferă posibilități mai variate de muncă independentă. (Lupu, C., 1999; Spulber, Ș., Spulber, C., 1999)

Studiile arată că:

- în cursul unei săptămâni, capacitatea de lucru este mai redusă în prima și ultima zi;
- cea mai mare productivitate a învățării se înregistrează dimineața, între orele 9-11, după care se constată o scădere treptată (instalându-se oboseala, neatenția, plictiseala și chiar starea de somnolență);
- se poate vorbi de reduceri importante ale capacității de învățare la sfârșitul semestrelor, precum și imediat după testări.

Desigur, perioadele de maximă și minimă productivitate a învățării variază de la persoană la persoană, în funcție de numeroși factori: deprinderi de învățare, bioritm, capacitate de concentrare, voință, motivație etc. (o motivație foarte puternică duce la o productivitate maximă). Cele care ne dictează însă întocmirea orarului nu sunt particularitățile individuale ci particularitățile de vârstă, generale, ale întregului colectiv.

Este important să nu se uite de temele pentru acasă, repartizându-le rațional, între discipline. În ultima perioadă se vorbește de o suprasolicitare intelectuală a elevilor, determinată de presiunea socială și informațională la care sunt supuse școlile.

Pornind de la aceste considerente pedagogice, ținând cont de particularitățile concrete existente în școală precum și de aspecte specifice învățământului simultan la gimnaziu se întocmește orarul pentru clasele V-VIII .

Învățământul simultan la gimnaziu nu a fost studiat de către ”specialiști”și prin urmare fiecare unitate școlară a încercat să organizeze predarea simultană ”pe propria răspundere” folosind experiența de la clasele I-IV din acest domeniu, prin transfer sau adaptare.

Criterii cele mai întâlnite de cuplare a claselor sunt: numărul de cadre didactice din școală sau numărul de copii din fiecare clasă.

Gruparea claselor

1. Dacă numărul de elevi permite funcționarea a ”două posturi”gruparea claselor se face: clasa a V-a cu clasa a VII-a și clasa a VI-a cu clasa VIII-a dar se pot grupa și altfel (după numărul de elevi);

2. Cuplarea obiectelor de studiu se face pentru aceeași disciplină: română-română, matematică-matematică, etc. **Și** doar excepțional dacă un profesor predă mai multe discipline să le poată cupla altfel;

3. La clasa a VIII-a care este clasă terminală, româna și matematica, fiind discipline de Evaluare Națională, se predau independent și ca urmare și matematica și româna de la clasa a VI-a. Din orar se observă că la clasa a V-a sunt doar două ore independente, la clasa a VI-a sunt 10 ore, la clasa a VII-a sunt 6 ore iar la clasa a VIII-a sunt 14 ore independente;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

4. Elevii de gimnaziu din aceeași școală au ”experiența învățământului simultan” pentru că în ciclul primar au mai fost colegi de simultan cu cei de acum, adică se cunosc destul de bine, sunt poate chiar prieteni. Cel mai important lucru este faptul că au formate deprinderile de muncă independentă în alternanță cu activitatea directă;

5. Elevii de gimnaziu în general dar mai ales cei de clasa a VIII-a încearcă să își impună ”personalitatea” pentru că ei sunt ”mai mari” sau ”cei mai mari”, profesorul aici având un rol foarte important în a stabili drepturile și îndatoririle fiecăruia;

6. În mediul rural există o diferență mai mare sub aspectul nivelului cultural al familiilor din care provin elevii. Acest lucru are implicații și asupra învățământului simultan.;

7. La fiecare clasă trebuie realizate obiectivele propuse și trebuie parcursă programa, care la matematică are o succesiune bine stabilită și rar se poate face alt traseu. Din această cauză nu se poate vorbi de ”o unitate integrată multidisciplinară” ca la ciclul primar;

8. Predarea simultană la gimnaziu nu permite eșalonarea orelor, ca la ciclul primar pentru că s-ar depăși 7-8 ore/clasă/zi;

9. O mare parte a cadrelor didactice, datorită reducerii numărului de ore, sunt nevoite să predea la 2, 3 sau chiar mai multe școli (perioadă în care trebuie să acopere cele 12 ore de matematică, în fiecare școală) cea ce afectează întocmirea orarului și respectarea principiilor pedagogice. Din această cauză orele de matematică se predau de la 8,00 la 14,00. Este indicat ca ultima oră să fie la clasa VIII-a.



**Exemplu de orar: ȘCOALA GIMNAZIALĂ BARCANI, STRUCTURA
LĂDĂUȚI
JUDEȚUL COVASNA**

**ORAR
2012-2013**

ZIUA/ ORA	V	VI	VII	VIII	V-VII	VI-VIII	PROF. DE SERVICIU
	1				GEOGRAFIE	BIOLOGIE	B.M.
L	2	ROMANA		ISTORIE	BIOLOGIE		
U	3	BIOLOGIE		ROMANA	ENGLEZA		D.M.
N	4	ROMANA	BIOLOGIE			GEOGRAFIE	
I	5				ROMANA	ENGLEZA	
	6				DIRIGENTIE	ISTORIE	
	7					DIRIGENTIE	
	1		CIVICA	MATEMATICA			B. V.
M	2	ROMANA		CIVICA	MATEMATICA		
A	3	MATEMATICA		ROMANA	MUZICA		H. D.
R	4				MATEMATICA	MUZICA	
T	5	MATEMATICA		LATINA	FRANCEZA		
I	6			MATEMA-TICA			
	7						
M	1		CHIMIE	ROMANA			I. C.
I	2				ROMANA	DESEN	
E	3				ROMANA	TEHNOLOG.	S.V.
R	4	ROMANA-MED		ROMANA	TEHNOLOG.		
C	5				FRANCEZA	FIZICA	
U	6		FIZICA			FRANCEZA	
R	7		CHIMIE				
I	8						
	1				ROMANA	FIZICA	D. M.
	2	ROMANA		CHIMIE	SPORT		
J	3	ROMANA		CHIMIE	SPORT		



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

O	4	GEOGRA- FIE		FIZICA			SPORT	T. C.
I	5		SPORT		GEOGRA-FIE	DESEN		
	6					TIC	FRANCEZA	
	7						TIC	
	1					MATEMATICA	RELIGIE	
V	2		MATEMATICA		MATE-MEDIT	RELIGIE		P. C.
I	3					MATEMATICA	ENGLEZA	
N	4		MATE-MEDIT		MATEMATICA	ENGLEZA		R. F.
E	5		MATEMATICA		ROMANA-MED	ISTORIE		
R	6				MATEMATICA			
I	7							



Prezintă specificul întocmirii orarului și a grupării claselor la gimnaziu.
R: Revezi paragraful 10.3.2.

Să ne reamintim...

Gruparea claselor



1. Dacă numărul de elevi permite funcționarea a "două posturi" gruparea claselor se face: clasa a V-a cu clasa a VII-a și clasa a VI-a cu clasa VIII-a dar se pot grupa și altfel (după numărul de elevi);

2. Cuplarea obiectelor de studiu se face pentru aceeași disciplină: română-română, matematică-matematică, etc. și doar excepțional dacă un profesor predă mai multe discipline să le poată cupla altfel;

3. La clasa a VIII-a care este clasă terminală, româna și matematica, fiind discipline de Evaluare Națională, se predau independent și ca urmare și matematica și româna de la clasa a VI-a. Din orar se observă că la clasa a V-a sunt doar două ore independente, la clasa a VI-a sunt 10 ore, la clasa a VII-a sunt 6 ore iar la clasa a VIII-a sunt 14 ore independente;

10.3.3. Planificarea activității didactice

Organizarea activității în condițiile învățământului simultan, necesită elaborarea unei **planificări calendaristice**, din care să rezulte paralelismul optim ce caracterizează activitatea la aceste clase, **întocmirea orarului** și a **proiectelor de lecții**, deoarece aceste documente au o structură deosebită față de cele întocmite pentru predarea la o singură clasă.

Este indicat ca structura formală a planificării să fie realizată în așa fel, încât să fie ușor de urmărit atât gruparea lecțiilor, cât și conținutul muncii independente care alternează cu activitatea directă a profesorului.

Planificarea calendaristică pentru fiecare obiect de studiu se va realiza ca în situația când se lucrează cu o singură clasă.

Planificarea anuală, semestrială, iar în cazul muncii simultane și săptămânală, trebuie să aibă o rubricare simplă, care să ducă la realizarea și parcurgerea întregii materii.

Sunt posibile trei tipuri fundamentale de lecții:

- lecții de dobândire de noi cunoștințe la fiecare clasă;
- lecții în care într-o clasă se dobândesc cunoștințe noi, iar în cealaltă se consolidează sau se verifică conținutul lecției anterioare;
- lecții de consolidare sau verificare la toate clasele.

Cel mai dificil de rezolvat sunt lecțiile de dobândire de noi cunoștințe, simultan, dată fiind dificultatea îmbinării muncii independente a elevilor cu activitatea desfășurată sub directă



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

îndrumare a profesorului. Acest mod de cuplare a lecțiilor prezintă dificultăți și din cauză că în cadrul aceleiași ore de curs profesorul trebuie ca, simultan, să dirijeze dobândirea și fixarea de cunoștințe la fiecare clasă.

Mai ușor de realizat sunt **lecțiile în care la o clasă se dobândesc noi cunoștințe, iar la alta se repetă cunoștințele**. Se va începe activitatea cu clasa la care scopul principal este predarea-învățarea de noi cunoștințe, în timp ce elevii celeilalte clase vor efectua în mod independent exerciții din materia care se repetă. După ce se termină predarea noilor cunoștințe, se dă tema (sarcina) ce va fi efectuată în mod independent, în timp ce profesorul controlează activitățile celeilalte clase.

În cazul **lecțiilor de consolidare a cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor la ambele clase**, se va da uneia din clase activitate independentă, iar cu cealaltă se va lucra direct, circa 20 minute, apoi se inversează activitatea directă a profesorului și cea independentă a elevilor. În acest mod ambele clase vor avea 20-25 minute de muncă sub îndrumarea directă a cadrului didactic și aproximativ același interval de timp pentru munca independentă.

Din punct de vedere metodic este bine ca profesorul, să înceapă lecția cu clasa unde se poate desfășura mai ușor o lucrare independentă, sau unde tema pentru munca independentă poate fi precedată de exerciții orale sau de o discuție cu elevii. Dacă într-o lecție profesorul intenționează să dea o sarcină de muncă independentă uneia dintre clase, atunci el trebuie să înceapă munca cu această clasă. După ce li s-a precizat tema (sarcina) pentru activitatea independentă, elevii pot lucra singuri în cursul întregii lecții.

În lecțiile de acest tip este obligatorie munca directă a cadrului didactic cu elevii ambelor clase, atât pentru explicarea temei date ca muncă independentă, cât și în finalul ei, pentru verificarea realizării obiectivelor propuse.

Profesorul trebuie să acorde o atenție deosebită pregătirii lecțiilor și folosirii fiecărui moment al lecției, în scopul asigurării densității necesare acesteia.

Proiectele de lecție realizate în vederea predării matematicii în condiții de activitate simultană, trebuie ca pe lângă datele generale cunoscute, să cuprindă principalele secvențe specifice lecțiilor de acest tip și conținutul acestora, cu alternative pentru activitatea independentă conținând și fișe de diferențiere a sarcinilor didactice pentru unii elevi, pe baza progreselor survenite în urma desfășurării lecțiilor anterioare, dacă este cazul.

În cadrul proiectului de lecție, secvențele de activitate directă a profesorului cu elevii unei clase, trebuie clar delimitate de momentele de activitate independentă pentru elevii celeilalte clase.

Ținând cont de rolul esențial al activității independente în condițiile muncii simultane, este necesar să se realizeze o judicioasă selectare, dozare și un control exigent, eventual un auto-control al îndeplinirii sarcinilor.

Pentru activitatea independentă trebuie alese teme variate și dozate astfel încât să stimuleze participarea elevilor la lecție.

În predarea lecțiilor în condițiile activității simultane, trebuie să se folosească în special **metodele active**.

Trebuie bine realizată evaluarea randamentului școlar al elevilor în vederea prevenirii eșecului școlar.

În proiectarea și desfășurarea actului didactic profesorul trebuie să dovedească flexibilitate prin aplicarea unor măsuri corective în funcție de condițiile și evoluția elevilor din clasele cuplate, prin completări sau modificări în planificare (săptămânal) sau în orar (dacă este cazul).

Activitatea didactică în condițiile predării orelor de matematică la mai multe clase în același timp, poate fi sintetizată în modul următor:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- se va da mai întâi o sarcină scrisă de muncă independentă nu prea mare ca volum clasei de care profesorul intenționează să se ocupe în primul rând;
- cealaltă clasă va rezolva o temă în continuarea exercițiilor din lecția precedentă sau o sarcină de muncă independentă pregătită anterior și a cărei durată trebuie să fie egală cu durata activității directe din prima clasă;
- se controlează munca independentă a elevilor din clasa cu care profesorul și-a început lecția, se explică lecția nouă sau se rezolvă exerciții și probleme tipice sub directa lui îndrumare și se încheie activitatea directă, apoi se dă elevilor tema pentru munca independentă în clasă și acasă;
- profesorul controlează munca independentă a elevilor celeilalte clase și dă îndrumări pentru continuarea ei, sau, după caz, continuă activitatea, îndrumând elevii sau explicând elemente din noul conținut și dă apoi și pentru această clasă muncă independentă în clasă și acasă, vizând fixarea cunoștințelor noi sau consolidarea cunoștințelor și deprinderilor (în funcție de tipul lecției).(Neacșu, I., 1988)

**Exemplu****Momentele lecției în activitatea simultană:**

Evenimentul instrucțional și activitatea de instruire (predare-învățare) Clasă cu elevi mai mici (V, VI)	Timpul	Clasă cu elevi mai mari (VII, VIII)
Captarea atenției (I) • Activitate directă	5 min.	• Activitate independentă
Anunțarea obiectivelor (II)	2 min.	
Recapitularea celor însușite anterior (III) - reactualizarea cunoștințelor • Activitate independentă	3 min.	• Activitate directă
Prezentarea conținutului și a sarcinilor de învățare (IV) • Activitate directă	5 min.	• Activitate independentă
Dirijarea învățării și obținerea performanțelor (V-VI) - realizarea sarcinii I - realizarea sarcinii II Asigurarea feed-back-ului (VII) (aprecierea grupului de elevi) • Activitate independentă	15 min. (2 min.) (5 min.) (3 min.) 2 min.	• Activitate directă
Evaluarea formativă (VIII) - aplicarea testului formativ (autoevaluarea, comunicarea rezultatelor) • Activitate directă Sarcini pentru acasă	13 min.	• Activitate independentă
Asigurarea retenției (fixării) și transferului (IX-X) Comunicarea temei pentru acasă - sarcinile fixate pe obiective actuale și viitoare	5 min.	Sarcini pentru acasă





UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PERSONELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

Prezintă metodologia planificării activității didactice în condițiile învățământului simultan.

R: Revedi paragraful 10.3.3.



Să ne reamintim...

- Sinteza activității didactice în condițiile predării orelor de matematică la mai multe clase în același timp:
 - se va da mai întâi o sarcină scrisă de muncă independentă nu prea mare ca volum clasei de care profesorul intenționează să se ocupe în primul rând;
 - cealaltă clasă va rezolva o temă în continuarea exercițiilor din lecția precedentă sau o sarcină de muncă independentă pregătită anterior și a cărei durată trebuie să fie egală cu durata activității directe din prima clasă;
 - se controlează munca independentă a elevilor din clasa cu care profesorul pentru învățământul primar și-a început lecția, se explică lecția nouă sau se rezolvă exerciții și probleme tipice sub directa lui îndrumare și se încheie activitatea directă, apoi se dă elevilor tema pentru munca independentă în clasă și acasă;
 - profesorul controlează munca independentă a elevilor celeilalte clase și dă îndrumări pentru continuarea ei, sau, după caz, continuă activitatea, îndrumând elevii sau explicând elemente din noul conținut și dă apoi și pentru această clasă muncă independentă în clasă și acasă, vizând fixarea cunoștințelor noi sau consolidarea cunoștințelor și deprinderilor (în funcție de tipul lecției).



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

10.4. Model de activitate didactică (sugestie metodică). Proiect de lecție

CLASA a V-a	CLASA a VII-a
<p>ARIA CURRICULARĂ : Matematică și științe. DISCIPLINA : Matematică. UNITATEA DE ÎNVĂȚARE : Frații zecimale. SUBIECTUL LEȚIEI : Media aritmetică a două fracții zecimale finite.</p> <p>TIPUL LEȚIEI : Mixtă.</p> <p>OBIECTIVE OPERAȚIONALE : O₁ – să utilizeze regulile de adunare, scădere, înmulțire, împărțire și ridicare la putere a fracțiilor zecimale; O₂ – să aplice ordinea efectuării operațiilor; O₃ – să determine media aritmetică a două fracții zecimale finite; O₄ – să transforme o fracție ordinară într-o fracție zecimală; O₅ – să rezolve probleme ce presupun utilizarea mediei aritmetice.</p> <p>STRATEGII DIDACTICE: Resurse: a. procedurale: exercițiul, conversația, problematizarea, lucrul cu manualul, explicația. b. materiale: fișe de lucru, manual, culegere de probleme. c. temporale: 50 minute.</p> <p>Forme de organizare: frontală, individuală, perechi.</p> <p>BIBLIOGRAFIE:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Programa școlară pentru clasa a V-a, București 2009. • Matematică- manual pentru clasa a V-a. • Metodica predării matematicii. • Culegere de probleme pentru clasa a V-a. 	<p>ARIA CURRICULARĂ : Matematică și științe. DISCIPLINA : Matematică. UNITATEA DE ÎNVĂȚARE: Relații metrice în triunghiul dreptunghic. SUBIECTUL LEȚIEI : Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit.</p> <p>TIPUL LEȚIEI : Mixtă.</p> <p>OBIECTIVE OPERAȚIONALE : O₁ – să aplice teorema lui Pitagora și teorema reciprocă a acesteia într-un triunghi dreptunghic; O₂ – să definească sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit; O₃ – să stabilească valoarea de adevăr a unei propoziții; O₄ – să calculeze funcțiile trigonometrice ale unui unghi ascuțit. O₅ – să demonstreze relații între funcții trigonometrice.</p> <p>STRATEGII DIDACTICE: Resurse: a. procedurale: explicația, problematizarea, exercițiul, lucrul cu manualul, observația, conversația. b. materiale: fișe de lucru, manual, caietul elevului, culegere de probleme. c. temporale: 50 minute.</p> <p>Forme de organizare: frontală, individuală.</p> <p>BIBLIOGRAFIE:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Programa școlară pentru clasa a VII-a, București, 2009. • Matematică- manual pentru clasa a VII-a. • Caietul elevului. • Metodica predării matematicii. • Culegere de probleme pentru clasa a VII-a.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

DESĂȘURAREA LECȚIEI

Momen-tele lecției	Ob . Op .	Conținuturi / Timpul	Activi-tatea elevilor	Strategii didactice (Resurse procedurale / Resurse materiale/ Forme de organizare)	Momen-tele lecției	Ob. Op.	Conținuturi / Timpul	Activi-tatea elevilor	Strategii didactice (Resurse procedurale / Resurse materiale/ Forme de organizare)
I.Moment organizatoric		Se asigură climatul necesar desfășurării orei de matematică. (1 min.)	Elevii se pregătesc pentru lecție.		I.Moment organizatoric		Se asigură climatul necesar desfășurării orei de matematică. (1 min.)	Elevii se pregătesc pentru lecție.	
II.Reac-tualizarea cunoștin-țelor	O ₁ O ₂	Activitate directă (17 min.) Verificarea temei de acasă. I. Exerciții de calcul cu fracții zecimale: $1,1 \times 0,2 + 8,03 = 15 \times 0,8, 3 = 1,2 \times 5, 20,6 - 15,1 + 4,5) = 1,3^2 - 0,2^2 - 5^4 + 4,31 =$	Elevii răspund oral. Elevii ajutați de profesor analizează problema, observând că rezolvarea problemei se face pe baza mediei aritmetice a celor două prețuri.	Exercițiul, conversația, explicația/ Culegere de probleme/ Frontală.	II.Reac-tualizarea cunoștin-țelor	O ₁ O ₃	Activitate independentă (17 min.) 1.Verifică dacă este dreptunghic un triunghi având lungimile laturilor de: a) 5m,12m,13m; b)x, x, x√2. 2.Triunghiul ABC are lungimile laturilor AB=9cm, AC=12cm, BC=15cm. Stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor: p.Triunghiul ABC este dreptunghic în A. r.AB⊥AC. s: Triunghiul ABC este dreptunghic în B. 3.Intr-un trapez dreptunghic MNPQ având baza mare PQ și înălțimea MQ, se cunosc: NP=6cm, PQ=10cm, NQ=8cm. Află perimetrul trapezului.	Elevii rezolvă sarcinile.	Exercițiul, lucrul cu manualul, explicația/ Căutul elevului, manualul/ Individuală
III. Anunța-rea temei și a obiec-tivelor	O ₃ O ₄	Profesorul prezintă problema: Pentru a transporta 2 t de grâu, un fermier închiriază două mașini, în care pune câte o tonă de grâu. Prima îl costă 300 de lei și a doua 400 de lei. Care este prețul mediu plătit pentru a transporta o tonă de grâu?		Conversația, observația, problematiza-rea, explicația/ Manualul/ Frontală.					
IV. Prezentă-rea situa-	O ₃	Răspuns: Pentru a afla prețul mediu, calculăm media aritmetică a celor două prețuri:							



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

<p>ției de învățare. V. Dirijarea învățării.</p>	<p>O₅</p>	<p>$m_g = (300+400)/2=350$ (lei) Media aritmetică a două numere x și y este numărul $m_g = (x+y)/2$ Media aritmetică a mai multor numere este numărul obținut prin împărțirea sumei numerelor respective la numărul lor.</p>	<p>Elevii rezolvă sarcinile de pe fișele de lucru.</p>	<p>Exercițiul, problematizarea Fișa de lucru/ Individuală</p>	<p>III. Anunțarea temei și a obiectivelor. IV. Prezentarea situației de învățare.</p>	<p>O₂</p>	<p>Activitate directă (15 min.) Profesorul controlează și apreciază activitatea independentă a elevilor. Profesorul prezintă lecția notă: Pentru triunghiul dreptunghic ABC, având unghiul drept în A, au loc relațiile: (se verifică prin măsurători și calcule) $\sin B = AC/BC$ $\cos B = AB/BC$ $\operatorname{tg} B = AC/AB$ $\operatorname{ctg} B = AB/AC$ și $\sin C = AB/BC$ $\cos C = AC/BC$ $\operatorname{tg} C = AB/AC$ $\operatorname{ctg} C = AC/AB$ Fie triunghiul ABC dreptunghic în A. a) Se dau $AB=6\text{cm}$, $BC=9\text{cm}$. Află: AC, $\sin B$, $\cos B$, $\operatorname{tg} B$, $\operatorname{ctg} B$, $\sin C$, $\cos C$, $\operatorname{tg} C$, $\operatorname{ctg} C$ b) Se dau $AB=12\text{cm}$, $\cos B=1/2$ Află: AC, BC, $\sin B$, $\operatorname{tg} B$, $\operatorname{ctg} B$, $\sin C$, $\cos C$, $\operatorname{tg} C$, $\operatorname{ctg} C$ c) Se dau $AC=1$, $\operatorname{tg} B=1/\sqrt{3}$ Află: AB, BC, $\sin B$, $\cos B$, $\operatorname{ctg} B$, $\sin C$, $\cos C$, $\operatorname{tg} C$, $\operatorname{ctg} C$ Activitate independentă (13 min.) Fișa de lucru: 1. Fie dat un triunghi ABC, dreptunghic în A, demonstrează următoarele relații:</p>	<p>Elevii își corectează în caiete.</p>	<p>Explicația, conversația/ Frontală</p>
<p>V. Asigurarea conexiunii inverse.</p>	<p>O₃</p>	<p>Activitate independentă (15 min.) Fișa de lucru: 1. Află media aritmetică a următoarelor numere: a) 3; 5 b) 15; 22 c) 3; 4; 5 d) 100; 150; 200 e) 1500; 2700; 3840. 2. Media aritmetică a trei numere este 12, iar două dintre ele sunt 5 și 7. Află al treilea număr. 3. Bogdan are la matematică următoarele note: 7, 8, 9, 7, 9. Care este media notelor sale? 4. Media aritmetică a două numere este 20, iar unul dintre ele este de 4 ori mai mic decât celălalt. Află numerele.</p>	<p>Elevii își corectează în caiete.</p>	<p>V. Dirijarea învățării.</p>	<p>O₄</p>	<p>Problematic Fișa de lucru/ Individuală</p>	<p>Elevii rezolvă cerințele.</p>	<p>Conversația, observația, problematizarea, explicația/ Frontală</p>	
<p>Activitate directă (13 min.) Profesorul observă modul</p>	<p>O₅</p>	<p>Elevii își corectează în caiete.</p>	<p>Conversația, observația, problematizarea,</p>	<p>VI. Asigurarea conexiunii inverse.</p>	<p>O₄</p>	<p>Problematic Fișa de lucru/ Individuală</p>	<p>Elevii</p>	<p>Problematic Fișa de lucru/ Individuală</p>	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

<p>VI. Realiza- rea per- formanței</p>	<p>O₅</p>	<p>cum au rezolvat elevii exercițiile de pe fișe. Profesorul stabilește nivelul de realizare a sarcinilor pe întreaga clasă și pe fiecare elev. Media aritmetică a trei numere este 25. Primul număr este cu 4 mai mare decât al doilea, iar media aritmetică dintre primul și al treilea număr este 30. Află numerele.</p>	<p>întocmesc pe caiete schema problemei.</p>	<p>explicația/ Frontală.</p>	<p>xiunii inverse. VII. Realiza- rea per- formanței</p>	<p>O₅</p>	<p>a) $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$ b) $\operatorname{tg} B = \sin B / \cos B$ c) $\operatorname{ctg} B = 1 / \operatorname{tg} B$ d) $\sin B = \cos C$ e) $\sin(90^\circ - C) = \cos C$ f) $\operatorname{tg}(90^\circ - C) = \operatorname{ctg} C$ 2. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor propoziții: a) "unghiurile ascuțite ale unui triunghi dreptunghic sunt suplementare"; b) "sinusul unui unghi este egal cu cosinusul complementului său"; c) "sinusul și cosinusul unui unghi ascuțit sunt numere pozitive subunitare"; d) "tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit pot lua orice valoare pozitivă". <u>Activitate directă (4 min.)</u> Profesorul verifică rezultatele și comunică elevilor nivelul la care au ajuns în atingerea obiectivelor.</p>	<p>rezolvă sarcinile de pe fișele de lucru.</p>	<p>Conversația, observația, problematiza rea. Explicația/ Frontală.</p>
<p>VII. Evaluarea cunoștințelor.</p>	<p>O₅</p>	<p><u>Activitate independentă (4 min.)</u> În vârfurile unui dreptunghi sunt înscrise numere, astfel încât numărul din fiecare vârf este media aritmetică a numerelor din vârfurile alăturate. Arătați ca toate numerele sunt egale. Verificarea problemei. Temă pentru acasă.</p>	<p>Elevii lucrează pe perechi.</p>	<p>Lucrul cu materialul/ Materialul/ Perechi.</p>	<p>VIII. Asigura- rea tran- sferului/ tema de casă.</p>	<p>O₃</p>	<p>Temă pentru acasă.</p>	<p>Elevii își corectează în caiete.</p>	<p>Explicația/C ulegerea de probleme/ Frontală.</p>
<p>VIII. Asigura- rea tran- sferului/ tema de casă.</p>			<p>Elevii își corectează în caiete.</p>	<p>Explicația/C ulegerea de probleme/ Frontală.</p>				<p>Elevii își corectează în caiete.</p>	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU



Realizează un proiect de lecție la disciplină matematică, în condițiile activității simultane la clasele V și a VII-a.

R: Revedi paragrafele 10.3. și 10.4.

10.5. Aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor (Lupu, C., 1999)

10.5.1. Importanța activității independente

Profesorul care lucrează simultan cu două sau mai multe clase are nevoie de un volum și de o mare varietate de conținuturi și forme de muncă pe care să le dea elevilor ca sarcini de exersare. El trebuie să stabilească obiectivele fiecărei activități, volumul de muncă și dificultățile inerente, durata efectuării activității respective și criteriile de evaluare.

Cadrul didactic trebuie să stimuleze activitatea independentă a elevilor și să susțină ritmicitatea efortului lor prin conținutul interesant al temelor, atractivitatea formelor de activitate, distribuirea unor sarcini diferențiate, folosirea unui material didactic interesant, etc.

Pentru reamintirea informațiilor predate anterior în scopul trecerii la predarea noilor cunoștințe, se poate apela la activitatea independentă a elevilor. De asemenea, și după transmiterea noilor cunoștințe, pentru fixarea și consolidarea acestora, se poate folosi acest tip de activitate.

Prin munca independentă, ca mijloc de instrucție și educație, se rezolvă o mare parte din problemele predării-învățării. Importanța acestei forme de organizare a activității, nu se reduce doar la formarea deprinderilor de muncă independentă la elevi, ci prin ea se îndeplinesc sarcinile fundamentale ale procesului de învățământ: dobândirea de noi cunoștințe, priceperi și deprinderi, aplicarea lor în practică, repetarea și sistematizarea cunoștințelor, evaluarea.

Prin activitatea independentă a elevilor se urmărește și îndeplinirea unor obiective formative ca: formarea spiritului de observație la elevi, dezvoltarea proceselor psihice de cunoaștere (a gândirii, memoriei, formarea spiritului de independență și a inițiativei, formarea unor trăsături pozitive de voință și caracter cum ar fi: dârzenia, perseverența, curajul de a învinge greutățile cu forțe proprii, etc.).



Precizează importanța activității independente a elevilor.

R: Revedi paragraful 10.5.1.

10.5.2. Cerințe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor

În scopul obținerii unei adevărate eficiențe, se impune ca activitatea independentă a elevilor să îndeplinească anumite **cerințe**:

- în procesul de predare-învățare, sarcinile date elevilor pentru a fi rezolvate de aceștia cu forțe proprii trebuie să se refere, în primul rând, la cerințele programei; ele trebuie formulate în așa fel încât să stimuleze la lucru pe fiecare elev, indiferent de nivelul lui de pregătire, să vizeze îndeplinirea obiectivelor instructiv-educative propuse pentru lecția respectivă și să constituie o continuare firească a materialului studiat;
- să folosească rațional exercițiile de muncă independentă: la clasa aVIII-a în special, fiind clasă terminală, profesorul trebuie să acorde o mai mare atenție activității directe și să efectueze o supraveghere și o îndrumare mai atentă a activității independente a elevilor;
- sarcinile date elevilor în cadrul activității lor independente, trebuie să fie accesibile acestora, să nu cuprindă noțiuni necunoscute elevilor, ele trebuie să fie formulate și explicate clar, încât să fie înțelese de elevi; cerințele trebuie să vizeze realizarea unor obiective



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

precise și să stimuleze interesul și potențialul creativ al copiilor, corespunzând scopului și conținutului lecției;

- profesorul trebuie să realizeze dozarea rațională a volumului și dificultăților pe care le implică sarcinile de muncă independentă, în scopul evitării atât a supraîncărcării elevilor, cât și rămânerii fără ocupație a acestora, trebuie să aibă pregătite și subiecte de rezervă pentru elevii cu ritm mai rapid de lucru;
- orice sarcină de muncă independentă trebuie verificată și evaluată (notată), deoarece în cazul în care se dau teme a căror realizare nu se apreciază, aceasta conduce la micșorarea interesului și responsabilității elevului, la scăderea motivației pentru rezolvarea sarcinilor;
- activitatea elevilor trebuie să se desfășoare în liniște, să se bazeze uneori pe cooperare, efectuând câteodată în colectiv sarcinile primite;
- activitatea independentă a elevilor trebuie să preceadă activitatea directă: în sarcinile date elevilor, se va urmări dacă volumul de cunoștințe anterioare permite acestora să facă singuri un pas mai departe în întregirea materialului ce va fi transmis în activitatea directă ce va urma;
- nu se vor da spre rezolvare elevilor tipuri de exerciții și probleme care nu au fost rezolvate sub îndrumarea profesorului;
- activitatea independentă a elevilor trebuie să fie precedată de o etapă pregătitoare, în care profesorul precizează obiectivele urmărite și metodele de lucru care vor fi folosite pentru efectuarea activității; în această etapă se poate rezolva un exercițiu, se poate repeta o regulă pe care se bazează rezolvarea lui, urmând ca elevii să rezolve apoi alte exerciții de același fel sau mai complicate.



Motivează necesitatea respectării cerințelor pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor. **R:** Revedi paragraful 10.5.2.



Să ne reamintim...

- ***Cerințe pe care trebuie să le îndeplinească activitatea independentă a elevilor:***

- să se refere, în primul rând, la cerințele programei și să constituie o continuare firească a materialului studiat;
- să folosească rațional exercițiile de muncă independentă: la clasa a VIII-a;
- să fie accesibilă, să nu cuprindă noțiuni necunoscute elevilor și să stimuleze interesul și potențialul creativ al copiilor, corespunzând scopului și conținutului lecției;
- să realizeze dozarea rațională a volumului și dificultăților pe care le implică;
- trebuie verificată și evaluată ;
- să preceadă activitatea directă;
- nu se vor da spre rezolvare elevilor tipuri de exerciții și probleme care nu au fost rezolvate sub îndrumarea profesorului;
- trebuie să fie precedată de o etapă pregătitoare, în care profesorul să precizeze obiectivele urmărite și metodele de lucru care vor fi folosite pentru efectuarea activității; în această etapă se poate rezolva un exercițiu, se poate repeta o regulă pe care se bazează rezolvarea lui, urmând ca elevii să rezolve apoi alte exerciții de același fel sau mai complicate.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

10.5.3. Forme de activitate independentă

În funcție de obiectivele și de conținutul lecției, de obiectul de învățământ, de clasa și etapa în care se desfășoară, etc., munca independentă a elevilor care învață în condiții simultane îmbracă o varietate de forme.

Conținutul activității independente, care va constitui etapa pregătitoare a lecției planificate pentru ziua respectivă, sau etapa de încheiere a acesteia, poate cuprinde:

- rezolvarea unor exerciții și probleme din manual sau formulate de profesor;
- construcția unor exerciții sau probleme asemănătoare cu cele rezolvate sub îndrumarea profesorului;
- rezolvarea unor probleme prin alte procedee, atunci când este posibil;
- desenarea unor figuri geometrice;
- măsurarea unor dimensiuni;
- calcularea perimetrelor unor figuri geometrice.

La obiectul matematică se pot folosi următoarele **forme de activitate independentă**:

1. Munca independentă pregătitoare pentru predarea noilor cunoștințe.

Această formă de activitate independentă se poate utiliza la toate clasele V-VIII, cu condiția să fie corect proporționată cu specificul individual, cu vârsta elevilor și să fie în strânsă legătură cu subiectul lecției respective.

Exemple

1. La predarea teoremei lui Thales și a reciproci acesteia la clasa a VII-a se pot da ca muncă independentă pentru predarea cunoștințelor probleme de tipul:

Fișă individuală -Teorema Thales și reciproca (Orban, A., 2012)

Noțiuni de bază:

Teorema lui Thales: Într-un triunghi, o paralelă dusă la una din laturile sale determină pe celelalte două laturi (sau pe prelungirile acestora) segmente proporționale.

Reciproca teoremei lui Thales: Dacă într-un triunghi, o dreaptă determină pe două laturi ale sale (sau pe prelungirile acestora) segmente proporționale, atunci dreapta este paralelă cu cea de-a treia latură a triunghiului.

Probleme:

*

- 1) O proporție aretermeni
- 2) Într-o proporție produsuleste egal cu produsul
- 3) Dacă $AB/3=6/4$, atunci $AB=.....$
- 4) Dacă $AM/MB=2/5$ și $AM=15$ atunci $MB=.....$
- 5) Dacă în triunghiul ABC, $EC(AB)$ și $FC(AC)$ și $AE/EB=AF/FC$ atunci dreptele EF și BC

**

- 1) În triunghiul ABC, $ME(AB)$ și $NC(AC)$. Dacă $MN \parallel BC$, atunci află lungimile laturilor necunoscute:

AB				15	20	8
AC			10	12		6
AN		2,6			8	3
AM	2	2,8	2	4		
MB	3				6	



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

NC	9	5,4	6			
----	---	-----	---	--	--	--

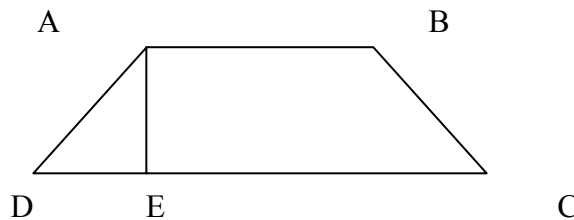
- 2) În triunghiul PRS, EC(PR) și FC(RS). Dacă EF II PS și:
- RS=12, FS=7, PE=4, calculează: RF,RE,RP
 - RP=16, RS=30, RE=10, calculează: EP,RF,FS
 - RF=5, RE=9, EP=4, calculează:RP,FS,RS
 - PE=7, FS=4, SR=18, calculează: FR,ER,PR
 - RE=18, FS=12, PE=12, calculează: RP,RF,RS
 - RS=10, RF=3, EP=8, calculează: FS,RE,RP
- 3) Dacă AM/MB=3/4 și AB=15 atunci află lungimea segmentului MB.
- 4) Fie triunghiul ABC și EC(AB) și FC(AC). Arată că EF II BC dacă:
- AE=4, AF=6, EB=10, FC=15;
 - AE=2, B=16, AC=20, FC=12;
 - EB=2, AB=10, AF=4, AC=5;
 - AB=20, AC=32, EB=15, FC=24.

O parte dintre exercițiile fișei pot rămâne ca temă pentru acasă.

2. La clasa a VII-a se pot da ca muncă independentă la predarea ariei trapezului, probleme de tipul:

Fișă individuală –Aria trapezului (formule de calcul) (Orban, A., 2012)

Noțiuni de bază:



$$A_{ABCD}=(B+b)\times h /2$$

$$A_{ABCD}=l_m\times h$$

$$B=DC, b=AB, h=AE$$

B=baza mare,

b=baza mică,

h=înălțime

l_m =linie mijlocie

Probleme:

*

- Trapezul ABCD cu bazele de 6 cm și 10 cm și înălțimea de 4 cm are aria egală cu.....cm².
- Trapezul ABCD cu bazele de 12 cm și 8 cm și aria de 50 cm² are înălțimea egala cu.....cm.
- Trapezul ABCD cu aria de 120 cm² și linia mijlocie de 12 cm are înălțimea egală cucm.
- În trapezul MNPR în care suma bazelor este de 21 cm și înălțimea de 6 cm ,



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

aria este egală cu.....cm².

5) În trapezul cu aria de 250 cm² și înălțimea de 20 cm , suma bazelor egală cu.....cm.

**

1) O parte de acoperiș în formă de trapez cu bazele de 12 m și 6 m și înălțimea de 4,5 m se acoperă cu țiglă .

Calculează: a) suprafața părții de acoperiș

b) dacă pentru 1 m² de acoperiș sunt necesare 8 țigle, află de câte țigle ai nevoie să acoperi partea de acoperiș?

2) Pe o parcelă în formă de trapez se sădește sămânță de iarbă. Dimensiunile parcelei sunt : b= 6m, B=9m, h=12m .

Calculează : a) suprafața parcelei;

b) dacă pentru 30 m² este nevoie de 1 kg de sămânță , calculează câte kg de sămânță sunt necesare pentru acoperirea parcelei?

3) Peretele unei mansarde în formă de trapez dreptunghic cu B=4,2m, b=3m, h=2,2m se vopsește cu lavabil.

Calculează: a) suprafața peretelui;

b) dacă pentru 1 m² ai nevoie de 250g de vopsea ,câte kg de lavabil sunt necesare pentru a acoperi peretele de două ori?

O parte dintre exercițiile fișei pot rămâne ca temă pentru acasă.

Se pot da numeroase exemple de acest gen, putând folosi în acest scop ca materiale bibliografice: manualele, diferite cărți și culegeri de exerciții și probleme, caietele elevului.

2. Munca independentă cu rol de fixare a cunoștințelor predate la lecția respectivă cuprinde: rezolvarea de exerciții și probleme cu aplicarea noțiunilor învățate, desenarea figurilor geometrice învățate, probleme de calcul, rezolvarea diferitelor exerciții-joc, rezolvarea ecuațiilor, a sistemelor, reprezentări grafice de funcții, etc.

Exemple



1. La fixarea cunoștințelor referitoare la aria triunghiului dreptunghic, la clasa a VII-a se pot da ca muncă independentă probleme de tipul:

Fișă individuală–Aria triunghiului dreptunghic(formule de calcul)(Orban, A., 2012)

Noțiuni de bază:

-aria $\Delta = b \times h / 2$

-aria $\Delta = c_1 \times c_2 / 2$

- $h = c_1 \times c_2 / ip$ (înălțimea corespunzătoare ipotenuzei)

Probleme:

*

I. Stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor(A sau F):

1)Un triunghi cu un unghi drept este dreptunghic.

2)Triunghiul dreptunghic cu catetele de 5cm si 7 cm are aria de 35 cm².

3)Triunghiul dreptunghic cu ipotenuza de 10 cm și înălțimea corespunzătoare ei de 5 cm are aria de 25 cm².

4)Dacă triunghiul dreptunghic are aria de 48 cm² și o catetă de 12 cm atunci cealaltă catetă este de 4 cm.

5)În triunghiul dreptunghic isoscel cu catetele de 8 cm aria este de 32cm².

6)Înălțimea triunghiul dreptunghic cu catetele de 5cm, 12cm și ipotenuza de 13cm este 60/13 cm.

II. Alegeți răspunsul corect:



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

- 1) Un triunghi dreptunghic cu catetele de 3 cm și 6 cm are aria de :
 - a) 18cm^2
 - b) 9cm^2
 - c) 6cm^2
 - d) 8cm^2
- 2) Dacă aria triunghiului dreptunghic este de 125cm^2 și înălțimea corespunzătoare ipotenuzei este de 20 cm atunci ipotenuza este de :
 - a) 12cm
 - b) 12,05cm
 - c) 12,5cm
 - d) 12,1cm
- 3) Dacă triunghiul dreptunghic are aria de 20cm^2 și o catetă de 4 cm atunci cealaltă catetă este de :
 - a) 5cm
 - b) 2,5cm
 - c) 20cm
 - d) 10cm
- 4) Înălțimea triunghiului dreptunghic cu catetele de 4cm, 3cm și ipotenuza de 5cm este de :
 - a) $12/5\text{cm}$
 - b) 12cm
 - c) $7/5\text{cm}$
 - d) $7/2\text{cm}$
- 5) Dacă aria triunghiului dreptunghic este de 25cm^2 și ipotenuza de 10 cm atunci înălțimea corespunzătoare ipotenuzei este de :
 - a) 2,5cm
 - b) 5cm
 - c) 10cm
 - d) 12,5cm.

O parte dintre exercițiile fișei pot rămâne ca temă pentru acasă.

3. Munca independentă având ca scop recapitularea cunoștințelor, prin care se reiau și se sistematizează la sfârșitul semestrului sau a anului școlar în diverse combinații cunoștințele acumulate anterior dintr-un întreg capitol, sau cele legate de o anumită temă.

Exemple



1. La recapitularea geometriei plane, la clasa a VIII-a se pot da ca muncă independentă pentru recapitularea cunoștințelor exerciții și probleme referitoare la:

1. Lungimi de segmente

- lungimea unui segment; operații cu segmente; mijlocul unui segment;
- perimetrul unei figuri plane;
- segmente proporționale;
- teorema lui Thales și reciproca ei;
- teorema fundamentală a asemănării;
- criterii de asemănare;
- proiecții în plan;
- relații metrice în triunghi
 - Teorema înălțimii-formula pentru lungimea înălțimii;
 - Teorema catetei;
 - Teorema Pitagora;
 - Reciproca lui Pitagora;
 - funcții și formule trigonometrice;
 - proprietatea unghiului de 30°
 - lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei;
- lungimea liniei mijlocii în triunghi și trapez;
- lungimea laturii, apotemei în triunghiul echilateral;
- lungimea laturii, apotemei în pătrat;
- lungimea laturii, apotemei în hexagonul regulat;
- lungimea razei, diametrului în cerc;

2. ARII

- aria triunghiului oarecare; aria triunghiului isoscel;
- aria triunghiului echilateral-formule de calcul;
- aria triunghiului dreptunghic-formula de calcul;
- aria paralelogram -proprietatea de aditivitate a ariilor;



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

-formula de calcul;

-arii paralelograme particulare-formule de calcul;

-aria trapezului –formule de calcul;

-aria hexagon- proprietatea de aditivitate a ariilor;

- k^2 patratul raportului de asemănare;

-aria discului, etc.

Fișă individuală–Recapitulare patrulater (perimetre, arii, proprietăți)

Probleme

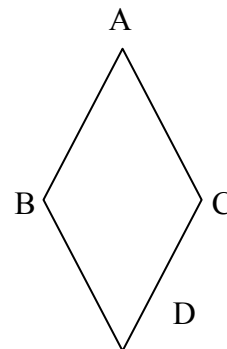
1)În figura alăturată, ABDC este romb cu perimetrul de 68 cm și $m(\angle A)=60^\circ$.

a)unește punctele A și D;

b)află latura rombului;

c) stabilește $m(\angle BAD) = ?$

d)demonstrează ca $\triangle ABC$ este echilateral.



2)În paralelogramul MNPQ cu $MN=25\text{cm}$ se duce înălțimea MR, $RE(PQ)$. Dacă $MR=15\text{cm}$, află A_{MNPQ} .

3)Fie C un punct pe segmentul [DE]. De aceeași parte dreptei DE construiește pătratele DCAB și CERP. Dacă $DE=14\text{ cm}$, calculează suma perimetrelor celor două pătrate.(Mate 2000-inițiere, 2012, p103)

4)În dreptunghiul ABCD bisectoarele $\angle A$ și $\angle B$ intersectează latura CD în E și F. Dacă $AB=27\text{ cm}$ și $BC=12\text{ cm}$, află aria patrulaterului ABFE . (Mate 2000-inițiere,2012,p103)

5)În trapezul ABCD isoscel cu AB paralel cu CD , perimetrul de 22 cm, $AB=2\text{ cm}$ și $BC=6\text{cm}$, află CD.(Mate 2000-inițiere, 2012,p102)



Scrie trei exerciții de muncă independentă cu rol de recapitulare a cunoștințelor predate la clasa a V-a.

R: Revezi paragraful 10.5.3. și programa școlară pentru clasa a V-a.

10.5.4. Controlul și evaluarea activității independente

Activitatea independentă a elevilor este indicat ca să se efectueze pe **fișe individuale**, pentru a se evita distragerea atenției elevilor din celelalte clase.

Cadrul didactic este obligat cu ocazia distribuirii fișelor să dea explicații și sarcini clare, iar pe parcursul activității să fie efectuată supravegherea și date eventuale îndrumări.

Notarea acestor forme de activități ale elevilor se face pe baza unui punctaj dinainte stabilit în funcție de obiectivele, scopul general și de gradul de dificultate al sarcinilor de rezolvat.

Pe tot parcursul activității independente a elevilor, profesorul **supraveghează elevii**, trecând periodic printre bănci pentru a verifica dacă sarcinile date au fost înțelese de către toți și dacă aceștia le tratează cu seriozitate. Când situația o cere, cadrul didactic poate interveni pentru a-i antrena pe toți elevii la lucru, sau pentru a preveni greșelile tipice.

Lucrările independente ale elevilor se verifică atât sub aspect cantitativ, cât și calitativ. În situația în care acestea sunt de scurtă durată, nu este necesar ca să se efectueze mereu un control amănunțit.

Verificarea muncii independente a elevilor trebuie să aibă loc în cadrul tuturor tipurilor de lecții, dar mai ales la cele de verificare și evaluare a cunoștințelor, de repetare și sistematizare, de



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

formare a priceperilor și deprinderilor. În aceste lecții se pot da sarcini pentru întreaga oră, iar verificarea acestora se va realiza acasă, de către profesor finalizându-se cu notarea și analiza acestora, cu ajutorul elevilor în ora următoare.

Autocontrolul elevilor, în condițiile muncii simultane, exercită un rol important în cadrul verificării lucrărilor efectuate independent. Acesta se realizează prin confruntarea rezultatelor obținute de ei cu cele indicate de cadrul didactic, sau aflate în manual, la rubrica de răspunsuri. Tot ca formă de verificare, se poate utiliza **controlul reciproc** al elevilor pentru lucrările efectuate.

Ultimele două forme de verificare a corectitudinii efectuării lucrărilor nu trebuie să înlocuiască însă **controlul zilnic**, sau **pe cel periodic** exercitat de profesor.



Să ne reamintim...

- **Forme de activitate independentă:**
 1. Munca independentă pregătitoare pentru predarea noilor cunoștințe.
 2. Munca independentă cu rol de fixare a cunoștințelor predate.
 3. Munca independentă având ca scop recapitularea cunoștințelor.



10.6. Rezumat

În această unitate de învățare se prezintă probleme specifice procesului de predare-învățare a matematicii la clase simultane în învățământul gimnazial, cum ar fi: gruparea claselor pentru învățământul gimnazial, alcătuirea orarului, precum și elemente de planificare, proiectare și organizare a activității simultane, cu exemplificări. Se precizează și se exemplifică de asemenea unele aspecte metodice privind activitatea independentă a elevilor.



10.7. Test de autoevaluare a cunoștințelor

1. Precizează particularitățile procesului de predare-învățare în învățământul simultan.
2. Prezintă criteriile pe care trebuie să le aibă în vedere profesorul la întocmirea orarului.
3. Elaborează un proiect de lecție mixtă la matematică pentru predarea simultană la clasele VI și aVIII-a.
4. Prezintă importanța activității independente a elevilor.
5. Scrie trei exerciții de muncă independentă la matematică cu rol de fixare a cunoștințelor predate la clasa VI.



10.8. Răspunsuri și comentarii la testul de autoevaluare

1. Revedi paragraful 10.3.1.
2. Revedi paragraful 10.3.2.
3. Revedi paragraful 10.4.
4. Revedi paragraful 10.5.1.
5. Revedi paragraful 10.5.3., extrage și reformulează.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

BIBLIOGRAFIE

1. Átyim, B., Gagyí, E., *Gyakorló feladatok matematikából*, Mentor Kiadó. Marosvásárhely, 1993.
2. Albu, A.C.; Obădeanu, V.; Popescu, I.P.; Rado, F.; Smaranda, D., *Geometrie pentru perfecționarea profesorilor*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
3. Alexandrescu, C., și alții, *Culegere de probleme –*
4. Alexandrescu, C., M. Chirciu, *Matematică cl a VI-a , a VII-a și a VIII-a*, Editura Tiparg, 2007.
5. Andrei, Gh., Caragea, C., Bordea, Gh., *Algebră pentru concursurile de admitere și olimpiadele școlare*, Ed. Topaz, Constanța, 1993.
6. Andonie, G. Șt., *Matematica, mecanica, astronomia*, Editura Academiei R.S.R., București, 1981.
7. Aprodu, D., Diaconu, A., *Suport de curs 6263 – Instruirea diferențiată a elevilor*, Brașov, Editura Universității Transilvania din Brașov, 2011.
8. Ardelean, L., Secelean, N., *Didactica matematicii-noțiuni generale, comunicare didactică specifică matematicii*, Ed. Universității "Lucian Blaga", Sibiu, 2007.
9. Atanasiu, Gh.; Pitiș, Gh.; Cazacu, M.; Grosaru, V., *Culegere de probleme de geometrie analitică și diferențială*, Universitatea Brașov, 1980.
10. Ausubel, D. P, Robinson, R., *Învățarea școlară. O introducere în psihologia pedagogică*, Editura Didactică și Pedagogică, București 1981.
11. Banea, H., *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Pitești, 1998.
12. Bocoș, M., *Instruire interactivă*, Editura Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, (2002).
13. Bateman, B., *An educational view of a diagnostic approach to learning disordis*, Seattle, J.Helmuth Ed., 1965.
14. Bocu, D., Comănici, E., *ProMatematica - Revista Școlii Generale Nr. 2, nr.3, decembrie, 2009.*
15. Bontas, I., *Pedagogie*, Editura ALL, Bucuresti, 1994,1998, 2001.
16. Botez, M.Șt., *Probleme de geometrie*, Editura Tehnică, București, 1976.
17. Brânzei, D., *Bazele raționamentului geometric*, Editura Academiei R.S.R., 1983, pag. 52.
18. Brânzei, D., *Geometrie circumstanțială*, Editura Junimea, Iași, 1983.
19. Brânzei, D., Brânzei, R., *Metodica predării matematicii*, Editura Paralela 45, Pitești, 2000.
20. Brânzei, D.; Anița, S.; Cocea, C., *Planul și spațiul euclidian*, Editura Academiei, București, 1986.
21. Brânzei, D.; Onofraș, E.; Anița, S.; Isvoranu Gh., *Bazele raționamentului geometric*, Ed. Academiei, București, 1983.
22. Breben, S., Gongea, E., Ruiu, G., Fulga, M., *Metode interactive de grup. Ghid metodic pentru învățământul preșcolar*, Editura Arves, 2002.
23. Cârjan, F., *Educație matematică: "Idei și strategii în învățarea matematică"*, Editura Paralela 45, 2004.
24. Cerghit, I., *Metode de învățământ*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1997.
25. Cerghit, I., *Perfecționarea lecției în școala modernă*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983 apud. Cîrjan, F. 1999, pp.70-71.
26. Cerghit, I., Vlăsceanu, L., (coordonatori), *Curs de pedagogie*, Facultatea de Istorie-Filozofie, Universitatea București, 1988.
27. Cerghit, I., Neacșu, I., *Prelegeri pedagogice*, Editura Polirom, Iași, 2001.
28. Cheșcă, I.; Caba, G., *Matematică – manual pentru clasa a VII a*, Editura Teora, 1999.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

29. Chiței, Gh.A., *Metode pentru rezolvarea problemelor de geometrie*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1969.
30. Cindrea, I.A., *Matematica, de drag – geometrie*, Compania, 2003.
31. Ciolan, L., *Învățarea integrată, fundamente pentru un curriculum transdisciplinar*, Editura Polirom, Iași, 2008.
32. Claparède, E., *Psihologia copilului și pedagogia experimentală*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1974.
33. Comănici, E., *Auxiliar metodic*, Editura Universității Transilvania din Brașov, **ISBN 978-973-598-872-2, 2011.**
34. Constantinescu, L.; Cristu, P., *Geometrie și trigonometrie*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976.
35. Coța, A.; Răduțiu, M.; Rado, M.; Vornicescu, F., *Matematică – geometrie și trigonometrie, manual pentru clasa a IX a*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1984.
36. Cristea, S., *Dicționar de termeni pedagogici*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1998.
37. Cristea, S., *Dicționar de pedagogie*, Editura Litera Educațional, Chișinău, 2002.
38. Cucuș, C., *Pedagogie* (editia a II-a revăzută și adăugită), Editura Polirom, Iași, 2002, 2006.
39. Cucuș, C., Momanu, M., *Psihopedagogie – proiectarea și desfășurarea activității didactice*, Editura Polirom, 1998.
40. Cuculescu, I.; Ottescu, C., *Matematică, geometrie – manual pentru clasa a VII a*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1984.
41. Cuculescu, I.; Ottescu, C.; Gaiu, L.N., *Matematică, geometrie – manual pentru clasa a VII a*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1990.
42. Czondi, J., Kassay, I., *Manual Matematică, cl. a IX-a*, Ábel Kiadó, 2001.
43. Dan, C., T., Chiosa, S., T., *Didactica matematicii*, Editura Universitaria Craiova, 2008.
44. Danciu, E.L., *Strategii de învățare prin colaborare*, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2004.
45. De Landsheere, V., *L'education et la formation*, Presses Universitaires de France, Paris, 1992.
46. Dienes, Z.P., *Un studiu experimental asupra învățării matematicii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1973.
47. Dottleus, R., *A educa și a instrui*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1970.
48. Drăghicescu, I.C.; Masgras, V., *Probleme de geometrie*, Editura Tehnică, București, 1987.
49. Dumitru I.A. □ *Dezvoltarea gândirii critice și învățarea eficientă*, Editura de Vest, Timișoara, 2000.
50. Gagné, R.M., Briggs, L.J., *Principii de design al instruirii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977 apud. Cîrjan, F. 1999, p.110.
51. Ganga, M., *Manual pentru clasa a XI-a*, Editura. Mathpress, București, 2006.
52. Ganga, M., *Manual pentru clasa a XI-a, Elemente de algebră liniară și geometrie analitică*, Editura Mathpress, București, 2001.
53. Ganga, M., *Teme și probleme de matematică*, Editura Tehnică, București, 1991.
54. Ganga, M., *Matematică – manual pentru clasa a IX a, profil M1, M2*, Ed. Mathpress, 2001.
55. Ganga, M., *Matematică – manual pentru clasa a X a, profil M1*, Ed. Mathpress, 2003.
56. Gherguț, A., *Psihopedagogia persoanelor cu cerințe speciale. Strategii diferențiate și incluzive în educație*, Editura Polirom, Iași, 2006.
57. Ghircioiașu, N.; Iasinschi, M.; Viciu, A., *Fișe de geometrie și trigonometrie pentru elevi și absolvenți de licee*, Editura Dacia, Cluj – Napoca, 1978.
58. Golu, P., Verza, E., Zlate, M., *Psihologia copilului. Manual pentru clasa a XI-a -școli normale-*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1993.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

59. Hadamard, J., *Lecții de geometrie elementară*, Editura Tehnică, București, 1960.
60. Haimovici, A.; Cohal, L.; Corduneanu, A.; Papuc, L., *Elemente de geometrie a planului*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1968.
61. Iaglom, A.M.; Iaglom, I.M., *Probleme neelementare tratate elementar*, Editura Tehnică, București.
62. Ianus, St., Soare, N., Niculescu, L., *Probleme de geometrie și trigonometrie, pentru cl IX-X*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
63. Ionescu, D.V., *Complemente de matematici pentru licee*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1978.
64. Ionescu, M., Radu, I. (coordonatori), *Didactica modernă, ediția a II-a*, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 2001.
65. Ionescu – Țiu, C., *Geometrie plană și în spațiu pentru admiterea în facultate*, Editura Albatros, București, 1976.
66. Iucu, R., Pânișoară, I., Gliga, L., (coord.), *Formarea personalului didactic. Raport de cercetare – I*, Editat de MEN, București, 1999.
67. Jiğău, M., *Factorii reușitei școlare*, Editura Grafoart, București, 1998.
68. Jinga, I., *Educația și viața cotidiană*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 2005.
69. Jinga, I., Istrate, E., *Manual de pedagogie*, Editura ALL, București, 2001.
70. Joița, E., *Pedagogie și elemente de psihologie școlară pentru examenele de definitivare și obținerea gradului didactic II (profesori, institutori, învațători, educatoare)*, Editura Arves, 2003.
71. Kirk, S., *Educating exceptional children*, Hanghton, Mifflin, Boston, 1962.
72. Kolmogorov, A.N.; Semenovici, A.F.; Naghibin, F.F.; Cerkasov, R.S.; Gusev, V.A., *Geometrie pentru clasele VI – VIII*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979.
73. Lupu, C., *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XII-a. Licee pedagogice*, Editura Paralela 45, Pitești, 1999.
74. Lupu, C., Săvulescu, D., *Metodica predării matematicii. Manual pentru clasa a XI-a. Licee pedagogice*, Editura Paralela 45, Pitești, 2000.
75. Manolescu, M., *Evaluarea școlară-metode, tehnici și instrumente*, Editura METEOR PRESS, București, 2005.
76. Mihăescu, M., Măncescu, M., Cenac, O., Robu, M., *Metode activ-participative aplicate în învățământul primar*, Didactica Publishing House, București, 2010.
77. Mișu, C.; Iambor, I.P., *Curbe plane*, Editura Tehnică, București, 1989.
78. Mircea, Șt., *Lexicon pedagogic*, Editura Aramis, București, 2006.
79. Miron, R., *Geometrie elementară*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1968.
80. Mîndru, E., Niculae, A., Borbeli, L., *Strategii didactice interactive*, Didactica Publishing House, București, 2010.
81. Moise, E.E., *Geometrie elementară dintr-un punct de vedere superior*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
82. Moise, E.E.; Downs, F.L.Jr., *Geometrie*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
83. Munteanu, D., E., *Lucrare de grad I*. Universitatea Transilvania din Brașov, 2010.
84. Năchilă, P., *Matematică, Manual pentru clasa a XI-a*, Editura Sigma, București, 2001.
85. Nănău, S., *Portofoliu, Examen finalizare modul pedagogic II*, 2013.
86. Năstăsescu, C., Niță, C., *Elemente de algebră superioară, Manual pentru clasa a XI-a*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1995.
87. Neacșu, I., *Metodica predării matematicii la clasele I-IV*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1988.
88. Neagu, A., *Geometrie*, Universitatea Tehnică „Gh. Asachi” Iași, Catedra de matematică, 1996.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

89. Neagu, Gh., *Metode de rezolvare a problemelor de matematică școlară evidențiate prin exemple*, Editura Plumb, 1997.
90. Nicola, I., *Pedagogie*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1994.
91. Nicolescu, B., *Transdisciplinaritatea-Manifest*, Editura Polirom, Iasi, 2008.
92. Nicolescu, L.; Bosckoff, V., *Probleme practice de geometrie*, Editura Tehnică, București 1990.
93. Niculescu, R., *Pedagogie preșcolară*, Editura Pro Humanitate, București, 1999.
94. Niță, C., Năstăsescu, C., Joița, D., Brandiburu, M., *Culegere de probleme pentru liceu. Algebră*, Editura ROTECH PRO, 1997.
95. Novoselov, S.I., *Curs special de trigonometrie*, Editura Tehnică, București, 1965.
96. Oprea, C.L., *Pedagogie. Alternative metodologice interactive*, Editura Universității din Bucurști, 2003, 2009.
97. Oprea, C.L., *Strategii didactice interactive*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 2009.
98. Orban, A., *Lucrare de grad I*, Universitatea Transilvania din Brașov, 2012.
99. Pălășan, T., Crocnan, D., O., Huțanu, E., *Interdisciplinaritate și integrare – o nouă abordare a științelor în învățământul preuniversitar*. Revista Formarea continuă a C.N.F.P. din învățământul preuniversitar, București, 2003.
100. Pălășan, T., Voinea, M., *Caiet de practică pedagogică*, Universitatea Transilvania din Brașov, 2012.
101. Pânișoară, O., I., *Comunicarea eficientă. Metode de interacțiune educațională*, Editura Polirom, Iași, 2003. ,
102. Panțuru, S., *Proiectarea didactică în teoria și metodologia instruirii și teoria și metodologia evaluării*, Universitatea Transilvania din Brașov, 2006.
103. Panțuru, S., *Caiet de practică pedagogică*, Universitatea Transilvania din Brașov, 2006.
104. Panțuru, S., Păcurar, D.C., *Didactica. Curs de pedagogie. Partea a II-a*, Universitatea Transilvania din Brașov, 1997.
105. Panțuru, S., Niculescu, R., Voinea, M., Honcz, C., *Fundamentele pedagogiei. Teoria și metodologia curriculum-ului. Aspecte de management al curriculum-ului*, Universitatea Transilvania din Brașov, 2006.
106. Panțuru, S., Voinea, M., *Psihologie educațională*, Ed. Universității “Lucian Blaga”, Sibiu, 2006.
107. Partenie, A., *Să ajutăm corect copiii care întâmpină dificultăți în învățarea matematicii*, Editura Eurobit, Timișoara, 2005.
108. Petrescu, A., *Psihopedagogia copilului cu dificultăți de învățare*, Editura Universității Petrol – Gaze, Ploiești, 2007.
109. Perjeriu, E., *Fundamentele geometriei*, Editura Universității, București, 1995.
110. Piaget, J., *Psihologia inteligenței*, trad., Editura Științifică, București, 1965.
111. Pop, V., colaboratori, *Matematică pentru grupele de performanță clasa a XI-a*, Editura Dacia educațional, Cluj-Napoca, 2003.
112. Pop, V., colaboratori, *Matematică pentru grupele de performanță, Exerciții și probleme clasa a XI-a*, Editura Dacia educațional, Cluj-Napoca, 2003.
113. Pop, V., *Algebră liniară- matrice și determinanți pentru elevi, studenți și concursuri*, Editura Mediamira, 2007.
114. Pop, V.; Lupșor, V., *Matematică pentru grupele de performanță – clasa a X a*, Editura Dacia Educațional, Cluj – Napoca, 2004.
115. Popescu-Neveanu, P., șa, *Studii psihopedagogice privind dezvoltarea, între 3 și 7 ani*”, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1970.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

116. Popescu, V., V., *Succesul și insuccesul școlar – precizări terminologice, forme de manifestare, cauze*, Revista de pedagogie, nr.12, 1991.
117. Popescu, O.; Radu, V., *Metodica predării geometriei în gimnaziu*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
118. Potolea, D., Note de curs, 2008, apud Pălășan, T., Voinea, M., 2012.
119. Potolea, D., Manolescu, M., *Teoria și practica evaluării educaționale*- Proiect pentru Învățământul Rural, 2005.
120. Purcaru, M., *Algebră liniară, geometrie analitică și ecuații diferențiale*, Ed. și Tipografia Pim, Iași, 2005.
121. Radu, D., Radu, E., *Manual de matematică pentru clasa a VIII-a*, Editura Teora Educațional, București, 2001, p.177.
122. Radu, I., *Învățământul diferențiat – concepții și strategii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976.
123. Radu, I., *Evaluarea în procesul didactic*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 2000.
124. Rădescu, E., *Elemente de geometrie analitică*, Editura Universitaria, Craiova, 1997.
125. Rădulescu, E., *Elemente de geometrie analitică*, Editura Universitaria, Craiova, 1997.
126. Roșu, M., *Metodica predării matematicii pentru colegiile universitare de institutori*, Universitatea din București, Editura CREDIS, 2004.
127. Roșu, M., *Didactica matematicii în învățământul primar*, MEC, Unitatea de Management a Proiectului pentru Învățământul Rural, 2006.
128. Rus, I., *Metodica predării matematicii*, Editura Servo-Sat, 1996.
129. Rusu, E., *Matematica în liceu – probleme de metodică*, E.D.P, București, 1970.
130. Sarivan, L., colaboratori, *Predarea interactivă centrată pe elev*. Educația 2000+, București, 2005.
131. Savu, C.; Popoiu, D., *Matematică – complemente de geometrie plană pentru orele de opțional la clasa a VII a*, Editura Corint, București, 2001.
132. Sălăvăstru, D., *Psihologia educației*, Editura Polirom, Iași, 2004.
133. Sălăvăstru, D., *Psihologia învățării. Teorii și aplicații educaționale*, Editura Polirom, Iași, 2009.
134. Schaub, H., Zenke, K., G., *Dicționar de pedagogie*, Editura Polirom, Iași, 2001.
135. Schneider, Gh. A., *Culegere de probleme de geometrie pentru clasele IX – X*, Editura Hyperion, Craiova, 1996.
136. Simionescu, C.; Atanasiu, Gh., *Curs de geometrie analitică*, Universitatea Brașov, 1976.
137. Simionescu, Gh.D., *Geometrie analitică – manual pentru anul III liceu*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972.
138. Simionescu, Gh.D., *Noțiuni de algebră vectorială și aplicații în geometrie*, Editura Tehnică, București.
139. Simionescu, G.; Ștefănescu, V., *Aplicații ale calculului vectorial în geometrie și trigonometrie*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.
140. Singer, M., Pădureanu, V., Mogoș, M., *Matematică pentru clasa a IV-a. Ghid pentru învățători și părinți*, Editura Sigma, București, 2000.
141. Singer M., Voica C. - *Recuperarea ramânerii în urma la matematica*, Educatia 2000+, 2005, Bucuresti, 2005.
142. Sitasz, V., *Lucrare de gradul I*, Universitatea Transilvania din Brașov, 2012.
143. Spulber, Ș., Spulber, C., *Practica pedagogică*, Editura “Grigore Tabacaru”, Bacău, 1999.
144. Stoka, M.; Mărgăritescu, E., *Trigonometrie – manual pentru anul II licee*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.
145. Surdu, E., *Prelegeri de pedagogie generală. O viziune sociopedagogică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1995.



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VÂRSTNICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POSDRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOSDRU

146. Surdu, E., *Fenomenul educațional*, Editura Mirton – Timișoara, 1999.
147. Șchiopu, U., *Psihologia diferențiată și educativă*, Revista de Pedagogie, nr.8-9, 1996.
148. Șchiopu, U., Verza, E., *Psihologia vârstelor*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1995.
149. Târnoveanu, M., Purcaru, M.A.P., Târnoveanu, C., *Fundamente de matematică și metodică*, Editura TEHNOPRESS, Iași, 2005.
150. Taiban, M., *Cum să facem activitățile matematice în grădiniță*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1974.
151. Teodorescu, N.; Mangu, V.; Cărbunaru, C.; Negru, A.; Trifu, M., *Culegere de – strategii și algoritmi de rezolvare, Partea a II –a*, București.
152. Turcitu, G.; Rizea, I.; Ghiciu, N.; Mic, D.; Basarab, C.; Basarab, M., *Matematică – manual pentru clasa a VII a*, Editura Radical, 1999.
153. Turtoiu, F., *Ecuatii și inecuatii trigonometrice*, Editura Tehnică, București, 1977.
154. Țițeica, G., *Probleme de geometrie*, Editura Tehnică, București, 1981.
155. Udriște, C., *Aplicații de algebră, geometrie și ecuații diferențiale*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1993.
156. Udriște, C.; Tomuleanu, V.; Vernic, Gh., *Matematică – geometrie analitică, manual pentru clasa a XI a*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1995.
157. Udriște, C., Radu, C., Dicu, C., Mălăncioiu, O., *Probleme de algebră, geometrie și ecuații diferențiale*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
158. Ungureanu, D., *Copiii cu dificultăți de învățare*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1998.
159. Vâlcă, T., *Didactica Matematicii - caracteristici și principii-Note de curs*, 2012.
160. Vîrtopeanu, I.; Vîrtopeanu, O., *Geometrie plană pentru gimnaziu și liceu*, Editura Sibila, Craiova, 1994.
161. Vodă, V.Gh., *Vraja geometriei demodate*, Editura Albatros, București, 1983.
162. Zaharia, M., (coord), Zaharia, D., *Matematică – Pregătirea tezei cu subiect unic –Cl.a VII-a ; a VIII-a – Editura Paralela 45 – 2008.*
163. Colecția Gazeta Matematică seria B.
164. *** *Manualele școlare (în vigoare) de matematică pentru clasele V-XII.*
165. *** *Matematică – geometrie și trigonometrie, clasa a IX a*, Editura Rotech. Pro., 1997.
166. *** *Matematică – geometrie și trigonometrie, manual pentru clasa a IX a*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1989.
167. *Programe școlare pentru învățământul primar, revizuite*, București, 2003(I,II), 2004(III), 2005(IV).
168. Programul de formare continuă „Atinge viitorul”: *Metode active de învățare. Învățarea prin cooperare*, CCD Brașov, 2008.
169. Revista Electron MateInfo (Internet) - ISSN 2065-6432 nr. August 2011.
170. www.scribd.com/doc/28922239/Proiectarea-de-activit%C4%83%C5%A3i-de-%C4%ABnv%C4%83%C5%A3are-intr11
171. www.asociatia-profesorilor.ro/docs/articole_revista/ciorchinele.pdf
172. <http://scoala7tm.scoli.edu.ro/geom4/coliniar/metodica/ciorchin.html>
173. www.nefsegrant.siveco.ro
174. www.pagini-școlare.ro/articol/Învățământ-preșcolar-metode-învățare-proiecte/Metode-de-predare-învățare-activ-participative
175. <http://aqeta.qc.ca/francais/generale/definit.htm,20.02.2009>
176. www.scribd.com/doc/11477422/Metode-de-Interventie-in-Discalculie
177. www.scritube.com/stiinta/matematica/Metode-de-dezvoltare-a-creativ53367.php
178. www.copilsperanta.ro/?q=node/317



UNIUNEA EUROPEANĂ



GUVERNUL ROMÂNIEI
MINISTERUL MUNCII,
FAMILIEI,
PROTECȚIEI SOCIALE ȘI
PER SOANELOR VĂRĂȘTICE
AMPOSDRU



Fondul Social European
POȘ DRU
2007-2013



Instrumente Structurale
2007 - 2013



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OIPOS DRU

179. www.dyscalculia.org/thesis.html

180. www.learningcenter.ro/Assets/lucrari/9.%20Maria%20Oltean.doc

181. www.learningcenter.ro/Assets/lucrari/9.%20Florentin%20Magonea.doc

182. www.referatele.com/referate/noi/2/2matematica1

183. www.referat.ro/referate/Succesul_si_insuccesul_scolar_4517.html

184. http://ro.wikipedia.org/wiki/Albert_einstein